文章编号:1001-0920(2011)02-0280-05

# 测量数据丢失的随机不确定系统鲁棒滤波递推算法

潘 爽,赵国荣,高 超,刘 涛

(海军航空工程学院 控制工程系,山东烟台 264001)

摘 要: 针对一类具有测量数据丢失的不确定离散随机系统,研究了鲁棒状态估计问题,基于间断观测滤波算法和规则最小二乘优化理论,给出一种 Kalman 形式的递推滤波算法.对于测量数据丢失的问题,采用已知概率的 Bernoulli随机序列,使得对于所有可能的测量数据丢失和所能容许的不确定性,间断观测鲁棒状态估计递推算法是 稳定的.最后,通过数值仿真和对比结果验证了所提出算法的可行性.
 关键词:不确定系统;数据丢失;鲁棒滤波;递推算法 中图分类号: U666.12 文献标识码: A

# Robust filter recursive algorithm for stochastic uncertain system with missing measurements

#### PAN Shuang, ZHAO Guo-rong, GAO Chao, LIU Tao

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China. Correspondent: PAN Shuang, E-mail: n7k9pp@126.com)

**Abstract:** This paper studies robust state estimation problem in uncertain discrete stochastic system with measurement missing and proposes a Kalman type recursive algorithm based on intermittent observation filtering algorithm and least square optimizing theory. The missing measurement model adopts Bernoulli random series based on given probability, which enables robust state estimation with intermittent observation stable for all possible missing measurement situation and admissible uncertainty. Finally, simulation and comparison results show the feasibility of the algorithm.

Key words: uncertain system; data missing; rubust filter; recursive algorithm

# 1 引 言

传感器技术、无线通信技术和计算机网络技术 的蓬勃发展极大推动了无线传感器网络(WSN)的 普及.无线传感器网络作为一种新型的网络和计算 技术,通过无线连接提供了一个前所未有的信息感 知、处理和控制新手段.通讯延迟和数据丢失即为 WSN的数据因网络传输及传感器暂时失效等原因引 起的延迟与丢失,是制约WSN性能提高和应用推广 的关键因素之一.本文从控制理论及滤波器的设计角 度出发,主要研究带有丢包的不确定系统的状态估计 问题.

近几年来,带有丢包的不确定系统状态估计问题 成为研究的热点,并取得了一系列的成果与进展,如: 鲁棒  $H_{\infty}$  滤波<sup>[1-2]</sup>,  $H_2$  估计<sup>[3]</sup>,  $l_2 - l_{\infty}$  滤波<sup>[4]</sup>, 跳跃系 统 Kalman 滤波<sup>[5-6]</sup>等.前者利用线性矩阵不等式,给 出了全阶和降阶的滤波器存在的充分条件,可是所设 计的滤波器都是满足某种性能指标的隐式解,不适于 处理传感器网络中的导航和跟踪问题;后者虽然是 递推解形式,但其Riccati方程有唯一稳态解的限制条 件主要是针对系统方程为稳态的情况.因此,同样是 研究这一问题且具有递推形式的间断观测滤波成为 关注方向.文献[7]给出了间断观测 Kalman 滤波方程, 讨论了状态误差协方差的收敛特性,并且提供了转换 到不稳定的数值证明,但没有考虑系统参数存在不确 定性的情形.

本文采用满足 Bernoulli 随机变量描述数据的丢 失, 研究了一类具有测量数据部分丢失的随机不确定 系统估计问题. 运用规则最小二乘优化方法, 推导出 不确定系统间断观测鲁棒状态估计的递推形式, 并证 明该算法的稳定性.

收稿日期: 2009-11-19; 修回日期: 2010-03-06.

基金项目: 总装十一五国防预研基金项目(51309060401).

