

文章编号: 1001-0920(2011)03-0453-04

非均匀周期采样系统的递阶最小二乘辨识方法

刘艳君, 丁 锋

(江南大学 控制科学与工程研究中心, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对非均匀周期采样系统, 通过状态空间模型离散化方法得到其输入输出表达形式. 鉴于参数化后得到的辨识模型同时包含 1 个参数向量和 1 个参数矩阵, 利用递阶辨识原理, 将辨识模型分解为分别含有参数向量和参数矩阵的 2 个虚拟子系统; 考虑到系统的因果约束问题, 将包含参数矩阵的子系统分解为子系统进行辨识, 从而提出这类非均匀周期采样系统的递阶最小二乘辨识方法. 仿真例子表明该算法是有效的.

关键词: 递阶辨识; 参数估计; 非均匀采样; 多率系统; 状态空间模型

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Hierarchical least squares identification for periodically non-uniformly sampled systems

LIU Yan-jun, DING Feng

(Control Science and Engineering Research Center, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: LIU Yan-jun, E-mail: yanjunliu_1983@126.com)

Abstract: An input-output representation is obtained for the periodically non-uniformly sampled systems by using the discretization technique of the state space models. According to the hierarchical identification principle, the obtained identification model is decomposed into two fictitious subsystems, one containing the parameter vector and the other containing the parameter matrix. Taking into account the causality constraints, the subsystem with the parameter matrix is also decomposed into several sub-subsystems, and the hierarchical least squares identification method is developed for the non-uniformly sampled systems. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: hierarchical identification; parameter estimation; non-uniform sampling; multirate systems; state-space models

1 引 言

传统离散时间系统(即单率系统)假设所有变量都以同一频率进行采样. 单率系统的辨识方法有最小二乘算法、随机梯度算法、偏差补偿法^[1]和辅助模型方法^[2]等. 在现代工业中, 由于受传感器等硬件条件限制, 系统中往往存在 2 种或 2 种以上的采样频率, 即多率系统. 无论单率系统还是多率系统, 对于某一个变量而言, 其采样间隔是相等的, 即均匀采样. 实际中还存在一种非均匀采样系统, 即输入或输出通道的采样不呈现等时间间隔^[3]. 非均匀采样系统在过程工业中比较常见, 一些变量(如产品的浓度和分子量的测量)通常需经实验室分析才能得到, 其采样往往呈现非均匀性, 因而产生非均匀采样系统. 本文便研究这类非均匀采样系统的辨识问题.

本文研究的非均匀采样系统的采样方式是以一个大的框架周期为周期, 在框架周期内进行非均匀采样, 因此又称为非均匀周期采样系统. 理论研究表明, 非均匀周期采样系统有着均匀采样系统所没有的特点, 例如非均匀周期采样系统离散化后能保证系统的可控性和可观性, 能够由离散系统模型唯一重构连续系统模型^[4]. 文献[3-4]提出了非均匀周期采样系统状态空间模型的联合状态与参数估计的方法. 文献[5]利用辅助模型技术讨论了非均匀采样多率系统输出误差模型的辨识问题. 本文则讨论非均匀采样系统的递阶辨识方法, 文中所采用的采样方案为非均匀周期刷新和非均匀周期采样, 与文献[5]所采用的非均匀周期刷新和周期采样方案是不同的.

收稿日期: 2009-12-10; 修回日期: 2010-04-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60973043).

作者简介: 刘艳君(1983—), 女, 博士生, 从事系统辨识的研究; 丁锋(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事系统辨识与控制理论等研究.

