

文章编号: 1001-0920(2011)01-0123-06

二阶饱和线性系统的线性最优容错吸引域

范金华, 郑志强, 吕 鸣

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

摘要: 考虑执行器故障影响, 研究了二阶饱和线性系统的吸引域估计问题. 通过适当定义容错吸引域, 并采用椭圆逼近, 使得系统的吸引域具有容错能力. 为了保证容错吸引域的收敛性能, 通过状态反馈将闭环系统极点配置在圆形极点区域内. 基于参数空间, 给出了圆形极点区域对应的反馈增益向量空间的不等式表示. 在反馈增益向量空间和执行器幅值的约束下, 基于参考集的缩放构造了一个容错吸引域的优化问题, 并提出了一种求解方法. 最后给出一个实例进行验证.

关键词: 饱和线性系统; 容错吸引域; 参数空间; 极点配置; 反馈增益向量空间

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Linear optimal fault-tolerant attraction domain for second-order saturating linear system

FAN Jin-hua, ZHENG Zhi-qiang, LV Ming

(College of Mechatronic and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China.

Correspondent: FAN Jin-hua, E-mail: fjhndt@nudt.edu.cn)

Abstract: The assessment of the attraction domain is studied for the second-order saturating linear system with possible faults of the control actuators. The attraction domain is endowed with the property of fault-tolerance by defining the fault-tolerant attraction domain properly which is approached by the ellipse. To ensure the desired convergence speed of the fault-tolerant attraction domain, the poles of the closed-loop system are placed in the circle area of the complex plane by state feedback. Based on the parameter space, the feedback gain space described in the form of the inequality is obtained with respect to the circle pole assignment domain. Under the constraints of the feedback gain space and the amplitude limitation of the control actuators, an optimization problem about the fault-tolerant attraction domain is constructed by the scaling of the reference set, and a method is presented to solve it. Finally, an example shows the effectiveness of the method.

Key words: saturating linear system; fault-tolerant attraction domain; parameter space; pole assignment; feedback gain space

1 引言

实际控制系统的执行器都受到输出幅值和速率的限制. 例如, 机电系统只能提供有限的力、力矩、速率、电压、电流等. 当设计系统控制器时, 如果忽略执行器约束的影响, 有可能导致系统性能的下降, 甚至使系统不稳定. 例如, 现代战斗机高机动时, 舵面偏转幅度和速率都可能达到饱和, 在这种情况下, 很可能引起驾驶员诱发的振荡而导致灾难性的后果^[1]. 另一方面, 任何控制系统都存在发生故障的可能性, 如执行器的故障. 系统发生故障对系统的稳定性和动态性能均会有影响. 如果在设计控制器时就考虑可能的故障, 则能保证系统在正常和故障条件下的工作性能,

使系统具有容错能力. 尽管至今对饱和系统^[2]和对容错控制的研究^[3]已较为成熟, 但目前对饱和系统进行容错控制的研究还较为少见, 特别是吸引域的估计问题. 因此, 需要在这方面进行一些探索.

饱和线性系统在状态反馈下的稳定域一般不是全局的, 一个不稳定的系统在有界控制下是达不到全局稳定的^[4]. 因此, 对于闭环系统吸引域的估计是必要的. 这关系到控制器的可靠性, 也是执行器饱和系统设计中的一个重要方面. 目前对于状态反馈下饱和系统的研究工作主要有两个方面: 一个是对于一个给定的反馈增益矩阵, 如何估计出最大不变集或吸引域; 另一个是如何确定反馈增益矩阵才能导致更

收稿日期: 2009-10-12; 修回日期: 2009-12-30.

作者简介: 范金华(1983-), 男, 博士生, 从事飞行控制、容错控制等研究; 郑志强(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行控制、机器人技术等研究.

