第 26 卷 第 2 期
Vol. 26 No. 2

控 制 与 决 策
Control and Decision

2011 年 2 月
Feb. 2011

文章编号: 1001-0920 (2011) 02-0233-04

基于订货阈值的供应商延期支付策略设计

张成堂[1,2], 周永务[2,3], 王 凯[1]

(1. 安徽农业大学 理学院，合肥 230036；2. 合肥工业大学 管理学院，合肥 230009；3.华南理工大学 工商管理学院，广州 510640)

摘 要: 针对完全信息下以供应商为核心企业的二级供应链库存系统, 将全单位延期支付与部分延期支付两种手段相结合, 并在考虑延期支付期限与订货量相关的条件下, 设计了基于供应商视角和订货阈值的延期支付策略, 从而得出此策略能使系统利润达到帕累托最优. 最后, 通过数值算例对相关结论进行了验证和灵敏度分析.

关键词: 供应链库存；部分延期支付；订货阈值

中图分类号: O227；F274 **文献标识码:** A

Strategy of supplier's delayed payment based on order threshold

ZHANG Cheng-tang[1,2], *ZHOU Yong-wu*[2,3], *WANG Kai*[1]

(1. Institute of Science，Anhui Agricultural University，Hefei 230036，China；2. School of Management，Hefei University of Technology，Hefei 230009，China；3. School of Business Administration，South China University of Technology，Guangzhou 510640，China．Correspondent：WANG Kai，E-mail：wangkai@ahau.edu.cn)

Abstract: For the two-stage supply chain inventory system which takes supplier as the core enterprise under the full information combining full permissible delay in payments with partial permissible delay in payments, and under the condition of delay in payments influencing order quantity, the strategy based on delay in payments from the perspective of supplier and order threshold is designed, and the conclusion that this strategy enable the system to achieve Pareto optimal profits is obtained. Finally, numerical examples on the relevant conclusions are verified and sensitivity is analyzed.

Key words: supply chain inventory；partial permissible delay in payments；order threshold

1 引 言

在现代信用社会中, 延期支付是常见的商业促销手段, 卖者允许买者在一定的信用期限后缴纳货款, 以达到刺激商业经济活动, 提升自身竞争力的目的. Goyal[1]于 1985 年率先提出全单位延期支付条件下的 EOQ 模型, 之后许多学者对延期支付策略进行了大量的扩展与研究. 文献 [2] 建立了考虑变质率和线性需求下允许延期支付的 EOQ 模型; [3] 针对弹性需求下不同的零售价与批发价, 给出了延期策略下零售商的最优定价和订货批量; [4] 首先在有限补货率条件下, 给出了允许延期支付的最优补货模型; [5] 随后对 [4] 提出的模型进行相应的修正, 研究了在销售价格与采购价格不一致的情况下, 基于延期支付的最优补货策略; [6-7] 考虑了通货膨胀环境下的延期支付问题; [8-9] 也对延期支付策略进行了相应的研究. 但已有文献大多都是研究基于供应商给定延期支付策略下的零售商最优订货决策问题, 国内外文献较少涉及到从供应商视角制定延期支付策略的情形.

文献 [10] 在 2007 年给出了完全信息下与最低订货量相关的供应商延期支付策略的制定问题, 但本文只讨论全单位延期支付手段, 没有考虑部分延期支付策略. 本文将在上述文献的基础上, 引入部分延期支付策略, 并充分考虑延期支付期限与订货量相关的情形下, 从供应商视角构建了基于订货阈值的延期支付优化模型, 进一步拓展了延期支付策略的研究方向.

2 基本假设与符号

为了便于建立模型, 给出以下基本假设: 1) 只讨论常数需求下的单产品供应链系统, 不允许缺货; 2) 时间区间无限; 3) 每周期终止时刻系统的库存为零; 4) 供应商和零售商均为风险中性, 且零售商具有良好

收稿日期: 2009-11-15；**修回日期:** 2010-06-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70771034, 70971041)；高等学校博士学科点专项科研基金项目(20060359007)；安徽省高等学校自然科学研究项目(KJ2010B337)；安徽农业大学青年科学基金项目(2009zr26).

