

文章编号: 1001-0920(2011)01-0129-04

# 直觉模糊 POWA 算子及其在多准则决策中的应用

徐永杰, 孙 涛, 李登峰

(海军大连舰艇学院 研究生管理大队, 辽宁 大连 116018)

**摘要:** 为了解决具有优先级的直觉模糊多准则决策问题, 定义了直觉模糊优先有序加权平均(IFPOWA)算子。基于优先关系, 利用直觉模糊值修正得分函数给出其关联权重向量的计算方法, 分析并证明了 IFPOWA 算子的性质; 提出了基于 IFPOWA 算子的具有优先级的直觉模糊多准则决策方法。最后, 利用实例对方法的有效性进行了分析。

**关键词:** 直觉模糊集; 优先有序加权平均算子; 直觉模糊优先有序加权平均算子; 模糊多准则决策

中图分类号: C934

文献标识码: A

## Intuitionistic fuzzy prioritized OWA operator and its application in multi-criteria decision-making problem

XU Yong-jie, SUN Tao, LI Deng-feng

(Postgraduate Team, Dalian Naval Academy, Dalian 116018, China. Correspondent: XU Yong-jie, E-mail: xyjuo@yahoo.com.cn)

**Abstract:** In order to solve the prioritized multi-criteria decision-making problem under intuitionistic fuzzy environment, the intuitionistic fuzzy POWA(IFPOWA) operator is defined. The method of determining the weighting vector related with the operator is formulated based on priority relationship and revised scoring function. Some properties on the IFPOWA operator are presented. A novel method for prioritized multi-criteria decision-making problem under intuitionistic fuzzy environment utilizing the IFPOWA operator is developed. Finally, a practical example shows the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** intuitionistic fuzzy sets; POWA operator; IFPOWA operator; multi-criteria fuzzy decision-making

## 1 引言

Atanassov<sup>[1]</sup>提出的直觉模糊集已广泛应用于决策领域<sup>[2-4]</sup>, 其中的直觉模糊信息集成已成为一个研究热点<sup>[5-8]</sup>。为了克服取大取小算子可能造成信息丢失的问题, 文献[5-6]分别定义了直觉模糊几何平均算子、直觉模糊加权平均算子和直觉模糊有序加权平均算子。<sup>[7]</sup>提出了动态直觉模糊几何平均算子以解决动态多属性决策问题。为了解决准则之间不满足独立可加性原则的多准则决策问题,<sup>[8]</sup>定义了直觉模糊 Choquet 积分算子。另一方面, 针对准则之间具有优先关系的模糊多准则决策问题, Yager<sup>[9]</sup>先后提出了优先平均算子、优先评分算子和优先有序加权平均算子<sup>[10]</sup>, 然而上述 3 个集结算子均是用来集结模糊信息的, 并不能解决直觉模糊条件下准则值集结问题。

本文以具有优先级的直觉模糊多准则决策问题为研究背景, 利用优先关系和准则值大小获得准则权

重, 定义了直觉模糊优先有序加权平均(IFPOWA)算子并研究其性质, 基于 IFPOWA 提出了一种多准则决策方法。

## 2 直觉模糊优先有序加权平均算子

令  $A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X\}$  为  $X$  上的一个直觉模糊集, 其中  $\mu_A(x), \nu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$  分别为其隶属函数和非隶属函数。文献[6]称  $a = \langle \mu_a, \nu_a \rangle$  为一个直觉模糊值, 其中  $\mu_a, \nu_a \in [0, 1]$ , 且  $\mu_a + \nu_a \leq 1$ 。令  $\Theta$  为全体直觉模糊值的集合, 文献[11]给出了如下的修正得分函数。

**定义 1** 直觉模糊值  $a = \langle \mu_a, \nu_a \rangle$  的修正得分为<sup>[11]</sup>

$$S(a) = \mu_a + \frac{1}{2}(1 - \mu_a - \nu_a). \quad (1)$$

**定义 2** 设  $a_i = \langle \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, n)$  为一组直觉模糊值,  $P_i$  为其优先级别, 且具有优先关系  $p$ :

