文章编号: 1001-0920(2011)01-0065-06

状态量化的非线性网络化系统的 H_∞ 控制

戴建国, 崔宝同
(江南大学 通信与控制工程学院，江苏 无锡 214122)

摘　要: 鉴于网络数字通信的特点, 研究非线性网络化系统的状态量化反馈 H_∞ 控制问题. 首先, 同时考虑到网络的诱导时延、数据丢包和信号量化, 建立闭环系统的采样模型; 然后, 结合区间时滞分割法, 将其转化为状态中附加两个时滞变量的分段连续模糊系统; 再利用时滞系统方法和对数量化器的扇形界格式, 对闭环模糊系统进行了 H_∞ 性能分析和 H_∞ 控制器综合; 最后, 通过仿真例子验证了所提方法的可行性.

关键词: 网络控制系统；T-S 模糊模型；量化反馈控制；时滞分割；对数量化器
中图分类号: TP13　　　　**文献标识码:** A

H_∞ control of nonlinear networked systems with state quantization

DAI Jian-guo, *CUI Bao-tong*
(College of Communications and Control Engineering，Jiangnan University，Wuxi 214122，China．Correspondent: DAI Jian-guo，E-mail：xuehualuanwu@126.com)

Abstract: The H_∞ control problem of nonlinear networked systems with state quantization owing to the digital communication characteristic of network is investigated. Firstly, with simultaneous consideration of network-induced delays, data packet dropouts and signal quantization, the sampled-data model of closed-loop system is formulated. Then a piecewise continuous fuzzy system with two additive delay components in the state is developed by applying the interval time-varying delay partitioning approach. Subsequently, by using the delay system approach and the sector bound method of logarithmic quantizer, the H_∞ performance analysis and H_∞ controller synthesis are solved for the closed-loop fuzzy system accordingly. Finally, a simulation example shows the availability of the proposed method.

Key words: networked control systems；T-S fuzzy model；quantized feedback control；delay partitioning；logarithmic quantizer

1 引　言

目前, 网络控制系统 (NCSs) 已广泛应用于国民经济和国防建设的各个领域. 但是, 通信网络中存在着复杂的不确定因素, 给系统的分析和设计带来很多困难. 因此, 近年来针对NCSs的研究正成为国内外学术研究的一个热点[1-3]. 同时, 当控制对象表现为较强的非线性特性时, 基于T-S模糊方法的非线性NCSs的稳定性分析和控制器设计受到广泛关注[4-6]. 然而, 上述文献对NCSs的研究尚未涉及网络数字通信的特点. 网络的加入不仅使控制系统的结构发生了变化, 增加了编码器和解码器[7], 而且, 整个闭环系统内数据格式的转换也是必要的.

从控制理论的角度而言, 闭环系统内数据格式转换的流程中, 采样信号的量化是一个关键环节 (这里, 编码器可以看成量化器[7]). 因为就数据量化对采样系统的影响, Kalman 等人[7]曾经指出, 一个镇定控制器用一个有限列表量化器量化后, 反馈系统有可能会产生极限环和混沌现象. 所以, 如何设计合适的状态量化反馈控制策略使得闭环系统渐近稳定是一个至关重要的问题[8-12].

可以看出, 上述量化反馈控制方法都是基于线性被控对象的. 由于实际被控对象在本质上是非线性的, 本文在Lyapunov 函数法和线性矩阵不等式描述的基础上, 用T-S模糊方法研究非线性NCSs的状态量化反馈 H_∞ 控制问题. 首先, 考虑到信号传递时延、数据丢包和信号量化——通信类系统最基本的3个问题, 基于T-S模糊模型建立闭环非线性NCSs的采样模型; 同时, 利用对数量化器的扇形界格式和区

收稿日期: 2009-10-17；**修回日期:** 2009-12-28.
基金项目: 教育部科学技术研究重点项目(107058).
作者简介: 戴建国(1979−), 男, 博士生, 从事网络控制系统和时滞系统的研究；崔宝同(1960−), 男, 教授, 博士, 从事复杂大系统的建模、控制及应用等研究.

间时滞分割法, 将采样量化系统转化为状态中附加两个不同性质时滞变量的分段连续模糊系统; 然后, 通过定义新的Lyapunov-Krasovskii泛函, 分析闭环模糊系统的 H_∞ 性能并设计相应的量化反馈 H_∞ 控制器; 最后, 通过实际模型的仿真表明, 所设计的量化反馈控制策略能够保证闭环非线性NCSs渐近稳定, 且有最优 H_∞ 性能界.