大的吸引域,即确定反馈增益矩阵与吸引域之间的关系.针对这两类问题,学者们从不同的角度进行了研究^[5],但还没有得到完全解决^[6].近几年,在饱和系统的吸引域估计方面取得了许多进展^[7-10].文献[7]基于饱和和非线性的LDI(linear differential inclusion)描述,借助于一个辅助矩阵,通过LMI优化使不变椭圆最大化以逼近系统吸引域.[8,9]分别提出了一种新的基于LMI的充分条件,进一步降低了[7]所给结果的保守性.与基于LMI优化的方法不同,[10]提出了一种计算紧不变椭圆的解析方法.该方法能够逼近紧不变椭圆半径的上界,与基于LMI方法得到的精确上界很接近,并且给出了这种等价关系的充要条件.[7-9]均没有考虑吸引域的收敛速度问题,[10]得到的最大不变椭圆虽然能保证一定的收敛速度,但只适用于单输入线性系统.此外,[6]基于LMI探索了线性椭圆吸引域的最大化问题,但由此得到的反馈增益并不能使闭环系统获得好的收敛性能.尽管闭环系统的收敛速率可以借助分段线性控制的思想,通过设计嵌套椭圆加以改善,但仍存在一些问题,比如如何选取嵌套椭圆等.

针对闭环系统的稳定性保证和收敛速率改善问题,一种简单的方法是通过将闭环系统的极点配置在复左半平面的某一区域内来解决.同时,为了保证执行器故障情况下闭环系统的性能,也需要合理配置极点.这种考虑执行器故障的极点配置问题称为容错极点配置^[11].容错极点配置方法基于参数空间,将极点配置区域转化为对应的反馈增益向量空间子集,反馈增益在该子集内任意取值均可保证闭环系统极点落在期望区域内.但文献[11]未解决反馈增益的择优选取问题.

本文提供了一种设计最优容错状态反馈矩阵的方法,使得反馈系统在执行器发生故障的情况下能够保持稳定性和动态性能,并具有最大的线性容错吸引椭圆.首先给出圆形极点配置区域对应的反馈增益向量空间的不等式表示;然后通过优化计算出使线性容错吸引域最大化的状态反馈矩阵.容错吸引椭圆的优化涉及到双线性矩阵不等式(BMI)的求解问题,很难将它化成LMI的形式,是个N-P难的问题^[12].根据问题的特定性质,通过分析这类BMI解的存在性问题,提供了一种简单的求解方法.由于高阶系统参数空间描述的复杂性,本文主要针对二阶饱和和线性系统进行研究.

2 问题描述

考虑一个含有故障模式的饱和和线性系统

$$\dot{x} = Ax + B\phi_i \text{sat}(u). \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 是状态向量, $u \in \mathbf{R}^m$ 是控制向量, $A \in$

$\mathbf{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$; $\Phi = \{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_N\}$, $N \leq 2^m - 1$, 是所有可能的故障模式集, ϕ_0 表示所有执行器都正常的情况, 但是不包括所有执行器都发生故障的情况, 因为不稳定被控对象在这种情况下是得不到稳定性结果的, ϕ_i 对角线上的元素为 1 或 0, 分别表示执行器正常和故障; $\text{sat}(\cdot) : \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$ 是饱和函数, 有

$$\text{sat}(u) = [\text{sat}(u_1), \text{sat}(u_2), \dots, \text{sat}(u_m)]^T; \quad (2)$$

$$\text{sat}(u_i) = \text{sgn}(u_i) \min\{c_i, |u_i|\},$$

$$|u_i| \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

假设 $(A, B\phi_i)$ 可镇定, 系统的设计目标是通过状态反馈控制 $u = Fx$, 使得对于 Φ 中所有可能的故障, 闭环系统的极点位于圆形极点配置区域 ℓ_s 内, 并使闭环系统在线性域 $L(F)$ 内具有最大的吸引域.