作者简介: 张成堂(1977−), 男, 讲师, 从事供应链管理、运筹与决策等研究；周永务(1964−), 男, 教授, 博士生导师, 从事物流与供应链管理、运筹优化等研究.

的信用度和足够的还款能力; 5) 提前期为零, 即时补货, 零售商获得的延期支付期限与其每次的订货水平相关.

相关符号约定如下: M 为供应商给予零售商的延期支付期限(决策变量); D 为产品在 t 时刻的需求; c 为供应商单位产品成本价; w 为供应商单位产品售价; T 为零售商的订货周期; Q 为零售商的订货量; V 为全单位延期支付的订货阈值; I_e 为单位库存年收益利息; I_k 为单位库存年支付利息; A 为零售商每次订货成本; B 为供应商每次订货成本; h 为单位时间单位库存费用; p 为零售商单位产品售价; Q_Y^* 为一体化时最优订货量; α 为供应商允许的部分延期支付系数; Ψ_i^r 为零售商单位时间内的利润; Ψ_i^s 为供应商单位时间内的利润; Π_j 为系统整体利润(其中: $i=1,2$ 分别表示分散决策、延期支付策略下情形, $j=1,2,3,4$ 分别表示4种不同延期支付策略下的情形).

3 模型分析

根据假设, 随着产品的销售, 零售商的库存应满足以下关系: $\mathrm{d}I(t)/\mathrm{d}t=-D(0<t<T)$. 由于不允许缺货, 由初值条件 $I(T)=0$, 可得上述微分方程的解为 $I(T)=(T-t)D(0\leqslant t\leqslant T)$. 因此零售商每周期的订货量为 $Q=I(0)=DT$.

3.1 无延期支付策略下情形

3.1.1 分散决策下情形

供应商利润为

$$\Psi_1^s=(w-c)D-BD/Q. \tag{1}$$

零售商利润为

$$\begin{aligned}\Psi_1^r=&pD-\Big[wD+\frac{AD}{Q}+\frac{h}{T}\int_0^T D(T-t)\mathrm{d}t\Big]=\\&pD-wD-\frac{AD}{Q}-\frac{hQ}{2}.\end{aligned} \tag{2}$$

根据式(2)得出零售商在利润最大化时的最优订货量为 $Q^*=\sqrt{2AD/h}$.

3.1.2 一体化情形

系统利润为

$$\Pi=\Psi_1^s+\Psi_1^r=(p-c)D-\frac{(A+B)D}{Q}-\frac{hQ}{2}.$$

由 $\dfrac{\partial\Pi}{\partial Q}=\dfrac{(A+B)D}{Q^2}-\dfrac{h}{2}=0$, 可得系统最优订货量为 $Q_Y^*=\sqrt{2(A+B)D/h}$. 显然有

$$Q^*=\sqrt{\frac{2AD}{h}}<Q_Y^*=\sqrt{\frac{2(A+B)D}{h}}.$$

由式(1)可得 $\dfrac{\partial\Psi_1^s}{\partial Q}=\dfrac{BD}{Q^2}>0$, 这表明零售商增加订货量, 供应商利润也随之增加, 同时也有利于提高系统整体利润.

3.2 延期支付策略下情形

基于上述分析, 为了激励零售商增加订货量, 使供应链成员及系统收益均能得到pareto优化, 供应商可考虑设计如下延期支付策略:

$$M(Q)=\begin{cases}0,\ Q\leqslant Q^*;\\M_p,\ Q^*<Q<V;\\M_f,\ Q\geqslant V.\end{cases}$$

其中: M_f 表示当零售商订货量 $Q\geqslant V$, 即 $T\geqslant T_V=V/D$ 时, 供应商给予零售商的全单位延期支付期限; M_p 表示当零售商订货量 $Q\in(Q^*,V)$, 即 $T<T_V$ 时, 供应商给予零售商的部分延期支付期限, 即供应商要求零售商在订货时须将 $(1-\alpha)wQ$ 货款立即支付, 其余 αwQ 货款可延期 M_p 付清.