2　非线性NCSs的T-S模糊模型

考虑如图1所示的NCSs, 假设被控对象为T-S模糊模型描述的非线性系统, 有

$$\text{Rule } i:\ \text{If } z_1(t) \text{ is } W_1^i,\ \text{and}\cdots,\ \text{and } z_q(t) \text{ is } W_q^i;$$
$$\text{Then } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + E_i w(t),$$
$$y(t) = C_i x(t) + D_i u(t) + F_i w(t). \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \boldsymbol{R}^p$ 是状态向量, $u(t) \in \boldsymbol{R}^m$ 是控制输入, $y(t) \in \boldsymbol{R}^r$ 是控制输出, $w(t) \in \boldsymbol{R}^l$ 是外部扰动; $W_j^i(j = 1,2,\cdots,q,\ i = 1,2,\cdots,n)$ 是模糊语言值集合; $z_j(t)$ 是模糊规则前件变量, 且假设独立于控制输入; A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i 是适当维数的常数矩阵, n 是模糊规则数.

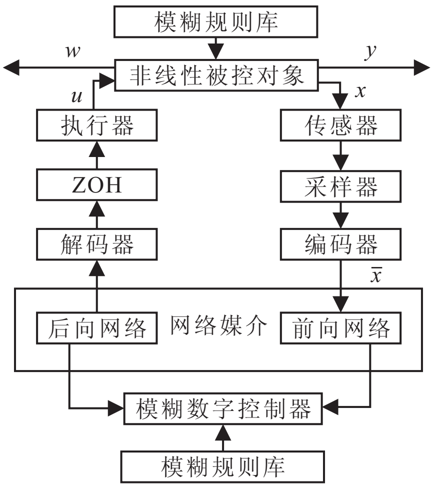

图 1　非线性NCSs结构

采用单点模糊化、乘积推理、中心加权反模糊化的推理方法, 全局模糊系统模型为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i\left(z(t)\right)\left[A_i x(t) + B_i u(t) + E_i w(t)\right],$$
$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i\left(z(t)\right)\left[C_i x(t) + D_i u(t) + F_i w(t)\right]. \quad (2)$$

其中

$$z(t) = [z_1(t), z_2(t), \cdots, z_q(t)]^{\mathrm{T}};$$
$$\mu_i(z(t)) = \varpi_i(z(t)) \Big/ \sum_{i=1}^{n} \varpi_i(z(t)),$$
$$\mu_i(z(t)) \geqslant 0,\ \sum_{i=1}^{n} \mu_i(z(t)) = 1;$$
$$\varpi_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{q} W_j^i(z_j(t)),$$

$W_j^i(z_j(t))$ 为 $z_j(t)$ 在 W_j^i 上的隶属度.

如图1, 假设传感器和采样器为时钟驱动, 且为时钟同步; 采样器的采样周期为 h, 采样时刻记为 s_k $(k = 1,2,\cdots,\infty)$; 量化器、控制器和零阶保持器(ZOH)以及执行器为事件驱动; 数据单包传输. 考虑到信道的有限通信能力和数据格式的转换, 被控对象的状态信号采样之后, 要经过量化和编码才能进入网络通道. 其中量化器定义为

$$f(\cdot) = [f_1(\cdot)\ \ f_2(\cdot)\ \ \cdots f_p(\cdot)]^{\mathrm{T}},$$

且 $f_i(\cdot)(i = 1,2,\cdots,p)$ 选为对数量化器[7], 即它的量化级集合为

$$\boldsymbol{U}_i = \{\pm u_j^{(i)}:\ u_j^{(i)} = \rho_i^j u_0^{(i)},\ j = \pm1, \pm2, \cdots\} \bigcup$$
$$\{\pm u_0^{(i)}\} \bigcup \{0\},\ u_0^{(i)} > 0.$$

映射关系 $f_i(\cdot)$ 定义为

$$f_i(\upsilon) = \begin{cases} u_j^{(i)},\ \dfrac{1}{1+\delta_i} u_j^{(i)} < \upsilon \leqslant \dfrac{1}{1-\delta_i} u_j^{(i)} \text{ 且 } \upsilon > 0; \\ 0,\ \upsilon = 0; \\ -f_i(-\upsilon),\ \upsilon < 0. \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\delta_i = (1-\rho_i)/(1+\rho_i)$, $\rho_i(0 < \rho_i < 1)$ 是 $f_i(\upsilon)$ 给定的量化器密度. 因此, 当记 $\bar{x}$ 为状态的量化值时, 在采样时刻 s_k 有

$$\bar{x}(s_k) = f\left(x(s_k)\right) =$$
$$[f_1(x_1(s_k))\ \ f_2(x_2(s_k))\ \ \cdots\ \ f_p(x_p(s_k))]^{\mathrm{T}}. \quad (4)$$

一方面, 由于网络不可靠的通信连接, 数字信号通过网络时, 不可避免地存在数据包丢失; 另一方面, 成功传递到执行器的第 k 个更新信号从采样时刻 s_k 也必然经历了信号传递时延 $\tau_k(\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca}$, 其中 τ_k^{sc} 是前向网络诱导时延, τ_k^{ca} 是后向网络诱导时延). 所以, 当考虑到网络的数据丢包和诱导时延对系统的影响时, 利用平行分布补偿机制, 可以由式(4)设计如下形式的状态量化反馈模糊控制器:

$$\text{Rule } i:\ \text{If } z_1(t) \text{ is } W_1^i,\ \text{and}\cdots,\ \text{and } z_q(t) \text{ is } W_q^i;$$
$$\text{Then } u(t) = K_{\mathrm{i}}\bar{x}(i_k h) = K_{\mathrm{i}} f(x(i_k h)),$$
$$t \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1}h + \tau_{k+1}),\ i = 1,2,\cdots,n. \quad (5)$$