2 问题构成

非均匀采样多率系统如图 1 所示. 图中: S_c 为连续过程; H_r 为非均匀零阶保持器; $u(t) = u(kT + t_{i-1})$, $kT + t_{i-1} \leq t < kT + t_i$, 其中: $t_i := t_{i-1} + \tau_i = \tau_1 + \tau_2 + \cdots + \tau_i$ (设 $t_0 = 0$), $T := \tau_1 + \tau_2 + \cdots + \tau_r = t_r$ 称为框架周期; S_r 为非均匀采样器, 采样时间与刷新时间同步, 生成离散输出信号 $y(kT + t_i)$. 这种采样方案称为非均匀周期刷新和非均匀周期采样方案. 使用该采样方案, 在第 k 个框架周期 $[kT, kT + T)$ 上, 控制输入 u 和输出 y 在点 $t = kT + t_i$ ($i = 0, 1, \dots, r-1$) 分别非均匀刷新 r 次和非均匀采样 r 次.



图 1 非均匀采样多率系统

设连续过程 S_c 的状态空间模型为

$$S_c: \begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_c \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_c u(t), \\ y(t) = \boldsymbol{C} \boldsymbol{x}(t) + D u(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量; $u(t) \in \mathbf{R}^1$ 是控制输入; $y(t) \in \mathbf{R}^1$ 是系统输出; $\boldsymbol{A}_c, \boldsymbol{B}_c, \boldsymbol{C}$ 是适当维数的矩阵; D 是常数. 参考文献 [3-5], 将系统 (1) 离散化, 可得如下状态方程:

$$\boldsymbol{x}(kT + t_i) = \boldsymbol{A}_{t_i} \boldsymbol{x}(kT) + \sum_{j=0}^{i-1} \boldsymbol{B}_{ij} u(kT + t_j). \quad (2)$$

用框架周期 $T = t_r$ 代替式 (2) 中的 t_i , 可得

$$\boldsymbol{x}(kT + T) = \boldsymbol{A} \boldsymbol{x}(kT) + \sum_{j=0}^{r-1} \boldsymbol{B}_i u(kT + t_j). \quad (3)$$

其中

$$\boldsymbol{A}_{t_i} := e^{\boldsymbol{A}_c t_i} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \quad \boldsymbol{A} := e^{\boldsymbol{A}_c T} \in \mathbf{R}^{n \times n},$$

$$\boldsymbol{B}_{ij} := e^{\boldsymbol{A}_c (t_i - t_j)} \int_0^{\tau_j} e^{\boldsymbol{A}_c t} dt \boldsymbol{B}_c \in \mathbf{R}^n,$$

$$\boldsymbol{B}_j := e^{\boldsymbol{A}_c (T - t_j)} \int_0^{\tau_j} e^{\boldsymbol{A}_c t} dt \boldsymbol{B}_c \in \mathbf{R}^n.$$

输出方程为

$$y(kT + t_i) = \boldsymbol{C} \boldsymbol{x}(kT + t_i) + D u(kT + t_i). \quad (4)$$

引入 n 阶单位阵 \boldsymbol{I}_n 和后移位算子 z^{-1} 或前移位算子 z [$z^{-1} u(kT + t_i) = u(kT + t_i - T)$, $z \boldsymbol{x}(kT) = \boldsymbol{x}(kT + T)$], 利用式 (2) 和 (3) 消去式 (4) 中的状态 $\boldsymbol{x}(kT + t_i)$, 可得

$$y(kT + t_i) = \sum_{j=0}^{r-1} \frac{\beta_{ij}(z)}{\alpha(z)} u(kT + t_j). \quad (5)$$

其中特征多项式 $\alpha(z)$ 和 $\beta_{ij}(z)$ 均为 z^{-1} 的多项式, 即

$$\alpha(z) := z^{-n} \det[z \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}] =:$$

$$1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \cdots + \alpha_n z^{-n} \in \mathbf{R}^1;$$

$$\beta_{ii}(z) := z^{-n} \boldsymbol{C} \boldsymbol{A}_{t_i} \text{adj}[z \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}] \boldsymbol{B}_i + D \alpha(z) =:$$

$$\beta_{ii}(0) + \sum_{l=1}^n \beta_{ii}(l) z^{-l}, \quad \beta_{ii}(l) \in \mathbf{R}^1;$$