**作者简介:**潘爽(1981-),女,博士生,从事导航系统初始对准、鲁棒滤波理论的研究;赵国荣(1964-),男,教授,博士生导师,从事导航、制导与控制方向的研究.

#### 2 问题描述

考虑如下测量数据丢失的不确定系统:

$$\begin{cases} x_{k+1} = (F_k + \delta F_k) x_k + w_k, \\ y_k = H_k x_k + v_k, \\ \hat{y}_k = \beta_k y_k + (1 - \beta_k) y_{k-1}. \end{cases}$$
(1)

其中:  $x_k \in R^n$  为状态向量;  $w_k \in R^m$  为外部扰动, 方 差为  $Q_k$  的高斯白噪声;  $y_k \in R^r$  为对象输出;  $\hat{y}_k \in R^r$ 为对象测量输出;  $F_k$  和  $H_k$  为具有适当维数的已知矩 阵;  $\delta F_k$  为系统参数不确定, 假设可容许的参数不确 定为

$$\delta F_k = M_k \Delta_k E_{f,k}.\tag{2}$$

这里: { $M_k$ ,  $E_{f,k}$ } 为维数匹配的已知矩阵;  $\Delta_k$  为一个 未知的矩阵, 且满足

$$\|\Delta_k\| \leqslant 1. \tag{3}$$

随机变量  $\beta_k \in R$  为满足 Bernoulli 分布的序列, 其取 值为 0 和 1, 其概率为<sup>[1]</sup>

$$\begin{cases} P\{\beta_k = 1\} = E\{\beta_k\} = \bar{\beta}, \\ P\{\beta_k = 0\} = 1 - E\{\beta_k\} = 1 - \bar{\beta}, \end{cases}$$
(4)

其中 $\bar{\beta}$ 为已知正数.  $v_k \in R^p$ 为输出噪声, 定义如下<sup>[7]</sup>:

$$p(v_k | \beta_k) = \begin{cases} N(0, R), \ \beta_k = 1; \\ N(0, \sigma^2 I), \ \beta_k = 0. \end{cases}$$
(5)

当 $\beta_k = 1$ 时, 在k时刻的观测噪声方差为R; 否则方 差为 $\sigma^2 I$ .即: 当有真实观测时, 取给定的R作为噪声 方差; 当未获得真实测量时, 假定一个给定方差为 $\sigma^2 I$ 的虚拟观测来代替, 且 $\sigma \to \infty$ .

系统(1)存在两个显著特征:一个是系统参数存 在不确定性,另一个是丢失的量测数据用上一时刻 的测量值代替.因此,具有测量数据部分丢失的随机 不确定系统估计问题被分解为如下两类滤波问题: 1)系统参数存在不确定性的鲁棒滤波;2)间断观测 Kalman 滤波.则上述3种滤波算法等价为如下问题:

$$\min_{\{x_{k},w_{k}\}} \max_{\delta F_{k}} [\|w_{k}\|_{Q_{k}^{-1}}^{2} + \|x_{k} - \hat{x}_{k/k}\|_{P_{k/k}^{-1}}^{2} + \|y_{k+1} - H_{k+1}x_{k+1}\|_{\Sigma_{y,k+1}^{-1}}^{2}], \quad (6)$$

$$\min_{\{x_{k},x_{k+1}\}} \max_{\delta F_{k}} [\|w_{k}\|_{Q_{k}^{-1}}^{2} + \|x_{k} - \hat{x}_{k/k}\|_{P_{k/k}^{-1}}^{2} + \|y_{k+1} - H_{k+1}x_{k+1}\|_{R_{k+1}^{-1}}^{2}], \quad (7)$$

$$\min_{\{x_k, x_{k+1}\}} \|\|w_k\|_{Q_k^{-1}} + \|x_k - x_{k/k}\|_{P_{k/k}^{-1}} + \|y_{k+1} - H_{k+1}x_{k+1}\|_{\Sigma_{y,k+1}^{-1}}^2].$$
(8)

式(6)为具有测量数据部分丢失的随机不确定 系统估计问题;式(7)为系统参数存在不确定性的鲁 棒滤波,即系统(1)不含最后一个方程的滤波问题; 式(8)为间断观测Kalman滤波,即系统(1)中 $\delta F_k =$ 0时的滤波问题.式(6)~(8)中的参量及其相关参量定 义如下:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k} &= E[x_k|y_k, \beta_k], \\ P_{k|k} &= E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^{\mathrm{T}}|y_k, \beta_k], \\ \hat{x}_{k+1|k} &= E[x_{k+1}|y_k, \beta_k], \\ P_{k+1|k} &= E[(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1})^{\mathrm{T}}|y_k, \beta_k], \\ \hat{y}_{k+1|k} &= E[y_{k+1}|y_k, \beta_k], \\ E[(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k})(y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k})^{\mathrm{T}}|y_k, \beta_{k+1}] = \\ H_{k+1}P_{k+1|k}H_{k+1}^{\mathrm{T}} + \beta_{k+1}R + (1 - \beta_{k+1})\sigma^2 I. \\ \\ 则噪声方差为 \end{aligned}$$