其中 K_{i} 为局部控制增益. 所以, 全局模糊控制律为

$$u(t) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i(z(i_k h)) K_{\mathrm{i}} f(x(i_k h)),$$
$$t \in [i_k h + \tau_k, i_{k+1}h + \tau_{k+1}). \quad (6)$$

注 1　如文献[1]所述, $i_k(k = 1,2,\cdots)$ 是整数, 且 $\{i_1, i_2, \cdots\} \subset \{1,2,\cdots\}$, 同时, 有

$$\bigcup_{k=1}^{\infty}[i_kh+\tau_k, i_{k+1}h+\tau_{k+1})=[t_0,\infty),\ t_0\geqslant 0.$$

注 2　一般的网络协议均有数据滤除技术, 即当发生数据包错序时, 仅是最新的数据被控制器使用, 而主动丢弃旧的数据包, 以保证信号的及时更新和采样数据的有效性, 所以这里不妨认为 $i_{k+1}>i_k$[13]$(k=1,2,\cdots)$. 那么, 第 $\mathcal{K}$ 个采样间隔 (表示成功传递的第 k 个和第 $k+1$ 个采样数据之间的时滞区间) 所累积的丢包数为 $\sigma_k=(i_{k+1}-i_k)-1$.

注 3　网络的诱导时延是典型的不可导区间时滞[13], 不妨假设网络信号传递时延存在最小值 τ_m 和最大值 τ_M, 且最小值 $\tau_m>0$[13-14], 即信号传递时延 τ_k 有如下约束条件:

$$0<\tau_m\leqslant\tau_k\leqslant\tau_M,\ k=1,2,\cdots,\infty. \tag{7}$$

注 4　数据丢包的结果是执行器延后更新, 执行器接收到相邻两个控制信号存在着最大允许时间间隔, 即网路至多 η 秒必须进行一次成功的消息传递, 才能保证 NCSs 在一定调度策略下的稳定性, 通常称为最大允许传输间隔. 结合注 2 和注 3, 可以表达为

$$\begin{aligned}&(i_{k+1}-i_k)h+\tau_{k+1}=(\sigma_k+1)h+\tau_{k+1}\leqslant\\&(\bar\sigma+1)h+\tau_M\triangleq\eta,\ k=1,2,\cdots,\infty,\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\bar\sigma$ 表示成功传递的相邻两个采样间隔之间的最大数据丢包数, 即满足 $0\leqslant\sigma_k\leqslant\bar\sigma(k=1,2,\cdots,\infty)$.

由式 (2) 和 (6) 可得闭环非线性 NCSs 的全局模糊模型为

$$\begin{aligned}\dot x(t)=&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i\left(z(t)\right)\mu_j\left(z(i_kh)\right)\times\\&[A_ix(t)+B_iK_jf(x(i_kh))+E_iw(t)],\\y(t)=&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i(z(t))\mu_j(z(i_kh))\times\\&[C_ix(t)+D_iK_jf(x(i_kh))+F_iw(t)],\\&t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1}).\end{aligned} \tag{9}$$

根据文献 [15] 可知, 静态对数量化器函数可以写成扇形界格式. 令

$$\varLambda(t)=\mathrm{diag}\{\varLambda_1(t),\varLambda_2(t),\cdots,\varLambda_p(t)\}, \tag{10}$$

其中 $\varLambda_i(t)\in[-\delta_i,\delta_i],\ i=1,2,\cdots,p$, 则有

$$f(x(i_kh))=[I+\varLambda(t)]x(i_kh). \tag{11}$$

同时令 $i_kh=t-(t-i_kh)=t-\tau(t)$, 即 $\tau(t)=t-i_kh,\ t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})$, 则结合式 (7) 和 (8) 有

$$\begin{aligned}&0<\tau_m\leqslant\tau_k=i_kh+\tau_k-i_kh\leqslant\\&t-i_kh=\tau(t)<i_{k+1}h+\tau_{k+1}-i_kh=\\&(i_{k+1}-i_k)h+\tau_{k+1}\leqslant\eta.\end{aligned} \tag{12}$$

