文章编号:1001-0920(2011)03-0418-05

改进实数编码量子进化算法及其在参数估计中的应用

高辉1,张锐2

(1. 西南交通大学 交通运输学院,成都 610031; 2. 哈尔滨理工大学 自动化学院,哈尔滨 150080)

摘 要: 借鉴量子计算的相关概念和原理,提出一种改进实数编码量子进化算法(IRCQEA). 算法的核心是依据染色体的具体形式和目标函数的梯度信息设计互补变异进化染色体,以实现局部搜索和全局搜索的平衡;根据算法的进化过程动态缩小搜索空间,以加快收敛速度.对标准数值优化问题的求解结果表明,该算法具有寻优能力强、搜索精度高和稳定性好等优点.以非线性系统参数估计问题为例进行的仿真实验表明,所提出的算法能够有效提高估计参数的精度.

关键词:量子计算;量子进化算法;实数编码;函数优化;参数估计中图分类号:TP18 文献标识码: A

Improved real-coded quantum evolutionary algorithms and its application on parameter estimation

GAO Hui¹, ZHANG Rui²

(1. School of Traffic and Transportation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China. Correspondent: GAO Hui, E-mail: zr_gh@sina.com)

Abstract: Referring to the relational concepts and principles of quantum computing, an improved real-coded quantum evolutionary algorithm is proposed. The core of this algorithm is that, a complementary mutation operator, which is designed based on the specific configuration of real-coded chromosome and the gradient information of objective function, is used to update chromosomes and can treat the balance between exploration and exploitation. And a technique of dynamic reducing the search space is adopted to improve the convergence rate of algorithm, which is implemented on the basis of the evolutionary process of algorithm. Simulation results on benchmark numerical optimization show that the algorithm has the characteristics of more powerful optimizing ability, higher searching precision and better stability. Finally, with the parameter estimation of nonlinear system, simulation experiments are performed and the results show that the algorithm can improve the precision of estimation parameters efficiently.

Key words: quantum computing; quantum evolutionary algorithm; real-coded; function optimization; parameter estimation

1 引 言

量子计算是信息科学与量子力学相结合的新兴 交叉学科,自提出以来便引起了人们的广泛关注.借 鉴量子计算的相关概念和原理,利用进化算法的框 架形成的量子进化算法(QEA)是一种概率优化算法, 具有种群规模小、收敛速度快、全局搜索能力强等优 点^[1-2].然而,大量研究表明:尽管QEA在求解组合优 化问题时较传统进化算法表现出更优良的性能,但 不适于求解数值优化问题^[3].原因在于QEA是以二 进制形式表示解空间,这便决定了QEA包含以往任何以二进制形式表示解空间的进化算法在求解数值 优化问题时产生的诸如繁琐的编、解码过程,以及随 着函数维数的增加和求解精度的提高,引起染色体 编码"长度灾"并导致搜索效率低下等缺点.另外, QEA采用量子旋转门进化染色体,而量子旋转门旋 转角的方向和大小几乎都是基于查表法,涉及到多路 条件判断,从而影响了算法的效率.为此,文献[4]在 解空间内将实数染色体反向变换映射到量子位,采用

收稿日期: 2009-12-30; 修回日期: 2010-03-06.

基金项目:铁道部重点项目(2008G005-A);黑龙江省自然科学基金项目(F200914).

作者简介:高辉(1969-),男,副教授,博士后,从事智能算法、智能控制和交通运输等研究;张锐(1970-),女,教授,博士后,从事智能计算、检测技术和低压电力线载波等研究.

量子位概率指导的实数交叉与混沌变异相结合进化 染色体; [5-6]构造了多链实数染色体,利用量子旋转 门进化染色体,并以解析形式确定旋转角的大小和方 向; [7]则利用实数变量和量子位构成实数染色体,并 设计了互补变异算子来进化染色体.上述工作均采用 实数编码染色体代替量子位编码染色体,并基于染色 体的具体形式设计新的进化算子.