$$\Sigma_{y,k+1} = \beta_{k+1}R + (1 - \beta_{k+1})\sigma^2 I, \qquad (9)$$

其中

$$y_k = [y_0, y_1, \dots, y_k]^{\mathrm{T}}, \beta_k = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k]^{\mathrm{T}}.$$
则式 (6)~(8) 等价于如下规则最小二乘问题:

$$\min_{x} \max_{\delta A, \delta b} [\|x\|_{Q}^{2} + \|\bar{A}x - \bar{b}\|_{W}^{2}].$$
(10)

其中:  $\bar{A} = A + \delta A$ ,  $\bar{b} = b + \delta b$ , 并且有

$$[\delta A\delta b] = H\Delta[E_a E_b].$$
  
则式(6)与(10)之间存在如下映射关系:  
 $x \leftarrow \operatorname{col}\{x_k - \hat{x}_{k|k}, w_k\}, Q \leftarrow (P_{k|k.}^{-1} \oplus Q_k^{-1}),$   
 $b \leftarrow y_{k+1} - H_{k+1}F_k\hat{x}_{k|k}, H \leftarrow H_{k+1}M_k,$   
 $\delta b \leftarrow -H_{k+1}M_k\Delta_k E_{f,k}\hat{x}_{k|k}, W \leftarrow \Sigma_{y,k+1}^{-1},$   
 $A \leftarrow H_{k+1}[F_k \ I], \delta A \leftarrow H_{k+1}M_k\Delta_k E_{f,k},$   
 $E_a \leftarrow [E_{f,k} \ 0], E_b \leftarrow -E_{f,k}\hat{x}_{k|k}, \Delta \leftarrow \Delta_k.$ 

由此可见,具有测量数据部分丢失的随机不确定 系统估计问题(6)可转化为相应扰动下规则最小二乘 问题(10)进行求解.本文通过已有算法求解规则最小 二乘问题的最优解,然后通过映射及系统状态方程反 解出系统(1)的鲁棒递推算法.

# 3 不确定系统间断观测鲁棒递推算法

对于加法扰动下的规则最小二乘问题(10), Sayed<sup>[8-9]</sup>给出如下结论:

**引理 1**<sup>[8]</sup> 若  $Q \ge 0$ ,  $W \ge 0$  且  $Q + A^{T}WA > 0$ , 则问题 (10) 的解为

$$\hat{x} = [\hat{Q} + A^{\mathrm{T}}\hat{W}A]^{-1}[A^{\mathrm{T}}\hat{W}b + \hat{\lambda}E_a^{\mathrm{T}}E_b].$$
(11)  
其中

$$\hat{Q} \stackrel{\Delta}{=} Q + \hat{\lambda} E_a^{\mathrm{T}} E_a,$$

$$\hat{W} \stackrel{\Delta}{=} W + WH(\hat{\lambda}I - H^{\mathrm{T}}WH)^{+}H^{\mathrm{T}}W.$$

 $\hat{\lambda}$ 可由下式优化获得:

$$\hat{\lambda} = \operatorname*{arg\,min}_{\lambda \geqslant \|H^{\mathrm{T}}WH\|} G(\lambda), \tag{12}$$

这里代价函数 $G(\lambda)$ 定义如下:

其中

$$W(\lambda) \stackrel{\Delta}{=} W + WH(\lambda I - H^{\mathrm{T}}WH)^{+}H^{\mathrm{T}}W,$$
$$x(\lambda) \stackrel{\Delta}{=} [Q(\lambda) + A^{\mathrm{T}}W(\lambda)A]^{-1}[AW(\lambda)b + \lambda E_{a}^{\mathrm{T}}E_{b}],$$
$$Q(\lambda) \stackrel{\Delta}{=} Q + \lambda E_{a}^{\mathrm{T}}E_{a}.$$

在实际应用中, $\hat{\lambda}$ 的最优值可用如下经验公式代替式(12):

$$\hat{\lambda} = (1+\alpha) \left\| H^{\mathrm{T}} W H \right\|, \tag{13}$$

其中 $\alpha \in (0,1)$ .