收稿日期: 2009-10-29; 修回日期: 2010-04-09。

基金项目: 国家自然科学基金项目(70571086, 70871117)。

作者简介: 徐永杰(1980-), 男, 博士生, 从事作战指挥辅助决策理论的研究; 李登峰(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事军事运筹学、作战指挥学等研究。

$P_1 > P_2 > \dots > P_n$ . 若  $F_{(\omega,p)} : \Theta^n \rightarrow \Theta$ , 即

$$F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{a}_{\sigma(i)} = w_1 \tilde{a}_{\sigma(1)} + w_2 \tilde{a}_{\sigma(2)} + \dots + w_n \tilde{a}_{\sigma(n)}. \quad (2)$$

其中:  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$  是与函数  $F_{(\omega,p)}$  相关联的权重向量, 且满足  $0 \leq w_i \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ ;  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)^T$  是  $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$  在无优先级条件下的 OWA 相关联权重向量,  $0 \leq \omega_i \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ ;  $\tilde{a}_{\sigma(i)}$  是  $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$  中第  $i$  大的元素. 则称函数  $F_{(\omega,p)}$  为直觉模糊优先有序加权平均(IFPOWA) 算子. 这里 OWA 相关联权重向量的求取方法参见文献[12].

考虑修正得分函数比较合理的度量直觉模糊值的大小, 采用直觉模糊值的修正得分来计算关联权重, 给出 IFPOWA 算子关联权重向量计算步骤如下:

Step 1: 令  $V_i$  表示直觉模糊值的大小, 其中

$$V_i = S(a_i). \quad (3)$$

Step 2: 因为  $S(a_i) \in [0, 1]$ , 所以  $|V(a_i)| \in [0, 1]$ . 令  $T_i$  表示各个优先级别直觉模糊值相对重要程度的度量, 其中  $T_1 = 1$ , 且

$$T_i = \prod_{k=1}^{i-1} V_k = T_{i-1} V_{k-1}. \quad (4)$$

Step 3: 令  $r_i$  表示归一化的基于优先级的权重,  $r_{\sigma(j)}$  是与  $\tilde{a}_{\sigma(j)}$  相对应的优先级权重, 并令  $R_j = \sum_{j=1}^n r_{\sigma(j)}$ , 其中

$$r_i = T_i / \sum_{i=1}^n T_i. \quad (5)$$

Step 4: 选择 BUM 方程为

$$f(z) = \sum_{i=1}^{j-1} \omega_i + \omega_j (nz - (j-1)), \\ (j-1)/n \leq z \leq j/n. \quad (6)$$

Step 5: 令权重向量为  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ ,  $f(R_0) = 0$ , 则有

$$w_i = f(R_{j+1}) - f(R_j). \quad (7)$$

### 3 IFPOWA 算子的性质

IFPOWA 算子具有如下性质:

**定理 1** 若  $a_i = \langle \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, n)$  为一组直觉模糊值, 则由 IFPOWA 算子集成得到的仍是直觉模糊值, 且

$$F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_n) =$$

$$\left\langle 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}})^{w_i}, \prod_{i=1}^n \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i} \right\rangle. \quad (8)$$

证明 用归纳法进行证明.