如图 1 所示, 圆形极点配置区域可以表示为

$$\ell_s \triangleq \{s | (\sigma + v)^2 + \omega^2 \leq r^2, s = \sigma + j\omega\}. \quad (4)$$

线性域定义为

$$L(F) \triangleq \{x | |f_i^T x| \leq c_i, \quad i = 1, 2, \dots, m\}. \quad (5)$$

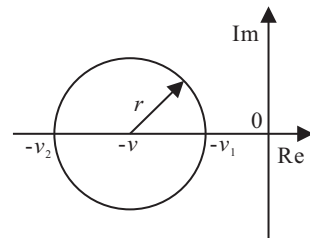


图 1 圆形极点配置区域

在线性域内设计状态反馈控制律能避免执行器发生饱和, 另一方面也便于讨论闭环系统的极点配置问题. 文中首先给出忽略执行器饱和和约束的反馈增益向量的定义域; 然后根据这个定义域, 结合饱和约束下的吸引域估计, 解决反馈增益向量的择优选取和容错吸引域的估计问题.

3 反馈增益向量空间

所有能使闭环系统极点落在 ℓ_s 内的状态反馈矩阵构成了一个集合. 为了得到该集合的有效描述, 一种可行的方法是先确定 ℓ_s 对应的参数空间, 然后再寻找参数空间与该集合的对应关系. 由于参数空间是个向量空间, 一般将状态反馈矩阵表示成并矢结构, 其中一个向量给定, 然后寻找参数向量与反馈增益向量之间的关系.

定义 1 特征根位于 ℓ_s 内的闭环系统特征多项式系数向量的定义域称为参数空间, 记为 ℓ_p , 可以表示为

$$\ell_p = \{p | s^2 + p_1 s + p_0 = 0, \quad s \in \ell_s, \quad p = [p_0 \quad p_1]^T\}. \quad (6)$$

定理 1 假设 p_1 为横坐标, p_0 为纵坐标, 则参数空间 ℓ_p 的边界是个三角形, 可以表示为

$$\ell_p = \{p | p^T L \leq q^T, L \in \mathbf{R}^{2 \times 3}, q \in \mathbf{R}^3\}. \quad (7)$$

其中

$$L = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ v_1 & v_2 & -v \end{bmatrix}, q^T = [v_1^2 \quad v_2^2 \quad r^2 - v^2].$$

证明 ℓ_s 边界的元素有实根和共轭复根两种类型, 对于二阶系统, 它们均满足特征多项式 $s^2 + p_1 s + p_0 = 0$. 将两个实根分别代入特征多项式, 得到

$$v_1 p_1 - p_0 - v_1^2 = 0, \quad (8)$$

$$v_2 p_1 - p_0 - v_2^2 = 0. \quad (9)$$

又因为共轭复根满足特征多项式, 且 $(\sigma + v)^2 + \omega^2 = r^2$, 则有

$$\begin{aligned} s^2 + p_1 s + p_0 &= (s - \sigma - j\omega)(s - \sigma + j\omega) = \\ s^2 - 2\sigma s + \sigma^2 + \omega^2 &= s^2 - 2\sigma s + (r^2 - 2\sigma v - v^2). \end{aligned} \quad (10)$$

由对应系数相等得到

$$v p_1 - p_0 + r^2 - v^2 = 0. \quad (11)$$

显然, 式 (8), (9), (11) 均是直线方程, 且斜率各不相同, 所以 ℓ_p 的边界是个三角形. 记式 (8), (9), (11) 对应的直线分别为 l_1, l_2, l_3 , 由于各直线方程中横坐标 p_1 前的系数均为正, 且 $v_1 < v < v_2$, 易知 ℓ_p 或者位于 l_3 的右下方和 l_1, l_2 的左上方, 或者位于 l_3 的左上方和 l_1, l_2 的右下方. 易求得 l_1, l_2 的交点为 $(v_1 + v_2, v_1 v_2)$, 将该点横坐标代入式 (11) 得到 $p_0 = (v_1^2 + v_2^2)/2 > v_1 v_2$. 因此, 可以断定 ℓ_p 位于 l_3 的右下方和 l_1, l_2 的左上方.