利用文献 [16] 的时滞分割思想, 可以将式 (12) 的区间时滞 $\tau(t)$ 表达成具有不同性质的两部分: 常时滞 τ_m 和有界变时滞 $h(t)$, 即

$$\tau(t)=\tau_m+h(t), \tag{13}$$

其中 $0\leqslant h(t)<\eta-\tau_m\triangleq\lambda$. 所以结合式 (9)~(13) 可得如下闭环模糊系统:

$$\begin{aligned}\dot x(t)=&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))[A_ix(t)+\\&B_iK_j(I+\varLambda(t))x(t-h(t)-\tau_m)+E_iw(t)],\\y(t)=&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))[C_ix(t)+\\&D_iK_j(I+\varLambda(t))x(t-h(t)-\tau_m)+F_iw(t)],\\&t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1}).\end{aligned} \tag{14}$$

同样地, 有且存在

$$\begin{aligned}&\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))\geqslant 0,\\&\sum_{j=1}^{n}\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))=1.\end{aligned}$$

定义 1　称闭环非线性 NCSs (9) 是具有 H_∞ 范数界 γ 渐近稳定的, 若:

1) 当 $w(t)\equiv 0$ 时, 闭环非线性 NCSs (9) 是渐近稳定的;

2) 在零初始条件下, 对于任意非零 $w(t)\in L_2[0,\infty)$, 控制输出 $y(t)$ 满足 $\|y(t)\|_2\leqslant\gamma\,\|w(t)\|_2$.

3　主要结果

本节分析闭环系统 (9) 具有 H_∞ 范数界 γ 渐近稳定的充分条件, 并给出量化反馈 H_∞ 模糊控制律.

3.1　H_∞ 性能分析

定理 1　考虑图 1 所示的非线性 NCSs. 给定正常数 $\mu,\ \gamma,\ \tau_m,\ \tau_M$, 非负整数 $\bar\sigma$ 和局部控制增益 K_j $(j=1,2,\cdots,n)$, 如果存在适当维数对称正定矩阵 P, Q, $M_l(l=1,2)$ 和对角矩阵 $W>0$, 使得

$$\begin{bmatrix}\varSigma_{ij}+\varOmega & \varSigma_{aij}\\ * & -W\end{bmatrix}<0,\ i,j=1,2,\cdots,n. \tag{15}$$

其中

$$\varSigma_{ij}=\begin{bmatrix}\varSigma_{11ij}&\varSigma_{12ij}&\varSigma_{13ij}&\varSigma_{14ij}&\varSigma_{15ij}&\varSigma_{16ij}\\ *&\varSigma_{22ij}&\varSigma_{23ij}&0&0&0\\ *&*&\varSigma_{33ij}&\varSigma_{34ij}&0&\varSigma_{36ij}\\ *&*&*&\varSigma_{44ij}&\varSigma_{45ij}&0\\ *&*&*&*&\varSigma_{55ij}&\varSigma_{56ij}\\ *&*&*&*&*&-I\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}&\varSigma_{aij}=[K_j^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T}P\ \ 0\ \ 0\ \ \mu K_j^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T}P\ \ 0\ \ K_j^{\mathrm T}D_i^{\mathrm T}]^{\mathrm T},\\&\varSigma_{11ij}=PA_i+A_i^{\mathrm T}P+Q-M_1,\ \varSigma_{12ij}=M_1,\\&\varSigma_{13ij}=PB_iK_j,\ \varSigma_{14ij}=\mu A_i^{\mathrm T}P,\ \varSigma_{15ij}=PE_i,\end{aligned}$$

$$\Sigma_{16ij}=C_i^{\mathrm{T}},\ \Sigma_{22ij}=-Q-M_1-M_2,\ \Sigma_{23ij}=M_2,$$
$$\Sigma_{33ij}=-M_2,\ \Sigma_{34ij}=\mu K_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P,\ \Sigma_{36ij}=K_j^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}},$$
$$\Sigma_{44ij}=\tau_m^2M_1+\lambda^2M_2-2\mu P,\ \Sigma_{45ij}=\mu PE_i,$$
$$\Sigma_{55ij}=-\gamma^2I,\ \Omega=\mathrm{diag}\{0,\ 0,\ \Lambda^2W,\ 0,\ 0,\ 0\},$$
$$\Sigma_{56ij}=F_i^{\mathrm{T}},\ \Lambda=\mathrm{diag}\{\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_p\}$$

成立, 则闭环非线性 NCSs (9) 是具有 H_∞ 扰动衰减率 γ 渐近稳定的. 这里, 符号 $*$ 表示矩阵对称位置上元素的转置 (以下同).