供应商给零售商提供延期支付期限 M 时, 在期限内零售商的销售收入以利率 I_e 获得利息收入, 到达期限后, 零售商支付所有的货款, 对未售出的存货需要以利率 I_k 支付一定利息, 且 $I_k>I_e$ (若 $I_k<I_e$, 则零售商为赚取利息而不会付款, 不符合现实情况), 根据供应链成员利润、系统利润与订货周期(或订货量)的关系归类后可分为以下4种情况考虑:

1) 当 $T_V\leqslant T\leqslant M$ 或 $M<T_V\leqslant T$ 时

供应商给予零售商基于订货量的全单位延期支付期限 M_f, 供应商利润函数 $\Psi_2^s=$ 销售利润$-$购货成本$-$延期利息损失; 零售商的利润函数 $\Psi_2^r=$ 销售利润$-$订货成本$-$库存费用$+$延期利息收入. 因此整个系统利润为

$$\begin{aligned}&\Pi_1(M,Q)=\Psi_2^s+\Psi_2^r=\\&\Big[(w-c)D-\frac{BD}{Q}-wMDI_k\Big]+\\&\Big[(p-w)D-\frac{AD}{Q}-\frac{Qh}{2}+pI_e\Big(MD-\frac{Q}{2}\Big)\Big]=\\&(p-c)D-\frac{(A+B)D}{Q}-\frac{Qh}{2}+pI_eMD-\\&\frac{pQI_e}{2}-wMDI_k.\end{aligned}$$

考虑延期支付期限 M 是订货量 Q 的函数, 由 $\partial\Pi_1/\partial Q=0$ 可得

$$\frac{(A+B)D}{Q^2}-\frac{h}{2}+pDI_e\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}Q}-\frac{pI_e}{2}-wDI_k\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}Q}=0.$$

解微分方程得

$$M=\frac{(pI_e+h)Q}{2D(pI_e-wI_k)}+\frac{A+B}{Q(pI_e-wI_k)}+C_1. \tag{3}$$

显然当 $M=0$ 时, $Q=Q^*$, 代入式(3)解出

$$C_1=\frac{(pI_e+h)Q^*}{2D(wI_k-pI_e)}+\frac{A+B}{Q^*(wI_k-pI_e)}. \tag{4}$$

因此, 供应商提供的最优延期为

$$M_f^*=\frac{(Q-Q^*)(pI_e+h)}{2D\nabla_1}+\frac{A+B}{\nabla_1}\Big(\frac{1}{Q}-\frac{1}{Q^*}\Big).$$

其中

$$\nabla_1=pI_e-wI_k,\ Q^*=\sqrt{2AD/h},Q\geqslant V.$$

2) 当 $T\leqslant M<T_V$ 或 $T<T_V\leqslant M$ 时

供应商只给予零售商支付系数为 α 的部分延期支付期限 M_p, 类似上述分析, 可得整个系统利润为

$$\begin{aligned}&\Pi_2(M,Q)=\\&\Big[(w-c)D-\frac{BD}{Q}-\alpha wMDI_k\Big]+\\&(p-w)D+[p-(1-\alpha)w]I_e(MD-Q)-\\&\frac{AD}{Q}-\frac{Qh}{2}-Q\frac{w^2I_k(1-\alpha)^2-[p-(1-\alpha)w]^2I_e}{2p}.\end{aligned}$$

令 $\partial\Pi_2/\partial Q=0$, 并解微分方程可得

$$M=\frac{\nabla_2Q}{\nabla_3D}+\frac{A+B}{\nabla_3Q}+C_2,$$

其中

$$C_2=-\frac{\nabla_2Q^{*2}+(A+B)D}{\nabla_3Q^*D}.$$

因此, 供应商提供的延期为

$$M_p^*=\frac{\nabla_2}{\nabla_3D}(Q-Q^*)+\frac{A+B}{\nabla_3}\Big(\frac{1}{Q}-\frac{1}{Q^*}\Big).$$

其中

$$\begin{aligned}\nabla_2&=\frac{w^2I_k(1-\alpha^2)-[p-(1-\alpha)w]^2I_e}{2p}+\\&\quad\frac{h}{2}+[p-(1-\alpha)w]I_e,\\\nabla_3&=[p-(1-\alpha)w]I_e-\alpha wI_k,\ Q\in(Q^*,V).\end{aligned}$$