如前所述,利用引理1中的式(11),解出与问题 (6)等价的最优解  $\{\hat{x}_{k|k+1}, \hat{w}_{k|k+1}\}$ ;然后,利用稳态状态方程

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = F_k \hat{x}_{k|k+1} + \hat{w}_{k|k+1}$$

求出  $\hat{x}_{k+1|k+1}$ ,并对求得的方程取极限.这样,可归结不确定性系统间断观测鲁棒递推算法如下:

$$\hat{\lambda}_k = (1+\alpha) \| M_k^{\mathrm{T}} H_{k+1}^{\mathrm{T}} \Sigma_{y,k+1}^{-1} H_{k+1} M_k \|,$$
(14)

$$\hat{\Sigma}_{y,k+1} = \Sigma_{y,k+1} - \hat{\lambda}_k^{-1} H_{k+1} M_k M_k^{\mathrm{T}} H_{k+1}^{\mathrm{T}}, \qquad (15)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = \tilde{F}_k \hat{x}_{k|k},\tag{16}$$

$$P_{k+1|k} = F_k \tilde{P}_{k|k} F_k^{\mathrm{T}} + Q_k, \qquad (17)$$

$$\tilde{P}_{k|k} = (P_{k|k}^{-1} + \beta_{k+1}\hat{\lambda}_k E_{f,k}^{\mathrm{T}} E_{f,k})^{-1},$$
(18)

$$\tilde{F}_k = F_k (I - \beta_{k+1} \hat{\lambda}_k \tilde{P}_{k|k} E_{f,k}^{\mathrm{T}} E_{f,k}), \qquad (19)$$

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + \beta_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^{\mathrm{T}} \times (\hat{R}_{k+1} + H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^{\mathrm{T}})^{-1} \times (y_{k+1} - H_{k+1} \hat{x}_{k+1}),$$
(20)

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - \beta_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^{\mathrm{T}} (\hat{R}_{k+1} + H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^{\mathrm{T}})^{-1} H_{k+1} P_{k+1|k}.$$
(21)

**注1** 由于式(18)~(21) 是 $\sigma \to \infty$ 取极限求得, 式中 $\hat{\Sigma}_{y,k+1}$ 已消失,式(15)可用下式替换:

$$\hat{R}_{k+1} = R_{k+1} - \hat{\lambda}_k^{-1} H_{k+1} M_k M_k^{\mathrm{T}} H_{k+1}^{\mathrm{T}}.$$
(22)
  
**注 2** 由式 (9) 和 (5) 可得

$$\Sigma_{y,k+1}^{-1} = \begin{cases} R, \ \beta_{k+1} = 1; \\ \varepsilon I, \ \beta_{k+1} = 0. \end{cases}$$

其中:  $\varepsilon$ 为一小正数. 因为  $\Sigma_{y,k+1}$ 的存在使得式(14) 中参数的  $\hat{\lambda}$ 跳变较大, 不利于式(22)中  $\hat{\lambda}_k$ 的求逆计 算, 所以只取  $\Sigma_{y,k+1}^{-1} = R$ 的情形, 适当调节  $\alpha$  值即可. 则式(14)可由下式替换:

$$\hat{\lambda}_k = (1+\alpha) \| M_k^{\mathrm{T}} H_{k+1}^{\mathrm{T}} R_{k+1}^{-1} H_{k+1} M_k \|.$$
(23)

由此可得,不确定性系统间断观测鲁棒递推算法 由式(16)~(23)组成. 与标准 Kalman 滤波相比主要的 区别为: *x*<sub>k+1|k+1</sub> 和 *P*<sub>k+1|k+1</sub> 都是随 β<sub>k+1</sub> 随机变化 的随机变量.

下面,通过引理2证明所提出的滤波算法(16)~(23) 是稳定的.

$$\hat{\lambda} = (1+\alpha) \| M^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}} R^{-1} H M \|,$$
 (24)

$$\hat{R} = R - \hat{\lambda}^{-1} H M M^{\mathrm{T}} H^{\mathrm{T}}, \qquad (25)$$

$$\hat{P}_{k|k} = (P_{k|k}^{-1} + \hat{\lambda} E^{\mathrm{T}} E)^{-1},$$
(26)

$$\hat{F}_k = F(I - \hat{\lambda}\hat{P}_{k|k}E^{\mathrm{T}}E), \qquad (27)$$

$$\hat{x}_{k+1|k} = \hat{F}_k \hat{x}_{k|k},$$
(28)