$$\beta_{ij}(z) := z^{-n} \boldsymbol{C} \boldsymbol{A}_{t_i} \text{adj}[z \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}] \boldsymbol{B}_j + \boldsymbol{C} \boldsymbol{B}_{ij} \alpha(z) =:$$

$$\sum_{l=0}^n \beta_{ij}(l) z^{-l}, \quad \beta_{ij}(l) \in \mathbf{R}^1, \quad j < i;$$

$$\beta_{ij}(z) := z^{-n} \boldsymbol{C} \boldsymbol{A}_{t_i} \text{adj}[z \boldsymbol{I}_n - \boldsymbol{A}] \boldsymbol{B}_j =:$$

$$\sum_{l=1}^n \beta_{ij}(l) z^{-l}, \quad \beta_{ij}(l) \in \mathbf{R}^1, \quad j > i.$$

引入白噪声 $v(kT + t_i)$, 即白噪声 $v(t)$ 在 $t = kT + t_i$ 时的采样值, 则由式 (5) 可得

$$\alpha(z) y(kT + t_i) = \sum_{j=0}^{r-1} \beta_{ij}(z) u(kT + t_j) + v(kT + t_i). \quad (6)$$

为简便起见, 下面用 t 代表 kT , 即 $t := kT$. 定义区间 $[kT, kT + T)$ 上的提升输出向量 $\boldsymbol{Y}(t)$, 提升输入向量 $\boldsymbol{U}(t)$ 和提升噪声向量 $\boldsymbol{V}(t)$ 如下:

$$\boldsymbol{Y}(t) := [y(t), y(t + t_1), \dots, y(kT + t_{r-1})]^T =:$$

$$[y_0(t), y_1(t), \dots, y_{r-1}(t)]^T \in \mathbf{R}^r,$$

$$\boldsymbol{U}(t) := [u(t), u(t + t_1), \dots, u(t + t_{r-1})]^T =:$$

$$[u_0(t), u_1(t), \dots, u_{r-1}(t)]^T \in \mathbf{R}^r,$$

$$\boldsymbol{V}(t) := [v(t), v(t + t_1), \dots, v(t + t_{r-1})]^T =:$$

$$[v_0(t), v_1(t), \dots, v_{r-1}(t)]^T \in \mathbf{R}^r.$$

当 $i = 0, 1, \dots, (r-1)$ 时, 由式 (6) 可得下列关系:

$$\alpha(z) \boldsymbol{Y}(t) = \sum_{l=0}^n \boldsymbol{\beta}(l) \boldsymbol{U}(t - lT) + \boldsymbol{V}(t), \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\beta}(0) :=$$

$$\begin{bmatrix} \beta_{00}(0) & 0 & \cdots & 0 \\ \beta_{10}(0) & \beta_{11}(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{(r-1)0}(0) & \beta_{(r-1)1}(0) & \cdots & \beta_{(r-1)(r-1)}(0) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\beta}(l) \in \mathbf{R}^{r \times r}, \quad l = 0, 1, \dots, n.$$

从上式可以看出, 矩阵 $\boldsymbol{\beta}(0)$ 是一个下三角矩阵, 即 $\boldsymbol{\beta}(0)$ 对角线以上的元素均为 0, 这就是所谓的因果约束, 是多率系统提升后所特有的一种形式. 因为模型 (7) 是由连续过程模型 (1) 推导得到, 所以因果约束自然满足^[6]. 本文将研究在辨识算法中如何处理这个因果约束, 目标是利用可测的输入输出数据 $\{u(kT + t_i), y(kT + t_i)\}$, 研究相应的递阶辨识算法, 以估计系统参数 $\{\alpha_l, \beta_{ij}(l)\}$ 以及 $\boldsymbol{\beta}(0)$ 中的非零元.