根据平面几何的相关知识, 易知 l_3 的右下方可以表示为

$$v p_1 - p_0 + r^2 - v^2 > 0, \quad (12)$$

l_1, l_2 的左上方可以表示为

$$v_1 p_1 - p_0 - v_1^2 < 0, \quad (13)$$

$$v_2 p_1 - p_0 - v_2^2 < 0. \quad (14)$$

由式 (12)~(14) 不难得到 (7). \square

引理 1^[11] 将状态反馈矩阵表示为并矢结构为

$$F = -f k^T. \quad (15)$$

其中: $f \in \mathbf{R}^m$ 为给定的向量, $k \in \mathbf{R}^n$ 为反馈增益向量. 对于任意一种故障模式 $\phi_i \in \Phi$, 参数空间向量和反馈增益向量之间存在如下线性关系:

$$p = a + T_i k. \quad (16)$$

其中: $a = [a_0, a_1, \dots, a_{n-1}]^T$ 是被控系统的特征多项式系数, 满足

$$\det(sI_n - A) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0;$$

$$\begin{aligned} T_i &= [H_0 B \phi_i f, H_1 B \phi_i f, \dots, H_{n-1} B \phi_i f]^T, \\ \text{adj}(sI_n - A) &= H_{n-1} s^{n-1} + H_{n-2} s^{n-2} + \dots + \\ &H_1 s + H_0; \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 \\ & 1 & a_{n-1} & \dots & a_2 \\ & & 1 & \dots & a_3 \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{n-1} \\ A^{n-2} \\ A^{n-3} \\ \vdots \\ A^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_{n-1} \end{bmatrix}.$$

定义 2 对于某种故障模式 $\phi_i \in \Phi$, 在状态反馈下, 参数空间 ℓ_p 对应的反馈增益向量的取值范围称为反馈增益向量空间, 记为 ℓ_k^i , 可以表示为

$$\ell_k^i = \{k | p = a + T_i k, p \in \ell_p, \phi_i \in \Phi\}. \quad (17)$$

定理 2 对于每种故障模式 $\phi_i \in \Phi$, 圆形极点配置区域 ℓ_s 对应的反馈增益向量空间 ℓ_k^i 是个三角形区域, 可以表示为

$$\ell_k^i = \{k | k^T M_i \leq q_k^T, M_i \in \mathbf{R}^{2 \times 3}, q_k \in \mathbf{R}^3\}. \quad (18)$$

其中: $M_i = T_i^T L$, $q_k^T = q^T - a^T L$.

证明 由式 (16) 有 $p^T = a^T + k^T T_i^T$, 又由定理 1 有 $p \in \ell_p \Leftrightarrow p^T L \leq q^T$, 则 $(a^T + k^T T_i^T) L \leq q^T$, 即 $k^T T_i^T L \leq q^T - a^T L$. 记 $M_i = T_i^T L$, $q_k^T = q^T - a^T L$, 有 $k^T M_i \leq q_k^T$. \square

各种故障模式下反馈增益向量空间 ℓ_k^i 的交集构成容错反馈增益向量定义域 ℓ_k , 即

$$\ell_k = \bigcap_{i=0}^N \ell_k^i. \quad (19)$$

注 1 当反馈增益向量在 ℓ_k 中取值时, 无论系统执行器发生何种故障, 在状态反馈控制的作用下均能保证闭环系统的极点位于 ℓ_s 内. 但是, 由于可容错条件的限制, 不排除 ℓ_k 为空集的可能性, 此时不存在任何故障模式下都能将闭环系统极点配置在 ℓ_s 内的状态反馈矩阵. 因此, 为了保证闭环系统的容错性能, 需要适当放大 ℓ_s .

4 容错吸引域的椭圆逼近

上述推导给出了容错反馈增益向量的定义域, 但当考虑执行器的幅值约束时, 闭环系统的吸引域将不再是全局的. 因此, 需要合理给出容错吸引域的定义, 并进行估计. 为了估计容错吸引域, 本文采用不变椭圆逼近的方法.