本文基于文献[7],提出一种改进实数编码量子 进化算法(ICRQEA). IRCQEA的核心是: 互补变异的 设计充分考虑了目标函数的梯度信息,以提高算法的 搜索效率;根据算法的进化过程动态缩小搜索空间, 以加快收敛速度.对标准数值优化问题的测试结果表 明了 IRCQEA 的有效性和高效性,将其用于非线性系 统参数估计问题取得了很好的效果.

2 改进实数编码量子进化算法(IRCQEA)

考虑数值优化问题

(P)
$$\begin{cases} \min f(x_1, x_2, \cdots, x_n), \\ \text{s.t. } x_i \in [l_i, u_i], \ i = 1, 2, \cdots, n. \end{cases}$$
(1)

式中: $l_i 和 u_i$ 为决策向量 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ 的 分量 x_i 的下限和上限, $L = (l_1, l_2, \dots, l_n) \in R^n$ 和 $U = (u_1, u_2, \dots, u_n) \in R^n$ 为定义的可行解空间, n 为决策 向量的维数.

2.1 实数编码染色体

在 IRCQEA 中, 染色体等位基因由决策向量 X的分量 x_i 和量子位概率幅 $[\alpha_i \ \beta_i]^T$ 构成,长度由决策向量的维数 n 决定.则实数编码染色体描述为

$$q = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \\ \beta_1 & \beta_2 & \cdots & \beta_n \end{bmatrix}.$$
 (2)

式中: α_i 和 β_i 满足归一化条件, $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1, i = 1, 2, \dots, n.$

2.2 互补变异

IRCQEA 对染色体实施单基因变异, 即每次仅 对染色体的一个基因位进行变异, 其余基因位保持 不变^[8]. 假设算法运行到第*t*代时, 群体为 $P(t) = \{p_{1}^{t}, p_{2}^{t}, \dots, p_{N}^{t}\}, N$ 为群体规模. 对于染色体 $p_{j}^{t}, j = 1, 2, \dots, N$, 选择第*i*基因位 $[x_{j,i}^{t} \alpha_{j,i}^{t} \beta_{j,i}^{t}]^{T}$ 对实数变量 $x_{i,i}^{t}$ 进行高斯变异, 可得如下 2 个新变量:

$$x_{j,i}^{t+1,k} = x_{j,i}^t + (u_i - l_i)N(0, (\sigma_{j,i}^{t,k})^2), \ k \in \{\alpha, \beta\}.$$
(3)

式中: $N(0, (\sigma_{j,i}^{t,k})^2)$ 是均值为 0, 方差为 $(\sigma_{j,i}^{t,k})^2$ 的高斯 分布, 且 $(\sigma_{j,i}^{t,k})^2$ 取值为

$$(\sigma_{j,i}^{t,k})^2 = \begin{cases} |\alpha_{j,i}^t|^2, \ k = \alpha; \\ |\beta_{j,i}^t|^2/3, \ k = \beta. \end{cases}$$
(4)

若由式(3)和(4)生成的 $x_{j,i}^{t+1,k}$ 超出了可行解空 间范围,则重复下式,直到 $x_{j,i}^{t+1,k}$ 位于可行解空间.

$$\begin{cases} x_{j,i}^{t+1,k} = 2u_i - x_{j,i}^{t+1,k}, \ x_{j,i}^{t+1,k} > u_i; \\ x_{j,i}^{t+1,k} = 2l_i - x_{j,i}^{t+1,k}, \ x_{j,i}^{t+1,k} < l_i. \end{cases}$$
(5)