1) 当  $n = 2$  时, 有

$$F_{(\omega,p)}(a_1, a_2) = w_1 \tilde{a}_{\sigma(1)} + w_2 \tilde{a}_{\sigma(2)}. \quad (9)$$

其中:  $\tilde{a}_{\sigma(1)} = \max\{a_1, a_2\}$  和  $\tilde{a}_{\sigma(2)} = \min\{a_1, a_2\}$  均为直觉模糊值;  $w_1, w_2 \in [0, 1]$  均为实数. 由直觉模糊集的基本运算可知,  $F_{(\omega,p)}(a_1, a_2)$  为直觉模糊值, 同时有

$$w_1 \tilde{a}_{\sigma(1)} = \langle 1 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(1)}})^{w_1}, \nu_{\tilde{a}_{\sigma(1)}}^{w_1} \rangle,$$

$$w_2 \tilde{a}_{\sigma(2)} = \langle 1 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(2)}})^{w_2}, \nu_{\tilde{a}_{\sigma(2)}}^{w_2} \rangle.$$

则

$$\begin{aligned} F_{(\omega,p)}(a_1, a_2) &= w_1 \tilde{a}_{\sigma(1)} + w_2 \tilde{a}_{\sigma(2)} = \\ &\langle 2 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(1)}})^{w_1} - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(2)}})^{w_2} - (1 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(1)}})^{w_1})(1 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(2)}})^{w_2}), \nu_{\tilde{a}_{\sigma(1)}}^{w_1} \nu_{\tilde{a}_{\sigma(2)}}^{w_2} \rangle = \\ &\langle 1 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(1)}})^{w_1}(1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(2)}})^{w_2}, \nu_{\tilde{a}_{\sigma(1)}}^{w_1} \nu_{\tilde{a}_{\sigma(2)}}^{w_2} \rangle. \end{aligned}$$

2) 假设  $n = k$  时, 式(8)也成立, 即

$$F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_k) = \left\langle 1 - \prod_{i=1}^k (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}})^{w_i}, \prod_{i=1}^k \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i} \right\rangle,$$

且集成值为直觉模糊值. 当  $n = k + 1$  时, 根据直觉模糊集的数乘、和运算及式(8), 可得

$$\begin{aligned} F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_{k+1}) &= \\ &w_1 \tilde{a}_{\sigma(1)} + w_2 \tilde{a}_{\sigma(2)} + \dots + w_k \tilde{a}_{\sigma(k)} + w_{k+1} \tilde{a}_{\sigma(k+1)} = \\ &(w_1 \tilde{a}_{\sigma(1)} + w_2 \tilde{a}_{\sigma(2)} + \dots + w_k \tilde{a}_{\sigma(k)}) + w_{k+1} \tilde{a}_{\sigma(k+1)} = \\ &\left\langle 1 - \prod_{i=1}^k (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}})^{w_i} + (1 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(k+1)}})^{w_{k+1}}) - \right. \\ &\left. \left(1 - \prod_{i=1}^k (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}})^{w_i}\right)(1 - (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(k+1)}})^{w_{k+1}}), \prod_{i=1}^{k+1} \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i} \right\rangle = \\ &\left\langle 1 - \prod_{i=1}^{k+1} (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}})^{w_i}, \prod_{i=1}^{k+1} \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i} \right\rangle, \end{aligned}$$

其集成值为直觉模糊值. 因此, 当  $n = k + 1$  时, 式(8)也成立.  $\square$

**定理 2(幂等性)** 设  $a_i = \langle \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, n)$  为一组直觉模糊值, 若所有直觉模糊值相等, 即  $a_i = \langle \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle = a = \langle \mu_a, \nu_a \rangle$ , 则有

$$F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_n) = a = \langle \mu_a, \nu_a \rangle. \quad (10)$$

证明略.

**定理 3** 设  $a_i = \langle \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, n)$  为一

组直觉模糊值, 若  $\nu_{a_i} = 1 - \mu_{a_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), 则有

$$\begin{aligned} F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_n) &= \\ w_1 \tilde{a}_{\sigma(1)} + w_2 \tilde{a}_{\sigma(2)} + \dots + w_n \tilde{a}_{\sigma(n)} &= \\ \left\langle 1 - \prod_{i=1}^n \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i}, \prod_{i=1}^n \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i} \right\rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

证明略.