定义 3 设 Ω 为包含平衡点的状态集合, 如果从 Ω 出发的任意初始状态均能收敛于平衡点, 而不论在状态转移过程中发生 Φ 内的何种故障, 则称 Ω 是个容错吸引域, 可以表示为

$$\Omega = \{x(0) | \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0, \forall \phi_i(t) \in \Phi, t > 0\}, \quad (20)$$

其中 $\phi_i(t)$ 表示在 t 时刻发生故障 ϕ_i .

定理 3 令 $\Omega(P) = \{x|x^T P x < 1, x \in L(F)\}$, 若 $(A + B\phi_i F)^T P + P(A + B\phi_i F) < 0, \forall \phi_i \in \Phi$, (21) 则 $\Omega(P)$ 是容错吸引椭圆.

证明 令 $V(x) = x^T P x$, 则有 $\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x}$. 当 $x \in L(F)$ 时, 闭环系统为 $\dot{x} = (A + B\phi_i F)x$, 代入式 (21), 得到

$$\dot{V}(x) = x^T [(A + B\phi_i F)^T P + P(A + B\phi_i F)]x.$$

则当 $(A + B\phi_i F)^T P + P(A + B\phi_i F) < 0$ 时, $V(x) = x^T P x$ 是递减的, 即后续状态均满足

$$x(t)^T P x(t) < x(0)^T P x(0) < 1.$$

由此可见, 椭圆是不变的, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$. 另一方面, 对于任意 ϕ_i , 椭圆的不变性仍成立. 因此, 当满足式 (21) 时, $\Omega(P)$ 是容错吸引椭圆. \square

由于 $\Omega(P)$ 位于 $L(F)$ 内, 且 F 尚未确定, 为了最大化 $\Omega(P)$, 可以通过一个包含在 $\Omega(P)$ 内的参考椭圆的缩放进行优化. 采用这种方法能够同时优化容错吸引椭圆和状态反馈矩阵. 为了进一步保证闭环系统的收敛性能, 需要附加约束 $k \in \ell_k$. 记参考椭圆为 $\Omega(R) = \{x|x^T R x < 1, R > 0\}$, 缩放系数为 α , 则优化时所依据的包含关系为

$$\alpha\Omega(R) \subset \Omega(P) \subset L(F). \quad (22)$$

在式 (22) 的约束下, 通过最大化 α , 能得到容错吸引域的椭圆逼近以及相应的状态反馈矩阵.

定理 4 当 ℓ_k 非空时, $\Omega(P)$ 的最大化可以通过求解以下优化问题得到:

$$\begin{aligned} & \min_{P>0, F} \gamma. \\ & \text{s.t. } P \leq \gamma R; \\ & \begin{bmatrix} c_i^2 & e_j F \\ F^T e_j^T & P \end{bmatrix} \geq 0, j = 1, 2, \dots, m; \\ & (A + B\phi_i F)^T P + P(A + B\phi_i F) < 0, \\ & -f^+ F M_i \leq q_k^T, i = 0, 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (23)$$

其中 e_j 是个行向量, 第 j 个元素为 1, 其余元素为 0.

证明 令 $\gamma = 1/\alpha^2$, 由于

$$\alpha\Omega(R) = \{\alpha x|x \in \Omega(R)\} = \{\alpha x|(\alpha x)^T \gamma R(\alpha x) < 1\},$$

有 $\alpha\Omega(R) \subset \Omega(P) \Leftrightarrow P \leq \gamma R$. 又因为

$$\Omega(P) \subset L(F) \Leftrightarrow f_i^T P^{-1} f_i \leq c_i^2,$$

$$f_i^T = e_i F, i = 1, 2, \dots, m,$$

当 $P > 0$ 时, 由 Schor 补, 得到

$$\begin{bmatrix} c_i^2 & e_i F \\ F^T e_i^T & P \end{bmatrix} \geq 0, i = 1, 2, \dots, m.$$

为了保证线性域内的椭圆是容错吸引的, 需要满足 $(A + B\phi_i F)^T P + P(A + B\phi_i F) < 0$.