若由式 (3)~(5) 生成可行解 $(x_{j,1}^{t}, \dots, x_{j,i}^{t+1,k}, \dots, x_{j,n}^{t})$ 优于 $(x_{j,1}^{t}, \dots, x_{j,i}^{t}, \dots, x_{j,n}^{t})$,则为有效进化, $x_{j,i}^{t}$ 用 $x_{j,i}^{t+1,k}$ 代替; 否则为无效进化, $x_{j,i}^{t}$ 保持不变. 对 $x_{j,i}^{t}$ 进行连续高斯变异,若有效进化次数大于无效进化次数,则 $[\alpha_{j,i}^{t} \ \beta_{j,i}^{t}]^{\mathrm{T}}$ 保持不变; 反之,由量子旋转门更新 $[\alpha_{j,i}^{t} \ \beta_{j,i}^{t}]^{\mathrm{T}}$,即

$$\Delta \theta_{j,i}^t = \operatorname{sgn}(\alpha_{j,i}^t \beta_{j,i}^t) \theta_0 \exp\Big(-\frac{|\beta_{j,i}^t|}{|\alpha_{j,i}^t|} - \frac{1}{\overline{|l_{j,i}^t|}}\Big).$$
(7)

式中:sgn(·)为符号函数,控制旋转角方向,以确保算 法收敛; θ_0 为初始旋转角; $\overline{|l_{j,i}^t|}$ 为目标函数在搜索点 X_j^t 第*i*维变量梯度绝对值的均值,且 θ_0 , $[\alpha_{j,i}^t \ \beta_{j,i}^t]^T$ 和 $\overline{|l_{j,i}^t|}$ 一起控制旋转角大小,以控制算法收敛速度.

由式(6)和(7)可知:若不考虑 $\overline{|l_{j,i}|}$ 的影响, $|\alpha_{j,i}|^2$ 将随着进化代数的增加而逐渐减小,实现对当前解邻 域的"求精"搜索;而 $|\beta_{j,i}^t|^2$ 将逐渐增加,实现对解空 间大范围的"求泛"搜索,具有互补性.设"求精"搜索 和"求泛"搜索次数分别为 m_1 和 m_2 ,一般 $m_1 > m_2$. 若不考虑 $|\alpha_{j,i}^t|$ 和 $|\beta_{j,i}^t|$ 的影响,在解空间的"陡峭"区 域目标函数的变化率较大, $\Delta \theta_{j,i}^t$ 增加,算法将以较小 的步伐搜索解空间,能够有效避免全局最优解的丢 失;相反,在解空间的"平坦"区域目标函数的变化率 较小, $\Delta \theta_{j,i}^t$ 减小,算法将以较大的步伐搜索解空间, 能够加速算法的搜索过程.考虑到IRCQEA采用单基 因变异,式(7)中的 $\overline{|l_{j,i}^t|}$ 可描述为

$$\overline{|l_{j,i}^t|} = \frac{1}{m_1 + m_2} \sum_{m=1}^{m_1 + m_2} \left| \frac{f(X_j^{t+1})_m - f(X_j^t)}{x_{j,i}^{t+1} - x_{j,i}^t} \right|.$$
 (8)

式中: $f(X_j^t)$ 为决策变量 X_j^t 的目标函数值; $f(X_j^{t+1})_m$ 为决策变量 X_j^t 第i个分量第m次变异后的目标函数.

2.3 交 叉

IRCQEA每隔一定代数 τ_c 实施交叉,以加强个体 间的信息交流,充分利用搜索到的优良基因.交叉过 程如下:依适应值顺序选 $s(s \leq N)$ 个优秀个体,对于 每个优秀个体 $p_u^t, u = 1, 2, \dots, k$,随机选择另一个体 $p_v^t, v = 1, 2, \dots, N$,且 $v \neq u$,以 p_u^t 和 p_v^t 作为父本,并以 0.5概率交换两父本的基因位,生成新个体 p_c^t ,即

$$[x_{c,i}^t \ \alpha_{c,i}^t \ \beta_{c,i}^t]^{\mathrm{T}} = \begin{cases} [x_{u,i}^t \ \alpha_{u,i}^t \ \beta_{u,i}^t]^{\mathrm{T}}, \ r < 0.5; \\ [x_{v,i}^t \ \alpha_{v,i}^t \ \beta_{v,i}^t]^{\mathrm{T}}, \ r \ge 0.5. \end{cases}$$
(9)