**定理4(有界性)** 设  $a_i = \langle \mu_{a_i}, \nu_{a_i} \rangle$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 为一组直觉模糊值, 且

$$a^- = \langle \min_i \{\mu_a\}, \max_i \{\nu_a\} \rangle,$$

$$a^+ = \langle \max_i \{\mu_a\}, \min_i \{\nu_a\} \rangle,$$

则有  $a^- \leq F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_n) \leq a^+$ .

**证明** 由于  $\tilde{a}_{\sigma(i)}$  是  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 中第  $i$  大的元素, 令

$$a^- = \langle \min_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}, \max_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\} \rangle,$$

$$a^+ = \langle \max_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}, \min_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\} \rangle.$$

对于任意的  $i$ , 有

$$\min_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\} \leq \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}} \leq \max_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\},$$

$$\min_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\} \leq \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}} \leq \max_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}.$$

则有

$$\begin{aligned} 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}})^{w_i} &\geq \\ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \min_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\})^{w_i} &= \\ 1 - (1 - \min_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\})^{\sum_{i=1}^n w_i} &= \min_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}. \end{aligned}$$

同时, 因为

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^n \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i} &\geq \prod_{i=1}^n \min_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}^{w_i} = \\ (\min_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\})^{\sum_{i=1}^n w_i} &= \min_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}, \end{aligned}$$

所以有

$$\begin{aligned} a^- &\leq F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_n), \\ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}})^{w_i} &\leq \\ 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \max_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\})^{w_i} &= \\ 1 - (1 - \max_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\})^{\sum_{i=1}^n w_i} &= \max_i \{\mu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}, \\ \prod_{i=1}^n \nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}^{w_i} &\leq \prod_{i=1}^n \max_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}^{w_i} = \\ (\max_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\})^{\sum_{i=1}^n w_i} &= \max_i \{\nu_{\tilde{a}_{\sigma(i)}}\}. \end{aligned}$$

所以  $a^+ \geq F_{(\omega,p)}(a_1, a_2, \dots, a_n)$ .  $\square$

#### 4 基于IFPOWA算子的多准则决策方法

设一组  $q$  类不同的准则  $H_1, H_2, \dots, H_q$ ,  $H_i = \{C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in_i}\}$ . 在准则中存在优先关系  $r: H_1 > H_2 > H_3 > \dots > H_q$ , 即  $H_i$  中准则比  $H_k$  中的准则需要优先考虑, 当且仅当  $i < k$ .

设存在一组决策方案  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ , 对于准则  $C_{ij}$ , 方案  $x_k \in X$  的满意度用直觉模糊值  $C_{ij}(x_k) = \langle \mu_{ijk}, \nu_{ijk} \rangle$  表示. 如果令

$$V(x_k) =$$

$$(C_{11}(x_k), C_{12}(x_k), \dots, C_{q1}(x_k), \dots, C_{qn_q}(x_k))$$

表示方案  $x_k \in X$  满足一组具有  $q$  类优先级准则的程度, 且  $V(x^*) = \max_{x_k \in X} [V(x_k)]$ , 则  $x^*$  为最优方案.

根据本文提出的IFPOWA算子, 给出一个具有优先级的直觉模糊多准则决策问题的决策方法.

**Step 1:** 构建决策矩阵  $D = (C_{ijk})_{m \times n}$ , 其中  $C_{ijk} \in \Theta$  表示方案  $x_k \in X$  在准则  $C_{ij}$  上的满意度, 即  $C_{ijk} = C_{ij}(x_k) = \langle \mu_{ijk}, \nu_{ijk} \rangle$ ;

**Step 2:** 对于每个方案  $x_k \in X$ , 应用直觉模糊加权平均(IFWA)算子对其第  $l$  ( $l = 1, 2, \dots, q$ ) 类准则进行集结, 得到决策矩阵  $D' = (h_{ik})_{m \times q}$ , 其中  $h_{ik} = \text{IFWA}(C_{i1k}, C_{i2k}, \dots, C_{in_i}k)$ ;