定义参数矩阵 $\boldsymbol{\theta}$, 参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$, 输入信息向量 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 以及输出信息矩阵 $\boldsymbol{\psi}(t)$ 如下:

$$\boldsymbol{\theta}^T = [\boldsymbol{\beta}(0), \boldsymbol{\beta}(1), \dots, \boldsymbol{\beta}(n)] \in \mathbf{R}^{r \times (n+1)r},$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T \in \mathbf{R}^n,$$

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = [\boldsymbol{U}^T(t), \boldsymbol{U}^T(t - T), \dots, \boldsymbol{U}^T(t - nT)]^T \in$$

$$\mathbf{R}^{(n+1)r},$$

$$\psi(t) = [\mathbf{Y}(t-T), \dots, \mathbf{Y}(t-nT)] \in \mathbf{R}^{r \times n}.$$

则模型(7)可写为下列形式:

$$\mathbf{Y}(t) + \psi(t)\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(t) + \mathbf{V}(t). \quad (8)$$

模型(8)中同时包含一参数矩阵 $\boldsymbol{\theta}$ 和一参数向量 $\boldsymbol{\alpha}$, 因而不能直接采用最小二乘法辨识. 为此, 可将模型(8)重新参数化.

为叙述方便, 这里对一些符号进行说明. \mathbf{I}_r 为 r 阶单位矩阵; $\|\mathbf{X}\|^2 := \text{tr}[\mathbf{X}\mathbf{X}^T]$ 表示矩阵范数; \otimes 表示 Kronecker 积或直积, 即如果 $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{m \times n}$, $\mathbf{B} = [b_{ij}] \in \mathbf{R}^{p \times q}$, 则 $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = [a_{ij}\mathbf{B}] \in \mathbf{R}^{mp \times nq}$; $\text{col}[\mathbf{X}]$ 表示矩阵 \mathbf{X} 的列所构成的向量, 即若 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n] \in \mathbf{R}^{m \times n}$, 则 $\text{col}[\mathbf{X}] = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \dots, \mathbf{x}_n^T]^T \in \mathbf{R}^{mn}$.

定义扩展参数向量 $\boldsymbol{\vartheta}$ 和扩展信息矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(t)$ 分别为

$$\boldsymbol{\vartheta} := \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \text{col}[\boldsymbol{\theta}^T] \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^m, \quad m := n + (n+1)r^2;$$

$$\boldsymbol{\Phi}(t) := [-\psi(t), \mathbf{I}_r \otimes \boldsymbol{\varphi}^T(t)] \in \mathbf{R}^{r \times m}.$$

则模型(8)可写成下列最小二乘辨识模型形式:

$$\mathbf{Y}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t)\boldsymbol{\vartheta} + \mathbf{V}(t). \quad (9)$$

下列递推最小二乘(RLS)算法可获得 $\boldsymbol{\vartheta}$ 的估计值 $\hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t)$:

$$\hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t) = \hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t-T) + \mathbf{L}(t)[\mathbf{Y}(t) - \boldsymbol{\Phi}(t)\hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t-T)], \quad (10)$$

$$\mathbf{L}(t) =$$

$$\mathbf{P}(t-T)\boldsymbol{\Phi}^T(t)[\mathbf{I}_r + \boldsymbol{\Phi}(t)\mathbf{P}(t-T)\boldsymbol{\Phi}^T(t)]^{-1}, \quad (11)$$

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}(t-T) - \mathbf{L}(t)\boldsymbol{\Phi}(t)\mathbf{P}(t-T). \quad (12)$$

尽管上述 RLS 算法(10)~(12)可以估计出非均匀采样系统的参数, 但注意到该算法中信息矩阵 $\boldsymbol{\Phi}(t)$ 是一个 $r \times m$ 维矩阵, 且包含 $(n+1)(r^3-r^2)$ 个零元素, 在每一步递推计算中均需计算 $\mathbf{P}(t) \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 这个大维数协方差矩阵, 因此该算法的计算量很大, 而且参数向量 $\boldsymbol{\vartheta}$ 中至少含有 $\frac{r(r-1)}{2}$ 个零元, 这些零元素是不需要辨识的.