式中: $[x_{c,i}^t \alpha_{c,i}^t \beta_{c,i}^t]^T$, $[x_{u,i}^t \alpha_{u,i}^t \beta_{u,i}^t]^T$, $[x_{v,i}^t \alpha_{v,i}^t \beta_{v,i}^t]^T$ 分别为染色体 p_c^t , $p_u^t 和 p_v^t$ 的第 *i* 基因位, $i = 1, 2, \cdots$, $n; r \to [0, 1]$ 区间均匀分布随机数.

2.4 动态缩小搜索空间

数值优化问题的搜索空间大小对算法的搜索效率有重要的影响.通常情况下,覆盖全局最优解的搜索空间越小,搜索越容易;反之,搜索越困难.鉴于上述思想,本文提出根据算法的进化过程动态缩小搜索空间,即当算法搜索到的最优解连续*τ_r*代没有提高时,缩小搜索空间.

设第*r*次缩小搜索空间后, 搜索空间由向量*L* = $(l_1^r, l_2^r, \dots, l_n^r)$ 和*U* = $(u_1^r, u_2^r, \dots, u_n^r)$ 确定. 则*x_i*的取 值范围 $[l_i^r, u_i^r]$ 依下式确定:

$$\begin{cases} l_i^r = \min\left\{x_{1,i}^t, x_{2,i}^t, \cdots, x_{N,i}^t\right\} + \zeta(u_i^{r-1} - l_i^{r-1}), \\ u_i^r = \max\left\{x_{1,i}^t, x_{2,i}^t, \cdots, x_{N,i}^t\right\} - \zeta(u_i^{r-1} - l_i^{r-1}), \\ i = 1, 2, \cdots, n. \end{cases}$$
(10)

式中*ζ*为[0,1]区间均匀分布随机数.为确保新搜索区 域小于以前搜索区域,对新搜索区域进行如下修正:

$$l_i^r = \begin{cases} l_i^{r-1}, \ l_i^r < l_i^{r-1}; \\ l_i^r, \ l_i^r \ge l_i^{r-1}. \end{cases}$$
(11)

$$u_i^r = \begin{cases} u_i^{r-1}, \ u_i^r > u_i^{r-1}; \\ u_i^r, \ u_i^r \leqslant u_i^{r-1}. \end{cases}$$
(12)

2.5 算法流程

Step 1: 参数初始化.

Step 2: 群体初始化. 生成形如式 (2) 的实数编码 染色体群体

 $P(t) = \{p_i^t\}, \ j = 1, 2, \cdots, N.$

Step 3: 评价种群. 对群体中的全部染色体进行评价, 选出最优染色体 b^t.

Step 4: 算法停止判断. 当满足停止条件时, 输出 最优解 b^t, 算法结束; 否则, 继续下一步.

Step 5: 进化染色体.

Step 5.1: 互补变异. 对于染色体 p_j^t , 由式(5) 对 第 *i* 基因位中决策向量分量实施高斯变异 m_1+m_2 次, 若无效进化次数大于或等于有效进化,则由式(6)~ (8) 更新第 *i* 基因位中概率幅 $[\alpha_{j,i}^t \ \beta_{j,i}^t]^T$, 对染色体 p_j^t 的全部基因位进行上述操作. 群体中全部染色体进 行互补变异, 并更新 b^t .

Step 5.2: 交叉. 当进化代数是 τ_c 的整数倍时, 对 群体中适应值较高的 $s(s \leq N)$ 个优秀个体依式(9)分 别进行 m_3 次交叉, 并更新 b^t .