**Step 3:** 对于每个方案  $x_k \in X$ , 应用式(2)分别对其实所有  $q$  类准则的满意度进行集结, 得到决策向量

$$V = (V(x_1), V(x_2), \dots, V(x_m))^T,$$

其中

$$V(x_k) = F_{(\omega,p)} \text{IFPOWA}(h_{1k}, h_{2k}, \dots, h_{qk}); \quad (12)$$

**Step 4:** 根据直觉模糊值修正得分函数, 对各个方案的评价值进行比较, 做出决策.

#### 5 仿真实例

某单位按照“德才兼备”的原则对干部进行考核选拔.“德”( $H_1$ )的要求优先于“才”( $H_2$ )的要求, 即存在优先关系:  $H_1 \succ H_2$ . 制定了6项考核指标(准则), 分别为: 思想品德( $C_{11}$ ), 工作态度( $C_{12}$ ), 工作作风( $C_{13}$ ), 文化水平和知识结构( $C_{21}$ ), 领导能力( $C_{22}$ ), 开拓能力( $C_{23}$ ). 其中:  $C_{11}, C_{12}, C_{13}$  反映干部“德”方面的素质;  $C_{21}, C_{22}, C_{23}$  反映干部“才”方面的素质, 由群众推荐并评议. 这是一个具有优先级的多准则决策问题, 下面应用基于IFPOWA算子的决策方法对干部进行选拔.

首先, 建立直觉模糊决策矩阵. 对5位候选人  $L_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 5$ ) 按上述6项指标进行评估, 评估信息经过统计处理后, 可表示为直觉模糊值, 如表1所示.

其次, 应用直觉模糊加权平均算子对各优先级内的准则值进行集结. 取  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1/3$ , 得到级

表 1 初始决策矩阵

	$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$L_5$
$C_{11}$	$\langle 0.3, 0.5 \rangle$	$\langle 0.6, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.6, 0.2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.5 \rangle$
$C_{12}$	$\langle 0.6, 0.2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.7, 0.1 \rangle$	$\langle 0.5, 0.1 \rangle$	$\langle 0.3, 0.5 \rangle$
$C_{13}$	$\langle 0.5, 0.4 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.7, 0.2 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$
$C_{21}$	$\langle 0.7, 0.1 \rangle$	$\langle 0.6, 0.2 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle 0.6, 0.1 \rangle$
$C_{22}$	$\langle 0.2, 0.5 \rangle$	$\langle 0.4, 0.6 \rangle$	$\langle 0.4, 0.4 \rangle$	$\langle 0.5, 0.1 \rangle$	$\langle 0.6, 0.2 \rangle$
$C_{23}$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle 0.3, 0.3 \rangle$	$\langle 0.7, 0.2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$

表 2 优先决策矩阵

	$H_1$	$H_2$
$L_1$	$\langle 0.48, 0.34 \rangle$	$\langle 0.51, 0.25 \rangle$
$L_2$	$\langle 0.57, 0.26 \rangle$	$\langle 0.48, 0.29 \rangle$
$L_3$	$\langle 0.55, 0.21 \rangle$	$\langle 0.45, 0.33 \rangle$
$L_4$	$\langle 0.6, 0.16 \rangle$	$\langle 0.55, 0.16 \rangle$
$L_5$	$\langle 0.48, 0.42 \rangle$	$\langle 0.57, 0.16 \rangle$

别准则决策矩阵, 如表 2 所示.