3 算法推导

下面基于递阶辨识原理^[7-8]推导非均匀采样系统模型(7)的递阶最小二乘辨识方法. 定义如下2个中间向量:

$$\mathbf{W}(t) := \mathbf{Y}(t) - \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(t), \quad (13)$$

$$\mathbf{Z}(t) := \mathbf{Y}(t) + \psi(t)\boldsymbol{\alpha}, \quad (14)$$

则模型(7)可分解为2个虚拟子系统, 分别为

$$S_1: \mathbf{W}(t) = -\psi(t)\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{V}(t), \quad (15)$$

$$S_2: \mathbf{Z}(t) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(t) + \mathbf{V}(t). \quad (16)$$

式中: $\mathbf{W}(t) \in \mathbf{R}^r$, $\psi(t) \in \mathbf{R}^{r \times n}$ 和 $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbf{R}^n$ 可看作子系统 S_1 的输出向量、信息矩阵和参数向量; 类似地,

$\mathbf{Z}(t) \in \mathbf{R}^r$, $\boldsymbol{\varphi}(t) \in \mathbf{R}^{(n+1)r}$ 和 $\boldsymbol{\theta} \in \mathbf{R}^{(n+1)r \times r}$ 分别为子系统 S_2 的输出向量、信息向量和参数矩阵.

考虑到因果约束, 即子系统 S_2 中参数矩阵 $\boldsymbol{\theta}$ 中的 $\beta(0)$ 对角线以上元均为0这一特殊结构, 为避免这些零元素的辨识, 去掉零元, 定义新的参数向量

$$\boldsymbol{\theta}_i :=$$

$$[\beta_{i0}(0), \beta_{i1}(0), \dots, \beta_{ii}(0), \beta_{i0}(1), \beta_{i1}(1), \dots, \beta_{i(r-1)}(1), \dots, \beta_{i0}(n), \beta_{i1}(n), \dots, \beta_{i(r-1)}(n)]^T \in \mathbf{R}^{n_i},$$

$$n_i := nr + i + 1, \quad i = 0, 1, \dots, r-1;$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i(t) :=$$

$$[u(t), u(t+t_1), \dots, u(t+t_i), u(t-T), u(t+t_1-T), \dots, u(t+t_{p-1}-T), \dots, u(t-nT), u(t+t_1-nT), \dots, u(t+t_{r-1}-nT)]^T \in \mathbf{R}^{n_i}.$$

并令 $\mathbf{Z}(t) := [Z_0(t), Z_2(t), \dots, Z_{r-1}(t)]^T \in \mathbf{R}^r$. 则系统 S_2 又可分为 r 个子子系统 ($i=0, 1, \dots, r-1$), 即

$$Z_i(t) = \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i(t) + v_i(t), \quad (17)$$

其中 $Z_i(t)$, $\boldsymbol{\theta}_i$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_i(t)$ 分别为子系统 S_2 的各子子系统的输出、参数向量和信息向量. 注意这里参数向量 $\boldsymbol{\theta}_i$ 中不包含零元素. 由式(14)可得

$$Z_i(t) = y_i(t) + \psi_i(t)\boldsymbol{\alpha}, \quad (18)$$

$$\psi_i(t) := [y_i(t-T), \dots, y_i(t-nT)].$$

定义下列准则函数

$$J(\boldsymbol{\alpha}) := \sum_{i=1}^t \|\mathbf{W}(i) + \psi(i)\boldsymbol{\alpha}\|^2,$$

$$J_i(\boldsymbol{\theta}_i) := \sum_{j=1}^t \|Z_i(j) - \boldsymbol{\theta}_i^T \boldsymbol{\varphi}_i(j)\|^2.$$