Step 6: 缩小搜索空间. 当最优解 b^t 连续, τ_r 代没 有变化时, 依据式 (10) ~ (12) 缩小搜索空间.

Step 7: t = t + 1, ξ Step 4.

3 性能分析

用QEA^[3], RCQEA^[7]和IRCQEA同时求解标准数值优化问题, 以考察IRCQEA性能.

标准数值优化问题表达式分别为

min
$$F_1 = 0.5 + \frac{\sin^2 \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2},$$
 (13)

式中自变量 $x_i \in [-100, 100]$, i = 1, 2, 2局最小值在 X = (0, 0)处为0;

min
$$F_2 = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2$$
, (14)

式中自变量 $x_i \in [-2.048, 2.048], i = 1, 2, 全局最小值 在 X = (1, 1) 处为 0;$

$$\min F_3 = \frac{1}{4\,000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1, \quad (15)$$

式中自变量 $x_i \in [-600, 600]$, 维数n = 30, 全局最小值 在 $X = (0, 0, \dots, 0)$ 处为0;

$$\min F_4 = 10n + \sum_{i=1}^n \left(x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)\right), \quad (16)$$

式中自变量 $x_i \in [-5.12, 5.12]$, 维数 n = 30, 全局最小 值在 $X = (0, 0, \dots, 0)$ 处为 0.

1) QEA: 群体规模 N = 10, 决策向量分量均采用 18 位二进制数表示, 初始旋转角 $\theta_0 = 0.05\pi$, $\varepsilon = 0.01$, 局部迁移间隔为 100 代.

2) RCQEA: 群体规模 N = 10, 初始旋转角 $\theta_0 = 0.1\pi$, 进化尺度 $\gamma = 0.05$, 连续"求精"搜索次数 $m_1 = 6$, 连续"求泛"搜索次数 $m_2 = 2$, 交叉周期 $\tau_c = 100$, 选择优秀个体数 s = 2, 每个优秀个体连续交叉次数 $m_3 = 6$.

3) IRCQEA: 群体规模 N = 10, 初始旋转角 $\theta_0 = 0.1\pi$, 连续"求精"搜索次数 $m_1 = 6$, 连续"求泛"搜索 次数 $m_2 = 2$, 交叉周期 $\tau_c = 100$, 选择优秀个体数 s = 2, 每个优秀个体连续交叉次数 $m_3 = 6$, 动态缩小搜索 空间周期 $\tau_r = 10$.

算法均以最大运行代数为终止条件,且最大终止 代数取为500,各种算法分别独立运行30次.运算结 果如表1所示.

表1数据表明:尽管IRCQEA和RCQEA有大致 相同的计算复杂度,但IRCQEA的性能明显优于 RCQEA.由最优值和最劣值不难发现,IRCQEA比 RCQEA具有更强的全局搜索能力,能够有效避免陷 入局部极值;由平均值和方差值可以看出,IRCQEA 比RCQEA具有更好的稳定性和鲁棒性.IRCQEA和 RCQEA的性能明显优于QEA,再次表明QEA不适合 求解数值优化问题.

图1描绘了不同算法在30次独立运行中最优值 均值随代数变化的情况.一方面,在整个进化过程中, IRCQEA和RCQEA的求解质量优于QEA, IRCQEA

表 1 不同算法求解数值优化问题结果比较									
函数	算法	平均值	最优值	最劣值	方差值				
F_1	QEA	4.2E-3	9.8E-4	1.5E-2	3.9E-2				
	RCQEA	7.8E-4	3.9E-7	9.8E-4	4.0E-4				
	IRCQEA	1.9E-4	0	9.8E-4	4.0E-4				
F_2	QEA	8.9E-3	4.4E-4	3.3E-2	3.9E-2				
	RCQEA	3.3E-3	6.2E-7	3.1E-2	6.8E-3				
	IRCQEA	3.6E-5	1.4E-11	7.0E-4	1.5E-4				
F_3	QEA	1.6E+1	9.9	1.9E+1	4.4				
	RCQEA	4.2E-2	2.2E-2	6.5E-2	1.3E-2				
	IRCQEA	2.2E-7	0	2.3E-6	6.3E-7				
F_4	QEA	9.4E+1	8.1E+1	1.0E+2	1.0E+1				
	RCQEA	1.6	2.5E-2	4.0	9.3E-1				
	IRCQEA	1.5E-11	0	2.9E-10	6.6E-11				