证明 定义如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$\begin{aligned}V(t)=&x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)+\int_{t-\tau_m}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)Qx(s)\mathrm{d}s+\\&\tau_m\int_{t-\tau_m}^{t}[s-(t-\tau_m)]\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)M_1\dot{x}(s)\mathrm{d}s+\\&\lambda\int_{t-\eta}^{t-\tau_m}[s-(t-\eta)]\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)M_2\dot{x}(s)\mathrm{d}s+\\&\lambda^2\int_{t-\tau_m}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)M_2\dot{x}(s)\mathrm{d}s,\end{aligned}\tag{16}$$

其中 $P,\ Q,\ M_l(l=1,2)$ 为要确定的正定对称矩阵. 则 $V(t)$ 在 $t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})$ 上沿着系统 (14) 的轨迹关于时间 t 的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}(t)=&\sum_{i=1}^{n}\mu_i(z(t))[x^{\mathrm{T}}(t)(PA_i+A_i^{\mathrm{T}}P)x(t)+\\&2x^{\mathrm{T}}(t)PE_iw(t)]+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i(z(t))\times\\&\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))[2x^{\mathrm{T}}(t)PB_iK_j\times\\&(I+\Lambda(t))x(t-h(t)-\tau_m)]+x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t)-\\&x^{\mathrm{T}}(t-\tau_m)Qx(t-\tau_m)+\tau_m^2\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)M_1\dot{x}(t)+\\&\lambda^2\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)M_2\dot{x}(t)-\tau_m\int_{t-\tau_m}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)M_1\dot{x}(s)\mathrm{d}s-\\&\lambda\int_{t-\eta}^{t-\tau_m}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)M_2\dot{x}(s)\mathrm{d}s.\end{aligned}\tag{17}$$

对式 (17) 的两个积分项应用文献 [17] 的引理 3 可得

$$\begin{aligned}&-\tau_m\int_{t-\tau_m}^{t}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)M_1\dot{x}(s)\mathrm{d}s\leqslant\\&-[x(t)-x(t-\tau_m)]^{\mathrm{T}}M_1[x(t)-x(t-\tau_m)],\end{aligned}\tag{18}$$

$$\begin{aligned}&-\lambda\int_{t-\eta}^{t-\tau_m}\dot{x}^{\mathrm{T}}(s)M_2\dot{x}(s)\mathrm{d}s<\\&-[x(t-\tau_m)-x(t-h(t)-\tau_m)]^{\mathrm{T}}M_2\times\\&[x(t-\tau_m)-x(t-h(t)-\tau_m)].\end{aligned}\tag{19}$$

同时, 由式 (14) 可知, 给定常数 $\mu>0$ 可以使得在 $t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})$ 时下式成立:

$$\begin{aligned}&-2\mu\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)P\dot{x}(t)+2\mu\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)P\Big\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i(z(t))\times\\&\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))[A_ix(t)+B_iK_j\times\\&(I+\Lambda(t))x(t-h(t)-\tau_m)+E_iw(t)]\Big\}=0.\end{aligned}\tag{20}$$

对式 (14) 应用文献 [5] 的引理 1, 可得在 $t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})$ 时, 有

$$\begin{aligned}&y^{\mathrm{T}}(t)y(t)\leqslant\\&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))[C_ix(t)+\\&D_iK_j(I+\Lambda(t))x(t-h(t)-\tau_m)+F_iw(t)]^{\mathrm{T}}[C_ix(t)+\\&D_iK_j(I+\Lambda(t))x(t-h(t)-\tau_m)+F_iw(t)].\end{aligned}\tag{21}$$

由式 (17)~(21) 可知, 在 $t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})$ 时, 有

$$\begin{aligned}&\dot{V}(t)+y^{\mathrm{T}}(t)y(t)-\gamma^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)<\\&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\mu_i(z(t))\mu_j(z(t-h(t)-\tau_m))[\xi^{\mathrm{T}}(t)\Pi_{ij}\xi(t)].\end{aligned}\tag{22}$$

其中

$$\begin{aligned}\xi(t)=&[x^{\mathrm{T}}(t)\quad x^{\mathrm{T}}(t-\tau_m)\quad x^{\mathrm{T}}(t-h(t)-\tau_m)\\&\dot{x}^{\mathrm{T}}(t)\quad w^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},\end{aligned}$$

$$\Pi_{ij}=\begin{bmatrix}\Sigma_{11ij}&\Sigma_{12ij}&\Pi_{13ij}&\Sigma_{14ij}&\Sigma_{15ij}\\ *&\Sigma_{22ij}&\Sigma_{23ij}&0&0\\ *&*&\Sigma_{33ij}&\Pi_{34ij}&0\\ *&*&*&\Sigma_{44ij}&\Sigma_{45ij}\\ *&*&*&*&\Sigma_{55ij}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\Sigma_{16ij}\\0\\\Pi_{36ij}\\0\\\Sigma_{56ij}\end{bmatrix}[\Sigma_{16ij}^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ \Pi_{36ij}^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ \Sigma_{56ij}^{\mathrm{T}}],$$

$$\Pi_{13ij}=PB_iK_j[I+\Lambda(t)],$$
$$\Pi_{34ij}=\mu[I+\Lambda(t)]K_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P,$$
$$\Pi_{36ij}=[I+\Lambda(t)]K_j^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}}.$$