3) 当 $M<T<T_V$ 时

类似情形 2), 整个系统利润为

$$\begin{aligned}&\Pi_3(M,Q)=\\&\Big[(w-c)D-\frac{BD}{Q}-\alpha wMDI_k\Big]+\\&(p-w)D-\frac{AD}{Q}+\frac{I_e[pMD-(1-\alpha)wQ]^2}{2pQ}-\\&\frac{Qh}{2}-\frac{w^2I_kQ(1-\alpha)^2}{2p}-\frac{wI_k(MD-Q)^2}{2Q}.\end{aligned}$$

令 $\partial\Pi_3/\partial Q=0$, 同理解微分方程可得供应商提供的最优延期为

$$M_p^{**}=\frac{1}{D}\Big[\frac{\nabla_4}{\nabla_1}+\frac{\sqrt{(\nabla_5-2C_3Q)\nabla_1+\nabla_6\nabla_4}}{\nabla_1}\Big].$$

其中

$$\begin{aligned}&C_3=\frac{1}{2pQ^*}[w^2Q^{*2}(1-\alpha)^2(I_k-I_e)+\\&2p(A+B)D+phQ^{*2}+pwI_kQ^{*2}],\\&\nabla_4=wQ(1-\alpha)(I_e-I_k),\\&\nabla_5=hQ^2+2(A+B)D+wI_kQ^2,\\&\nabla_6=\frac{wQI_k(w-p)(1-\alpha)}{p},\ Q\in(Q^*,V).\end{aligned}$$

4) 当 $T_V\leqslant M<T$ 时

类似情形 1), 整个系统利润为

$$\begin{aligned}&\Pi_4(M,Q)=\\&\Big[(w-c)D-\frac{BD}{Q}-wMDI_k\Big]-\frac{AD}{Q}+\\&(p-w)D-\frac{Qh}{2}+\frac{pI_eD^2M^2}{2Q}-\frac{wI_k(MD-Q)^2}{2Q}.\end{aligned}$$

由 $\partial\Pi_4/\partial Q=0$, 解微分方程可得供应商提供的最优延期为

$$M_f^{**}=\frac{1}{D}\sqrt{\frac{\nabla_7}{\nabla_1}\Big[1-\Big(\frac{pI_e-wQI_k}{pI_e-wQ^*I_k}\Big)^{-\frac{\nabla_1}{wI_k}}\Big]}.$$

其中

$$\nabla_7=2(A+B)D-h-wI_k,\ Q\geqslant V.$$

针对以上 4 种情形分析, 零售商的订货量大小将直接影响其获得的延期支付期限. 为了有效提升渠道整体效益和激励零售商加大订货量, 使供应链成员收益达到 pareto 改进, 供应商可给予零售商灵活的延期支付期限.

命题 1　对于给定的订货阈值 V 和零售商的每一订货水平 Q, 要使系统利润最优, 供应商可提供如下形式的最优延期支付策略:

$$M^*(Q)=\begin{cases}0,\ Q\leqslant Q^*;\\M_p^*,\ Q^*<Q<V,\ \varDelta_{23}>0;\\M_p^{**},\ Q^*<Q<V,\ \varDelta_{23}<0;\\M_f^*,\ Q\geqslant V,\ \varDelta_{14}>0;\\M_f^{**},\ Q\geqslant V,\ \varDelta_{14}<0.\end{cases}$$

其中

$$\varDelta_{14}=\Pi_1-\Pi_4,\ \varDelta_{23}=\Pi_2-\Pi_3.$$

4　数值算例

分析延期支付策略模型, 相关参数可假设如下: $w=50$, $D=1\,000$, $p=60$, $h=4$, $c=35$, $A=20$, $B=60$, 易得分散决策下零售商的最优订货量 $Q^*=100$. 根据模型分析, 对于不同的订货阈值 V, 部分延期支付系数 α 和零售商的订货量 Q, 计算供应商提供的最优延期 M^* (时间单位为年), 如表 1 所示.