极小化 $J(\boldsymbol{\alpha})$ 和 $J_i(\boldsymbol{\theta}_i)$, 可得下列递推算算法:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(t) =$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(t-T) - \mathbf{L}(t)[\mathbf{W}(t) + \psi(t)\hat{\boldsymbol{\alpha}}(t-T)], \quad (19)$$

$$\mathbf{L}(t) =$$

$$\mathbf{P}(t-T)\boldsymbol{\psi}^T(t)[\mathbf{I}_r + \psi(t)\mathbf{P}(t-T)\boldsymbol{\psi}^T(t)]^{-1}, \quad (20)$$

$$\mathbf{P}(t) = [\mathbf{I} + \mathbf{L}(t)\boldsymbol{\psi}(t)]\mathbf{P}(t-T), \quad (21)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t) =$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_i(t-T) + \mathbf{L}_i(t)[Z_i(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_i^T(t-T)\boldsymbol{\varphi}_i(t)], \quad (22)$$

$$\mathbf{L}_i(t) = \frac{\mathbf{P}_i(t-T)\boldsymbol{\varphi}_i(t)}{1 + \boldsymbol{\varphi}_i^T(t)\mathbf{P}_i(t-T)\boldsymbol{\varphi}_i(t)}, \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_i(t) = [\mathbf{I} - \mathbf{L}_i(t)\boldsymbol{\varphi}_i^T(t)]\mathbf{P}_i(t-T). \quad (24)$$

其中: $\mathbf{P}(t)$ 和 $\mathbf{P}_i(t)$ 为协方差矩阵, $\mathbf{L}(t)$ 和 $\mathbf{L}_i(t)$ 为增益向量. 定义向量

$$\boldsymbol{\xi}(t) :=$$

$$[\boldsymbol{\theta}_0^T \boldsymbol{\varphi}_0(t), \boldsymbol{\theta}_1^T \boldsymbol{\varphi}_1(t), \dots, \boldsymbol{\theta}_{r-1}^T \boldsymbol{\varphi}_{r-1}(t)]^T = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(t),$$

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}(t) =$$

$$[\hat{\theta}_0^T(t-T)\varphi_0(t), \dots, \hat{\theta}_{r-1}^T(t-T)\varphi_{r-1}(t)]^T. \quad (25)$$

将式(13)和(18)分别代入式(19)和(22), 根据递阶辨识原理^[3,8-9], 将方程右边的未知参数向量 α 和 θ_i 用其在 $(t-T)$ 时刻的估计值代替, 得到

$$\hat{\alpha}(t) = \hat{\alpha}(t-T) - \mathbf{L}(t) \times [\mathbf{Y}(t) - \hat{\xi}(t) + \boldsymbol{\psi}(t)\hat{\alpha}(t-T)], \quad (26)$$

$$\hat{\theta}_i(t) = \hat{\theta}_i(t-T) + \mathbf{L}_i(t)[y_i(t) + \boldsymbol{\psi}_i(t)\hat{\alpha}(t-T) - \hat{\theta}_i^T(t-T)\varphi_i(t)]. \quad (27)$$

式(25)~(27), (20), (21)和(23), (24)便构成了非均匀采样系统(7)的递阶最小二乘辨识(HLS)算法. 算法初值可选为

$$\hat{\alpha}(0) = \mathbf{1}_n/p_0, \quad \hat{\theta}_i(0) = \mathbf{1}_{n_i}/p_0,$$

$$\mathbf{P}(0) = p_0\mathbf{I}_n, \quad \mathbf{P}_i(0) = p_0\mathbf{I}_{n_i}.$$

其中: $p_0 = 10^6$, $\mathbf{1}_n$ 和 $\mathbf{1}_{n_i}$ 分别为所有元素均为1的 n 维和 n_i 维列向量. 由于对系统进行了分解, HLS算法中协方差矩阵 $\mathbf{P}(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $\mathbf{P}_i(t) \in \mathbf{R}^{n_i \times n_i}$ 的维数相比于RLS算法中的 $\mathbf{P}(t) \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 大大降低, 且 S_2 中各子系统的辨识均不需求解矩阵的逆, 因此HLS算法的计算量比RLS算法小很多.