由 Schur 补运算可知, $\Pi_{ij}<0$ 等价于

$$\Pi_{ij}'=\begin{bmatrix}\Sigma_{11ij}&\Sigma_{12ij}&\Pi_{13ij}&\Sigma_{14ij}&\Sigma_{15ij}&\Sigma_{16ij}\\ *&\Sigma_{22ij}&\Sigma_{23ij}&0&0&0\\ *&*&\Sigma_{33ij}&\Pi_{34ij}&0&\Pi_{36ij}\\ *&*&*&\Sigma_{44ij}&\Sigma_{45ij}&0\\ *&*&*&*&\Sigma_{55ij}&\Sigma_{56ij}\\ *&*&*&*&*&-I\end{bmatrix}<0.\tag{23}$$

式 (23) 可以写成

$$\Pi_{ij}'=\Sigma_{ij}+\Sigma_{aij}\Sigma_b(t)+\Sigma_b^{\mathrm{T}}(t)\Sigma_{aij}^{\mathrm{T}}<0,\tag{24}$$

其中 $\Sigma_b(t)=[0\ \ 0\ \ \Lambda(t)\ \ 0\ \ 0\ \ 0]$. 应用文献 [11] 的引理 1, 式 (24) 成立的充要条件是, 当且仅当存在对角矩阵 $W>0$ 使得

$$\Sigma_{ij}+\Sigma_{aij}W^{-1}\Sigma_{aij}^{\mathrm{T}}+\Sigma_b^{\mathrm{T}}(t)W\Sigma_b(t)<0.\tag{25}$$

由 Schur 补运算可知, 式 (25) 成立的充要条件是

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{ij}+\Sigma_b^{\mathrm{T}}(t)W\Sigma_b(t) & \Sigma_{aij} \\ * & -W \end{bmatrix}<0. \tag{26}$$

由于 $\Lambda_i(t)\in[-\delta_i,\delta_i](i=1,2,\cdots,p)$, 式 (15) 能够保证式 (26) 成立.

由以上证明可知, 当 $t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})$ 时, $\dot V(t)+y^{\mathrm{T}}(t)y(t)-\gamma^2w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\leqslant 0$. 对其从 $i_kh+\tau_k$ 到 $t\in[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})$ 积分, 可得

$$V(t)-V(i_kh+\tau_k)\leqslant -\int_{i_kh+\tau_k}^t y^{\mathrm{T}}(s)y(s)\mathrm{d}s+\int_{i_kh+\tau_k}^t \gamma^2w^{\mathrm{T}}(s)w(s)\mathrm{d}s. \tag{27}$$

由于

$$\bigcup_{k=1}^{\infty}[i_kh+\tau_k,i_{k+1}h+\tau_{k+1})=[t_0,\infty),$$

且 $x(t)$ 是 t 的连续函数, 从而 $V(t)$ 也是 t 的连续函数, 由式 (27) 可知

$$V(t)-V(t_0)\leqslant -\int_{t_0}^t y^{\mathrm{T}}(s)y(s)\mathrm{d}s+\int_{t_0}^t \gamma^2w^{\mathrm{T}}(s)w(s)\mathrm{d}s. \tag{28}$$

令 $t\to\infty$, 且在零初始条件下, 由式 (28) 可得

$$\int_{t_0}^\infty y^{\mathrm{T}}(s)y(s)\mathrm{d}s\leqslant\gamma^2\int_{t_0}^\infty w^{\mathrm{T}}(s)w(s)\mathrm{d}s,$$

即 $\|y(t)\|_2\leqslant\gamma\|w(t)\|_2$.

另外, 当 $w(t)\equiv 0$ 时, 按照同样的方法, 可以证得闭环系统 (14) 在定理 1 的条件下是渐近稳定的. 因此, 根据定义 1, 定理 1 得证. □

3.2 H_∞ 控制器设计

定理 2 考虑图 1 所示的非线性 NCSs. 给定正常数 μ,γ,τ_m,τ_M 和非负整数 $\bar\sigma$, 如果存在适当维数对称正定矩阵 $X,\bar Q,\bar M_l(l=1,2)$, 对角矩阵 $\bar W>0$ 和任意适当维数矩阵 $Y_j(j=1,2,\cdots,n)$, 使得

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{ij} & \Psi_{ij} & \Theta \\ * & -X\bar W^{-1}X & 0 \\ * & * & -\Lambda^{-2}\bar W \end{bmatrix}<0,$$

$$i,j=1,2,\cdots,n. \tag{29}$$

其中

$$\Gamma_{ij}=\begin{bmatrix} \Gamma_{11ij} & \Gamma_{12ij} & \Gamma_{13ij} & \Gamma_{14ij} & \Gamma_{15ij} & \Gamma_{16ij} \\ * & \Gamma_{22ij} & \Gamma_{23ij} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Gamma_{33ij} & \Gamma_{34ij} & 0 & \Gamma_{36ij} \\ * & * & * & \Gamma_{44ij} & \Gamma_{45ij} & 0 \\ * & * & * & * & \Gamma_{55ij} & \Gamma_{56ij} \\ * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{ij}=[Y_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ 0\ \ \mu Y_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ Y_j^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\Theta=[0\ \ 0\ \ X^{\mathrm{T}}\ \ 0\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$\Gamma_{11ij}=A_iX+XA_i^{\mathrm{T}}+\bar Q-\bar M_1,\ \Gamma_{12ij}=\bar M_1,$$