由表 1 可知, 当利率 I_k, I_e 偏离较大时, 系统利润受到显著影响, 随着零售商订货量的增加, 供应商提供的最优延期支付期限逐渐递减; 而当两者比较接近时, 供应商提供的最优延期支付期限相对较大, 并随着订货量的增加而增大.当部分延期支付系数 α 较高时, 有利于激励零售商加大订货量, 其获得的最优延期也会相对较长.

表 1 不同参数水平下的最优延期

α	I_k	I_e	V	Q	$\varDelta_{14}$ or $\varDelta_{23}$	M^*
0.2	0.1	0.02	120	195	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0376$
				200	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0368$
				205	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0360$
			200	195	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.0690$
				200	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0368$
				205	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0360$
			280	195	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.0690$
				200	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.0556$
				205	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.0413$
0.5	0.08	0.05	120	195	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0572$
				200	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0500$
				205	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0423$
			200	195	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.1696$
				200	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0500$
				205	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.0423$
			280	195	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.1696$
				200	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.1375$
				205	$\varDelta_{23} > 0$	$M_p^* = 0.1034$
0.8	0.09	0.08	120	195	$\varDelta_{14} < 0$	$M_f^{**} = 0.1530$
				200	$\varDelta_{14} < 0$	$M_f^{**} = 0.1558$
				205	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.1741$
			200	195	$\varDelta_{23} < 0$	$M_p^{**} = 0.0882$
				200	$\varDelta_{14} < 0$	$M_f^{**} = 0.1558$
				205	$\varDelta_{14} > 0$	$M_f^* = 0.1741$
			280	195	$\varDelta_{23} < 0$	$M_p^{**} = 0.0882$
				200	$\varDelta_{23} < 0$	$M_p^{**} = 0.1305$
				205	$\varDelta_{23} < 0$	$M_p^{**} = 0.1678$

5 结 论

本文采用全单位与部分延期支付相结合手段对现代商业活动中的延期支付进行了研究. 基于供应商视角设计了与订货量相关的延期支付策略, 算例分析表明, 对于零售商的不同订货水平, 供应商可提供相应的最优延期支付期限, 使渠道效益达到最大化, 这样能激励零售商加大订货量, 从而使链上成员的效益也能达到parote改善. 进一步的研究可考虑产品的变质率、价格折扣、多级供应链等情形.

参考文献(References)

[1] Goyal S K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments[J]. J of the Operational Research Society, 1985, 36(4): 335-338.

[2] Chang H J, Hung C H, Dye C Y. An inventory model for deteriorating items with linear trend demand under the condition that permissible delay in payments[J]. Production Planning and Control, 2001, 12(3): 274-282.

[3] Teng J T, Chang C T, Goyal S K. Optimal pricing and ordering policy under permissible delay in payments[J]. Int J of Production Economics, 2005, 97(2): 121-129.

[4] Chung K J, Huang Y F. The optimal cycle time for EPQ inventory model under permissible delay in payments[J]. Int J of Production Ecnomics, 2003, 84(3): 307-318.

[5] Huang Y F. Optimal retailer's replenishment policy for the EPQ model under supplier's trade credit policy[J]. Production Planning and Control, 2004, 15(1): 27-33.

[6] Liao H C, Tsai C H, Su C T. An inventory model with deteriorating items under inflation when a delay in payment is permissible[J]. Int J of Production Economics, 2000, 63 (2): 207-214.

[7] Sarker B R, Jamal A M M, Wang S. Supply chain model for perishable products under inflation and permissible delay in payment[J]. Computers and Operations Research, 2000, 27(1): 59-75.

[8] Chang C T, Ouyang L Y, Teng J T. Ordering policies of deteriorating items in a DCF analysis under supplier credit linked to ordering quantity[J]. Asia-Pacific J of Operational Research, 2008, 25(1): 89-112.

[9] Teng J T, Ouyang L Y, Chen L H. Optimal manufacturer's pricing and lot-sizing policies under trade credit financing[J]. Int Trans in Operational Research, 2006, 13(6): 515-528.

[10] Qiu H, Liang L. Determination of the delay in payment from the perspective of supplier[C]. Int Conf on Industrial Engineering and Systems Management. Beijing: IESM, 2007: 236-238.