4 数值仿真

考虑下列仿真对象:

$$S_c(s) = \frac{2s+1}{2s^2+s+1}.$$

取 $p=2$, $\tau_1=0.3s$, $\tau_2=0.5s$, 则 $t_1=\tau_1=0.3s$, $T=\tau_1+\tau_2=0.8s$. 将其非均匀离散化并引入白噪声向量, 可得相应的辨识模型为

$$(1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}) \begin{bmatrix} y_0(t) \\ y_1(t) \end{bmatrix} = \sum_{l=0}^2 \beta(l) \begin{bmatrix} u_0(t-lT) \\ u_1(t-lT) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_1(t) \end{bmatrix}.$$

仿真时, 输入 $\{u_0(t)\}$ 和 $\{u_1(t)\}$ 采用零均值单位方差不相关可测随机变量序列, $\{v_0(t)\}$ 和 $\{v_1(t)\}$ 采用零均值、方差为 $\sigma^2=0.50^2$ 的白噪声序列. 分别用RLS算法和HLS算法估计该系统参数, 不同数据长度下的参数估计误差 $\delta = \|\hat{\boldsymbol{\vartheta}}(t) - \boldsymbol{\vartheta}\|/\|\boldsymbol{\vartheta}\|$ 随数据长度 k 的变化曲线如图2所示.

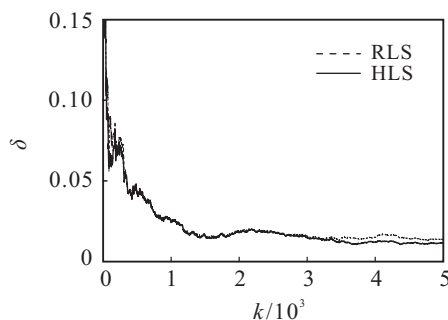


图2 参数估计误差 δ 随数据长度 k 的变化曲线

从图2可以看出: 随着数据长度的增加, 两种算法的参数估计误差总体趋势不断减小; HLS算法的参数估计精度与RLS算法很接近, 甚至高于RLS算法, 且计算量小得多.

5 结 论

本文针对非均匀周期刷新和采样系统, 提出了相应的递阶最小二乘方法. 该方法不仅计算量小, 而且能处理非均匀采样系统的因果约束问题. 仿真结果表明该算法是有效的. 本文为简化过程, 易于说明辨识原理和思路, 在离散化后考虑了白噪声情形. 如果在连续系统状态方程中加入噪声, 也容易得到离散化后的非均匀系统模型, 此时为有色噪声情形, 可参见文献[10], 通过增广参数向量的增广最小二乘思想进行辨识.

参考文献(References)

- [1] 张勇, 杨慧中. 有色噪声干扰输出误差系统的偏差补偿递推最小二乘辨识方法[J]. 自动化学报, 2007, 33(10): 1053-1060.
(Zhang Y, Yang H Z. Bias compensation recursive least squares identification for output error systems with colored noises[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(10): 1053-1060.)
- [2] 王冬青, 丁锋. 基于辅助模型的多新息广义增广随机梯度算法[J]. 控制与决策, 2008, 23(9): 999-1003.
(Wang D Q, Ding F. Auxiliary model based multi-innovation generalized extended stochastic gradient algorithms for Box-Jenkins models[J]. Control and Decision, 2008, 23(9): 999-1003.)
- [3] 丁锋, 陈通文, 萧德云. 非均匀周期采样多率系统的一种辨识方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1414-1420.
(Ding F, Chen T, Xiao D Y. Hierarchical identification of non-uniformly periodically sampled multirate systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(9): 1414-1420.)
- [4] Ding F, Qiu L, Chen T. Reconstruction of continuous-time systems from their non-uniformly sampled discrete-time systems[J]. Automatica, 2009, 45(2): 324-332.
- [5] Liu Y J, Xie L, Ding F. An auxiliary model recursive least squares algorithm and its convergence for non-uniformly sampled multirate systems[J]. J of Systems and Control Engineering, 2009, 223(14): 445-454.
- [6] Sheng J, Chen T, Shah S L. Generalized predictive control for non-uniformly sampled systems[J]. J of Process Control, 2002, 12(8): 875-885.