$$\Gamma_{13ij}=B_iY_j,\ \Gamma_{14ij}=\mu XA_i^{\mathrm{T}},\ \Gamma_{15ij}=E_i,$$

$$\Gamma_{16ij}=XC_i^{\mathrm{T}},\ \Gamma_{22ij}=-\bar Q-\bar M_1-\bar M_2,$$

$$\Gamma_{23ij}=\bar M_2,\ \Gamma_{33ij}=-\bar M_2,\ \Gamma_{34ij}=\mu Y_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}},$$

$$\Gamma_{36ij}=Y_j^{\mathrm{T}}D_i^{\mathrm{T}},\ \Gamma_{44ij}=\tau_m^2\bar M_1+\lambda^2\bar M_2-2\mu X,$$

$$\Gamma_{45ij}=\mu E_i,\ \Gamma_{55ij}=-\gamma^2 I,\ \Gamma_{56ij}=F_i^{\mathrm{T}} \tag{30}$$

成立, 则闭环非线性 NCSs (9) 是具有 H_∞ 扰动衰减率 γ 渐近稳定的, 且反馈增益为 $K_j=Y_jX^{-1}$, $j=1,2,\cdots,n$.

证明 对于定理 1, 令 $X=P^{-1}$, 对式 (15) 的两边均分别左乘和右乘对角阵 $\mathrm{diag}\{X,\ X,\ X,\ X,\ I,\ I,\ X\}$, 并将新变量 $\bar Q=XQX$, $\bar M_l=XM_lX(l=1,2)$, $\bar W=W^{-1}$, $Y_j=K_jX$ 代入其中, $X\Lambda^2\bar W^{-1}X$ 项应用 Schur 补运算, 则得式 (29). □

注 5 定理 2 的条件中有非线性项 $X\bar W^{-1}X$ 存在于式 (29) 中, 因此式 (29) 并不是一个标准的 LMI 可行解问题. 注意到当 $\bar W>0$ 时, $-X\bar W^{-1}X\leqslant\bar W-2X$, 并结合定理 2, 可得到如下定理.

定理 3 考虑图 1 所示的非线性 NCSs. 给定正常数 μ,γ,τ_m,τ_M 和非负整数 $\bar\sigma$, 如果存在适当维数对称正定矩阵 $X,\bar Q,\bar M_l(l=1,2)$, 对角矩阵 $\bar W>0$ 和任意适当维数矩阵 $Y_j(j=1,2,\cdots,n)$, 使得

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{ij} & \Psi_{ij} & \Theta \\ * & \bar W-2X & 0 \\ * & * & -\Lambda^{-2}\bar W \end{bmatrix}<0,$$

$$i,j=1,2,\cdots,n \tag{31}$$

成立, 则闭环非线性 NCSs (9) 是具有 H_∞ 扰动衰减率 γ 渐近稳定的, 且反馈增益为 $K_j=Y_jX^{-1}$. 其中: $j=1,2,\cdots,n$; Γ_{ij}, Ψ_{ij}, Θ 由式 (30) 给出.

注 6 在定理 3 中, 将 H_∞ 性能界 γ 作为未知变量, 式 (31) 同样也是以 γ^2 为变量的 LMIs. 因此, 通过求解 γ^2 的最小化问题, 可以解得闭环 NCSs (9) 的最优 H_∞ 控制器.

4 仿真例子

考虑图 1 所示的 NCSs. 假设被控对象为如下非线性弹簧惯性系统[5]:

$$\dot x_1(t)=x_2(t),$$

$$\dot x_2(t)=-0.01x_1(t)-0.67x_1^3(t)+w(t)+u(t). \tag{32}$$

其中: $x_1(t)\in[-1,1]$, $w(t)=0.2\sin(2\pi)\exp(-t)$ 是外部干扰信号. 若选择隶属度函数为 $\mu_1(x_1(t))=1-x_1^2(t)$ 和 $\mu_2(x_1(t))=x_1^2(t)$, 则系统 (32) 可用如下 T-S 模糊模型表示[5]:

$$\begin{aligned} &\text{Rule 1: If } x_1(t) \text{ is } W_1,\\ &\qquad \text{Then } \dot x(t)=A_1x(t)+B_1u(t)+E_1w(t),\\ &\qquad\qquad y(t)=C_1x(t)+D_1u(t)+F_1w(t); \end{aligned}$$

Rule 2 : If $x_1(t)$ is W_2,

$$\text{Then } \dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t) + E_2w(t),$$
$$y(t) = C_2x(t) + D_2u(t) + F_2w(t).$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.01 & 0 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.68 & 0 \end{bmatrix},$$
$$B_1 = B_2 = [0\ \ 1]^{\mathrm{T}},\ E_1 = E_2 = [1\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$
$$C_1 = C_2 = [0\ \ 1],\ D_1 = D_2 = 0,\ F_1 = F_2 = 0.$$