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + P_{k+1|k+1} H_{k+1}^{\mathrm{T}} \hat{R}_{k+1} \times$$

$$(y_{k+1} - H_{k+1}\hat{x}_{k+1|k}), \tag{29}$$

$$P_{k+1|k} = F_k \hat{P}_{k|k} F_k^{\rm T} + Q_k, \tag{30}$$

 $P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - P_{k+1|k} H_{k+1}^{\mathrm{T}}(\hat{R}_{k+1} +$ 

$$H_{k+1}P_{k+1|k}H_{k+1}^{\mathrm{T}})^{-1}H_{k+1}P_{k+1|k}.$$
 (31)

令 $\bar{H}^{T} = [H^{T}\hat{R}^{-T/2} \sqrt{\hat{\lambda}}E_{f}^{T}], 则有: 1) \{F, \bar{H}\}$ 可 检测; 2)  $\{F, GQ^{1/2}\}$ 可镇定. 对任意的初始条件  $P_{0} >$ 0, 由式 (24)~(31) 给出的递推状态估计器是渐近稳定 的, 即 Riccati 变量  $P_{k+1|k+1}$  趋向于唯一稳态半正定 阵, 即

$$P = FPF^{\mathrm{T}} - FP\bar{H}^{\mathrm{T}}(I + \bar{H}P\bar{H}^{\mathrm{T}})^{-1}\bar{H}PF^{\mathrm{T}} + Q.$$

如果闭环稳态矩阵  $F_p \stackrel{\Delta}{=} \hat{F}[I - PH^{\mathrm{T}}R_e^{-1}H]$  是稳定的,则解 P 是稳定的.其中

$$\hat{F} = F[I - \hat{\lambda}(P - P\bar{H}^{\mathrm{T}}\bar{R}_e^{-1}\bar{H}P)E_f^{\mathrm{T}}E_f],$$

 $R_e = \hat{R} + HPH^{\mathrm{T}}, \ \bar{R}_e = I + \bar{H}P\bar{H}^{\mathrm{T}}.$ 

**定理1** 考虑不确定状态模型(1)及其相应的 鲁棒滤波器(16)~(23), 令

$$\bar{H}^{\mathrm{T}} = [H^{\mathrm{T}}\hat{R}^{-\mathrm{T}/2} \quad \sqrt{\beta}\hat{\lambda}E_{f}^{\mathrm{T}}],$$

且有 { $F, \overline{H}$ } 可检测, { $F, GQ^{1/2}$ } 可镇定,则对任意的 初始条件  $P_0 > 0$ ,式(6) 描述的不确定性系统间断观 测鲁棒状态估计递推算法是稳定的.

证明 将式(18)带入(17),可得

 $P_{k+1|k} = F_k (P_{k|k}^{-1} + \beta_{k+1} \hat{\lambda}_k E_{f,k}^{\mathrm{T}} E_{f,k})^{-1} F_k^{\mathrm{T}} + Q_k,$ 其中

$$P_{k|k}^{-1} = P_{k|k-1}^{-1} + H_k^{\mathrm{T}} \hat{R}_k^{-1} H_k.$$

则有

$$P_{k+1|k} = F_k (P_{k|k-1}^{-1} + H_k^{\mathrm{T}} \hat{R}_k^{-1} H_k + \beta_{k+1} \hat{\lambda}_k E_{f,k}^{\mathrm{T}} E_{f,k})^{-1} F_k^{\mathrm{T}} + Q_k$$

令 
$$P_k = P_{k|k-1}$$
, 有  
 $P_{k+1} = F_k (P_k^{-1} + H_k^{\mathrm{T}} \hat{R}_k^{-1} H_k + \beta_{k+1} \hat{\lambda}_k E_{f,k}^{\mathrm{T}} E_{f,k})^{-1} F_k^{\mathrm{T}} + Q_k.$ 

定义

$$\bar{H}_{k} \stackrel{\Delta}{=} \left[ \begin{array}{c} \hat{R}_{k}^{1/2} H_{k} \\ \sqrt{\beta_{k+1} \hat{\lambda}_{k}} E_{f,k} \end{array} \right],$$

并对 $P_k^{-1} + H_k^T \hat{R}_k^{-1} H_k + \beta_{k+1} \hat{\lambda}_k E_{f,k}^T E_{f,k}$ 应用矩阵求 逆定理,得到 $P_{k+1}$ 的递推公式为

$$P_{k+1} = F_k P_k F_k^{\mathrm{T}} - F_k P_k \bar{H}_k^{\mathrm{T}} (I + \bar{H}_k P_k \bar{H}_k^{\mathrm{T}})^{-1} \bar{H}_k P_k F_k^{\mathrm{T}} + Q_k$$