再次, 应用 IFPOWA 算子对各个优先级准则集结. 以  $L_1$  为例, 根据式(3)和(4), 得到

$$T_1 = 1, T_2 = T_1 V_1 = S(h_{11}) = 0.48 + 0.09 = 0.57.$$

根据式(5)有

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.64, r_2 = 0.36, h_{\tilde{a}_{\sigma(1)}} = \langle 0.51, 0.25 \rangle, \\ h_{\tilde{a}_{\sigma(2)}} &= \langle 0.48, 0.34 \rangle, R_1 = 0.36, R_2 = 1. \end{aligned}$$

根据“德才兼备”的原则, 取初始权重向量为  $\omega = (\omega_1, \omega_2)^T = (0.4, 0.6)^T$ , 并根据式(6)得到

$$f(z) = \begin{cases} 0.8z, & 0 \leq z \leq 1/2; \\ 1.2z - 0.2, & 1/2 \leq z \leq 1. \end{cases}$$

根据式(7), 得到  $w_1 = 0.29, w_2 = 0.71$ . 根据式(2)对  $L_1$  的两类准则值进行集结, 有

$$\begin{aligned} V(L_1) &= F_{(\omega, p)} \text{IFPOWA}(h_{11}, h_{21}) = \\ &w_1 h_{\tilde{a}_{\sigma(1)}} + w_2 h_{\tilde{a}_{\sigma(2)}} = \langle 0.49, 0.32 \rangle, \end{aligned}$$

其修正得分值为  $S(V(L_1)) = 0.59$ .

同理可以计算其他候选人的综合评分和修正得分值分别为

$$\begin{aligned} V(L_2) &= \langle 0.55, 0.27 \rangle, S(V(L_2)) = 0.64; \\ V(L_3) &= \langle 0.53, 0.47 \rangle, S(V(L_3)) = 0.53; \\ V(L_4) &= \langle 0.59, 0.16 \rangle, S(V(L_4)) = 0.72; \\ V(L_5) &= \langle 0.49, 0.38 \rangle, S(V(L_5)) = 0.56. \end{aligned}$$

最后, 对综合评分进行排序和决策, 容易得出结论  $L_4 \succ L_2 \succ L_1 \succ L_5 \succ L_3$ . 即根据“德才兼备”和“德”优于“才”原则, 第 4 位候选人评选得分最高, 应对其进行提拔.

## 6 结 论

对于现实的许多决策问题, 其决策准则之间具有优先关系, 使得具有优先级的模糊多准则决策方法研究具有广泛的应用前景. 本文定义了直觉模糊 POWA 算子, 并将其应用于具有优先级的多准则决策问题. 不仅丰富了直觉模糊信息集成方式, 而且为具有优先级的多准则决策问题提供了一种有效的决策途径.

## 参 考 文 献 (References)

- [1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [2] Li D F. Multi-attribute decision making models and methods using intuitionistic fuzzy sets[J]. J of Computer and Systems Sciences, 2005, 70(1): 73-85.
- [3] Lin L, Yuan X H, Xia Z Q. Multi-criteria fuzzy decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets[J]. J of Computer and System Sciences, 2007, 73(1): 84-88.
- [4] Liu H W, Wang G J. Multi-criteria decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets[J]. European J of Operational Research, 2007, 179(1): 220-233.
- [5] Xu Z S, Yager R R. Some geometric aggregation operators based on intuitionistic fuzzy sets[J]. Int J of General System, 2006, 6(5): 417-433.
- [6] Xu Z S. Intuitionistic fuzzy aggregation operators[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2007, 15(6): 1179-1187.
- [7] Wei G W. Some geometric aggregation functions and their application to dynamic multiple attribute decision making in the intuitionistic fuzzy setting[J]. Int J of Uncertain Fuzziness Knowledge Based System, 2009, 17(1): 179-196.
- [8] Tan C, Chen X. Intuitionistic fuzzy Choquet integral operator for multi-criteria decision making[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(1): 149-157.
- [9] Yager R R. Prioritized aggregation operators[J]. Int J of Approximate Reasoning, 2008, 48(2): 263-274.
- [10] Yager R R. Prioritized OWA aggregation[J]. Fuzzy Optimization Decision Making, 2009, 10(8): 245-262.
- [11] Liu H W. Multi-criteria decision making and reasoning methods in an intuitionistic fuzzy or interval-valued fuzzy environment[D]. Jinan: Shandong University, 2005.
- [12] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1988, 18(2): 183-190.