优于 RCQEA; 另一方面, 对于 F1 和 F2, 在进化初期 IRCOEA的收敛速度明显优于 RCOEA 和 OEA,并很 快搜索到高质量解; 对于 F_3 和 F_4 , IRCQEA 始终保持 较快的收敛速度.

4 IRCQEA在参数估计中的应用

应用IRCQEA和RCQEA求解非线性系统参数 估计问题,以进一步验证 IRCQEA 的有效性.

设非线性系统模型为

$$y(t) = f(r,\theta) + g(t).$$
(17)

式中: y(t)为系统输出; r为系统输入, 且为已知量; θ $= (\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_k)$ 为待估计参数, k 为待估计参数的个 数; f 的形式可以是传递函数、状态空间或 ARMA 模 型等; q(t)是均值为0, 方差为 δ^2 的随机白噪声. 若信 噪比足够大,输出量不发散,可测量,且与待估计的每 个参数相关,则可进行合理参数估计.参数估计过程 就是在固定系统输入r,使得系统输出y(t)与对应假 设参数时系统输出 ŷ(t) 无限接近的过程, 即

$$J = \min \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T} (y(t) - \hat{y}(t))^2,$$
(18)

式中T为状态变量序列的长度.显然,参数估计问题 是一个多变量连续优化问题,且决策变量为 $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ $\theta_2, \cdots, \theta_k$), 目标函数为 J.

考虑如下非线性系统模型:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1 (t+1) \\ x_2 (t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 x_1(t) x_2(t) \\ \theta_2 x_1^2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r (t) \end{bmatrix}, \\ y (t) = \theta_3 x_2 (t) - \theta_4 x_1^2 (t) + g (t), \\ x_1 (0) = x_2 (0) = 1, t = 0, 1, \cdots, 50. \end{cases}$$
(19)

式中: r(t)为正弦输入; y(t)为输出; g(t)是均值为0, 方差为 0.05 的随机白噪声; $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 和 θ_4 为待估计参 数. 根据非线性系统模型的特点, θ_1 和 θ_2 均限定在 (0, 1)之间以保证系统收敛, $\theta_3 和 \theta_4$ 限定在(0,5)之间, 在一个周期内等间隔采样形成50对输入输出数据.

应用IRCOEA和RCOEA对非线性系统进行参 数估计,算法相应参数同数值优化问题.参数优化过 程见图2、参数估计结果如表2所示.



图 2 不同算法求解非线性系统参数估计问题性能比较

图 1 不同算法求解数值优化问题性能比较

由表2可知:当没有噪声影响时,IRCQEA估计结

果与真实值非常接近,估计精度明显高于RCQEA和 相关文献;当有噪声影响时,IRCQEA估计精度也很 高,且高于其他方法没有噪声影响时的估计精度.

表 2 不同算法求解非线性系统参数估计问题结果比较

	参数	θ_1	θ_2	θ_3	$ heta_4$
算法	真实值	0.5	0.3	1.8	0.9
文献 [9]	无噪声估计值	0.491 6	0.301 4	1.843 2	0.9267
	绝对误差	0.008 4	0.001 4	0.043 2	0.0267
文献 [10]	无噪声估计值	0.5069	0.304 8	1.809 5	0.907 7
	绝对误差	0.0069	0.004 8	0.009 5	0.007 7
RCQEA	无噪声估计值	0.499 2	0.299 4	1.804 6	0.905 5
	绝对误差	0.000 8	0.000 6	0.004 6	0.005 5
	有噪声估计值	0.501 6	0.301 3	1.793 7	0.892 6
	绝对误差	0.001 6	0.001 3	0.006 3	0.007 4
IRCQEA	无噪声估计值	0.499 8	0.299 9	1.801 8	0.901 4
	绝对误差	0.000 2	0.000 1	0.001 8	0.001 4
	有噪声估计值	0.499 5	0.299 8	1.806 6	0.905 8
	绝对误差	0.000 5	0.000 2	0.003 4	0.004 2