由引理2可知, 若*P*<sub>k</sub>收敛到唯一半正定矩阵*P*,则不确定性系统间断观测鲁棒状态估计递推算法是 稳定的.□

**定理 2** 在定理1的条件下,不确定状态模型(1)的鲁棒滤波稳态误差协方差*P*有界.

证明 令 
$$y_k^* = Hx_k^*, e_k^* = \hat{y}_k - y_k^*, 则有$$
  
 $(e_k^*)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1}(e_k^*) \ge \sigma_{\min}(\Sigma^{-1})(e_k^*)^{\mathrm{T}}(e_k^*) = \sigma_{\min}(\Sigma^{-1})\mathrm{tr}[(e_k^*)(e_k^*)^{\mathrm{T}}].$ 

其中:  $\sigma_{\min}(\Sigma^{-1})$  为矩阵  $\Sigma^{-1}$  的最小奇异值, 则有

$$\sigma_{\min}(\varSigma^{-1}) = \varepsilon.$$

进而可得

$$(e_k^*)^{\mathrm{T}} \Sigma^{-1}(e_k^*) \ge \varepsilon \mathrm{tr}[(e_k^*)(e_k^*)^{\mathrm{T}}].$$

当

$$E\{\varepsilon \operatorname{tr}[(e_k^*)(e_k^*)^{\mathrm{T}}]I\} \ge \varepsilon E[(e_k^*)(e_k^*)^{\mathrm{T}}] = \varepsilon[HE(x_k - x_k^*)(x_k - x_k^*)^{\mathrm{T}}H^{\mathrm{T}} + \Sigma]$$
  
为稳态时, 令  $P = E[(x_k - x_k^*)(x_k - x_k^*)^{\mathrm{T}}],$ 可得

 $ε[HPH^{T} + Σ] ≤ εE[tr(e_{k}^{*})(e_{k}^{*})^{T}I] ≤ ε||\hat{y}_{k} - y_{k}^{*}||^{2}I,$ 即稳态误差协方差 P 有界. □

# 4 算例分析

采用如下算例:  $F = \begin{bmatrix} 0.980 & 2 & 0.019 & 6 \\ 0 & 0.980 & 2 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix},$   $M = \begin{bmatrix} 0.019 & 8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, R = 1, E_f = \begin{bmatrix} 0 & 5 \end{bmatrix},$   $Q = \begin{bmatrix} 1.960 & 8 & 0.019 & 5 \\ 0.019 & 5 & 1.960 & 5 \end{bmatrix}, \|\Delta_k\| \leq 1.$ 

信息接收不到的概率取为

$$P\{\beta_k = 0\} = 1 - \bar{\beta} = 0.20$$

令初值  $P_0 = I$ ,  $\hat{x}_0 = 0$ . 蒙特卡罗仿真次数为1000, 每次仿真100步,得到两个状态的卡尔曼滤波与新滤 波算法的估计误差和估计误差协方差比较图,如图1 ~图4所示.

从图1,图2可以看出,本文提出的滤波算法状态 估计误差优于Kalman滤波.图3,图4中新算法的误 差状态协方差同样也远小于Kalman滤波.这是因为





新算法中加入了寻优参数 $\hat{\lambda}$ 和间断数据处理,所以总体效果优于 Kalman 滤波.

# 5 结 论

本文将间断观测 Kalman 滤波算法引入到不确定 系统的状态估计问题中,将不确定系统估计问题转化 为间断观测的规则最小二乘优化问题.由此推导出不 确定性系统间断观测鲁棒递推算法,并证明该算法稳 定,且稳态误差协方差有界.

与以往的利用线性矩阵不等式得到滤波器隐式 解算法相比,同样是处理具有测量数据部分丢失的随 机不确定系统估计问题,本文提出的算法给出了显式 解,更有利于处理网络环境下的导航和跟踪等问题. 仿真算例表明,该算法跟踪效果明显好于 Kalman 滤 波.