本文采样周期选为 $h = 0.01\,\mathrm{s}$; 式(7)给定的网络信号传递时延条件为 $\tau_m = 0.01\,\mathrm{s}$ 和 $\tau_M = 0.03\,\mathrm{s}$; 式(8)给定的最大数据丢包数为 $\bar{\sigma} = 2$. 可解得 $\eta = \tau_M + (\bar{\sigma}+1)h = 0.06\,\mathrm{s}$, $\lambda = \eta - \tau_m = 0.05\,\mathrm{s}$. 另外, 量化器的密度参数选为 $\rho_1 = 0.86$, $\rho_2 = 0.9$.

当选取 $\mu = 0.07$, 利用 Matlab 的 LMI 工具箱可从定理3 (对 LMIs (31) 最小化 γ^2) 解得 H_∞ 模糊控制器增益为 $K_1 = K_2 = [-0.6993\ \ -1.6425]$, 且最优的 H_∞ 性能界为 $\gamma^* = 2.9121$. 最后, 假设系统的初始状态为 $[0.5\ \ -0.8]^{\mathrm{T}}$, 则闭环 NCSs 的状态响应曲线如图2所示.

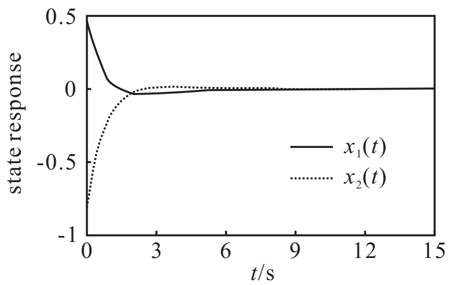

图 2 闭环 NCSs 的状态响应

5 结 论

针对非线性连续被控对象, 并考虑到网络的信号传递时延、数据丢包和信号量化, 本文首次用 T-S 模糊方法研究了非线性 NCSs 的状态量化反馈 H_∞ 控制问题, 并以可检测的 LMIs 形式给出闭环 NCSs 的 H_∞ 控制器综合定理. 实际模型的仿真表明本文所提方法是有效的.

参考文献(References)

[1] Yue D, Han Q L, Lam J. Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty[J]. Automatica, 2005, 41(6): 999-1007.

[2] Hu L S, Bai T, Shi P, et al. Sampled-data control of networked linear control systems[J]. Automatica, 2007, 43(5): 903-911.

[3] Ma C L, Fang H J. Research on stochastic control of networked control system[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2009, 14(2): 500-507.

[4] Jia X C, Zhang D W, Zhang L H, et al. Modeling and stabilization for a class of nonlinear networked control systems: A T-S fuzzy approach[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(6): 1031-1037.

[5] Zhang H G, Yang J, Su C Y. T-S fuzzy-model-based robust H_∞ design for networked control systems with uncertainties[J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2007, 3(4): 289-301.

[6] Zhang H G, Yang D D, Chai T Y. Guaranteed cost networked control for T-S fuzzy systems with time delays[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics: Part C, 2007, 37(2): 160-172.

[7] 岳东, 彭晨, 韩清龙. 网络控制系统的分析与综合[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 8, 123.
(Yue D, Peng C, Han Q L. The analysis and synthesis of networked control systems[M]. Beijing: Science Press, 2007: 8, 123.)

[8] Yue D, Lam J, Wang Z D. Persistent disturbance rejection via state feedback for networked control systems[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 40(1): 382-391.

[9] Yue D, Peng C, Tang G Y. Guaranteed cost control of linear systems over networks with state and input quantizations[J]. IEEE Proceedings: Control Theory and Applications, 2006, 6(153): 658-664.

[10] Tian E G, Yue D, Peng C. Quantized output feedback control for networked control systems[J]. Information Sciences, 2008, 178(12): 2734-2749.

[11] Gao H J, Chen T W, Lam J. A new delay system approach to network-based control[J]. Automatica, 2008, 44(1): 39-52.

[12] Peng C, Tian Y C. Networked H_∞ control of linear systems with state quantization[J]. Information Sciences, 2007, 177(24): 5763-5774.

[13] Yue D, Han Q L, Peng C. State feedback controller design of networked control systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-II, 2004, 11(51): 640-644.

[14] Yue D, Han Q L. Network-based robust H_∞ filtering for uncertain linear systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 4(11): 4293-4301.

[15] Fu M Y, Xie L H. The sector bound approach to quantized feedback control[J]. IEEE Trans on Automatic control, 2005, 50(11): 1698-1711.

[16] Mou S S, Gao H J, Chen T W. New delay-range-dependent stability condition for linear system[C]. Proc of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Chongqing, 2008: 313-316.

[17] Lien C H, Yu K W, Chen W D, et al. Stability criteria for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with interval time-varying delay[J]. IET Control Theory Applications, 2007, 1(3): 764-769.