由图2不难发现,无论是有噪声还是无噪声影响, IRCQEA的收敛速度和求解质量都明显优于 RCQEA.

5 结 论

IRCQEA根据染色体编码的具体形式和目标函数的梯度信息设计互补变异进化染色体,并根据算法的进化过程动态缩小搜索空间.仿真实验表明, IRCQEA在搜索能力和优化效率2个方面都优于 RCQEA和QEA.通过对非线性系统参数估计问题 的求解,表明了IRCQEA的优良性能和解决实际问题 的能力.进一步的研究工作是:确保缩小的搜索空 间包括最优解的理论依据;进一步提高IRCQEA的性 能,扩大IRCQEA的应用范围.

参考文献(References)

- Han K H, Kim J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for class of combinatorial optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 580-593.
- [2] Han K H, Kim J H. Quantum-inspired evolutionary algorithms with a new termination criterion, H_{ε} gate, and two-phase scheme[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(2): 156-169.
- [3] Zhang G X, Jin W D, Hu L Z. Quantum evolutionary algorithm for multiobjective optimization problems[C].

Proc of IEEE Int Symposium on Intelligent Control. Houson Texas: IEEE Press, 2003: 703-708.

- [4] 陈辉,张家树,张超. 实数编码混沌量子遗传算法[J]. 控制与决策, 2005, 20(11): 1300-1303.
 (Chen H, Zhang J S, Zhang C. Real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm[J]. Control and Decision, 2005, 20(11): 1300-1303.)
- [5] 李士勇,李盼池.基于实数编码和目标函数梯度的量子 遗传算法[J].哈尔滨工业大学学报,2006,38(8):1216-1223.

(Li S Y, Li P C. Quantum genetic algorihm based on real encoding and gradient information of object function[J]. J of Harbin Institute of Technology, 2006, 38(8): 1216-1223.)

- [6] 李盼池. 基于量子位 Bloch 坐标的量子遗传算法及其应用[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 985-989.
 (Li P C. Quantum genetic algorithm based on bloch coordinates of qubits and its application[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(6): 985-989.)
- [7] 高辉, 徐光辉, 张锐, 等. 实数编码量子进化算法[J]. 控制 与决策, 2008, 23(1): 87-90.
 (Gao H, Xu G H, Zhang R, et al. Real-coded quanum evolutionary algorithm[J]. Control and Decision, 2008, 23(1): 87-90.)
- [8] 王湘中,喻寿益.适用于高维优化问题的改进进化策略[J].控制理论与应用,2006,23(1):148-151.
 (Wang X Z, Yu S Y. Improved evolution strategies for high-dimensional optimizaion[J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(1):148-151.)
- [9] 姜波, 王秉文. 基于遗传算法的非线性系统模型参数估 计[J]. 控制理论与应用, 2000,17(1): 150-152.
 (Jiang B, Wang B W. Parameter estimation of nonlinear system based on genetic algorithms[J]. Control Theory & Applications, 2000, 17(1): 150-152.)
- [10] 王凌,李文峰,郑大钟.基于一种混合策略的模型参数 估计控制器参数整定研究[J].控制与决策,2001,16(5): 530-534.

(Wang L, Li W F, Zheng D Z. Estimating model-parameter and uning controller-parameter by a class of hybird straegy[J]. Control and Decision, 2001, 16(5): 530-534.)