### 参考文献(References)

- 王武,杨富文.随机时延网络化不确定系统的鲁棒 H<sub>∞</sub> 滤波[J]. 自动化学报, 2007, 33(5): 557-560.
   (Wang W, Yang F W. Robust H<sub>∞</sub> filtering for networked uncertain systems with random time delays[J]. Acta Armamentar, 2007, 33(5): 557-560.)
- [2] 夏红伟,马广程,王常虹,等.一类通讯受限不确定网络控制系统鲁棒 H<sub>∞</sub> 滤波[J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 888-893.

(Xia H W, Ma G C, Wang C C, et al. Robust  $H_{\infty}$  filtering for a class of uncertain networked control systems with limited communication[J]. Control and Decision, 2008, 23(8): 888-893.)

 [3] 王武,杨富文,詹耀清.测量数据丢失的随机不确定离 散系统的鲁棒 H<sub>2</sub> 状态估计[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(3): 439-445.

(Wang W, Yang F W, Zhan Y Q. Robust  $H_2$  state estimation for stochastic uncertain discrete-time system with missing measurements[J]. Control Theory and Applications, 2008, 25(3): 439-445.) [4] 王武, 蔡逢煌, 林琼斌, 等. 部分测量数据丢失的网络化系统的 l<sub>2</sub> − l<sub>∞</sub> 滤波[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(6): 919-923.

(Wang W, Cai F H, Lin Q B, et al.  $l_2 - l_{\infty}$  filtering for networked systems with missing measurements[J]. Control Theory and Applications, 2007, 24(6): 919-923.)

- [5] Peng Shi, Boukas E-K, Agarwal R K. Kalman filtering for continuous-time uncertain systems with Markovian jumping Parameters[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1999, 44(8): 1592-1597.
- [6] Magdi S Mahmoud, Peng Shi. Robust Kalman filtering for continous time-relay systems with Markovian jump parameters[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 2003, 50(1): 98-105.
- [7] Sinopoli B, Schenato L, Franceschetti M, et al. Kalman filtering with intermittent observations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1453-1464.
- [8] Sayed A H. A framework for state-space estimation with uncertain models[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(7): 998-1013.
- [9] Sayed A H. State-space estimation with uncertain data: Finite and infinite-horizon results[C]. Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control. Sydney, 2000: 4666-4671.

(上接第279页)

- [6] Lin Cheng-Hung Chen, Chin-Teng Lin. A hybrid of cooperative particle swarm optimization and cultural algorithm for neural fuzzy networks and its prediction applications[J]. IEEE Trans on System, Man, Cybernetics, 2009, 39(1): 55-68.
- [7] Yang X, Yuan J, Yuan J, et al. A modified particle swarm optimizer with dynamic adaptation[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 189(2): 1205-1213.
- [8] Tripathi P K, Bandyopadhyay S, Pal S K. Multi-objective particle swarm optimization with time variant inertia and acceleration coefficients[J]. Information Sciences, 2007, 177(22): 5033-5049.
- [9] Arumugam M S, Rao M V C. On the improved performances of the particle swarm optimization algorithms with adaptive parameters, cross-over operators and root mean square(RMS) variants for computing optimal control of a class of hybrid systems[J]. Applied Soft Computing, 2008, 8(1): 324-336.
- [10] Jiao B, Lian Z, Gu X. A dynamic inertia weight particle swarm optimization algorithm[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2008, 37(3): 698-705.

- [11] Natsuki H, Hitoshi I. Particle swarm optimization with Gaussian mutation[C]. IEEE Proc of the Swarm Intelligence Symposium. Indiana, 2003: 72-79.
- [12] Chen Po-Hung. Pumped-storage scheduling using evolutionary particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Energy Conversion, 2008, 23(1): 294-301.
- [13] Linyi Li, Deren Li. Fuzzy entropy image segmentation based on particle swarm optimization[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(9): 1167-1171.
- [14] Ling S H, Iu H H C, Chan K Y, et al. Hybrid particle pwarm optimization with wavelet mutation and its industrial applications[J]. IEEE Trans on System, Man, Cybernetics, 2008, 38(3): 743-763.
- [15] Tao W B, Tian J W, Liu J. Image segmentation by threelevel thresholding based on maximum fuzzy entropy and genetic algorithm[J]. Pattern Recognition Letter, 2003, 24(14): 3069-3078.
- [16] Sahoo P K, Soltani S, Wong A K C, et al. A survey of thresholding techniques[J]. Computer Vision Graphics Image Processing, 1988, 41(2): 233-260.