闭环系统的收敛性能由约束 $k \in \ell_k$ 保证. 由式 (15), 有 $k^T = -f^+ F$, 其中 f^+ 是 f 的 M-P 逆. 又因为

$$k \in \ell_k \Leftrightarrow \{k|k^T M_i \leq q_k^T, i = 0, 1, \dots, N\},$$

状态反馈矩阵应满足不等式组约束 $-f^+ F M_i \leq q_k^T, i = 0, 1, \dots, N$.

$\Omega(P)$ 的最大化通过参考椭圆的最大化 (即 γ 的最小化) 实现. 当 ℓ_k 非空时, $\exists k \in \ell_k, \exists F$ 满足 $-f^+ F M_i \leq q_k^T, i = 0, 1, \dots, N$. 然后由李亚普诺夫定理, 在线性域内 $\exists P$ 满足 $(A + B\phi_i F)^T P + P(A + B\phi_i F) < 0$. 最后由 $P \leq \gamma R$ 易得到 γ 的最小值. 因此, 当 ℓ_k 非空时, 式 (26) 的解总是存在的.

综合上述, $\Omega(P)$ 的最大化可以通过求解式 (23) 实现. \square

式 (23) 涉及到 BMI 的求解问题, 这类问题目前还没有通用的求解方法. 近几年, 针对 BMI 问题虽然出现了一些求解软件包, 但均存在一定的局限性. 本文认为求解 BMI 问题最好的方法是具体问题具体分析, 根据问题的特定性质来设计算法程序.

由定理 4 的证明过程易知, F 与 γ 存在一一对应关系, 则 γ 可以表示为 k 的函数, 即 $\gamma = f(k)$, 其中 $f(\cdot)$ 由以下 LMI 定义:

$$\begin{aligned} & \min_P \gamma. \\ & \text{s.t. } P \leq \gamma R; \\ & \begin{bmatrix} c_i^2 & e_j F \\ F^T e_j^T & P \end{bmatrix} \geq 0, j = 1, 2, \dots, m; \\ & (A + B\phi_i F)^T P + P(A + B\phi_i F) < 0. \end{aligned} \quad (24)$$

则式 (23) 的求解等价于求解以下优化问题:

$$\begin{aligned} & \min \gamma = f(k); \\ & \text{s.t. } A_{ie} k \leq b_{ie}. \end{aligned} \quad (25)$$

其中: $A_{ie} = [M_0^T \ M_1^T \ M_2^T]^T, b_{ie} = [q_k \ q_k \ q_k]^T$.

5 仿真实例

以超机动飞机 F-18 纵向运动的短周期近似动态为例^[13], 在马赫数为 0.6, 高度为 9 144 m, 配平攻角为 5.2° 下, 飞机的短周期运动方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.509 & 0.994 \\ -1.13 & -0.28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.093 & -0.018 \\ -6.57 & -1.53 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_{ptv} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

其中: 状态变量 α 和 q 分别为攻角 ($^\circ$) 和俯仰角速率 ($^\circ/s$), 控制量 δ_e 和 δ_{ptv} 分别为升降舵偏角 ($^\circ$) 和俯仰推力矢量角 ($^\circ$). δ_e 和 δ_{ptv} 的幅值约束如下:

$$\begin{bmatrix} -17^\circ \\ -30^\circ \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_{ptv} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 17^\circ \\ 30^\circ \end{bmatrix}. \quad (27)$$

设参考椭圆的系数阵 R 为单位阵, 圆形极点配置区域的参数为 $v = 10, r = 8$, 状态反馈矩阵并矢结构中的向量 $f = [1 \ 2]^T$, 则通过求解式 (23) 可得

$$F = \begin{bmatrix} 0.0392 & 0.0373 \\ 0.0783 & 0.0746 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.0077 & 0.0042 \\ 0.0042 & 0.0073 \end{bmatrix},$$

$\gamma = 0.0117$.

其中: F 为状态反馈矩阵, P 为最大线性容错吸引椭圆的系数阵, γ 为目标值. 反馈控制下的状态轨迹如图 2 所示, 其中虚线是参考椭圆, 实线是线性域, 两者之间是线性容错吸引椭圆.

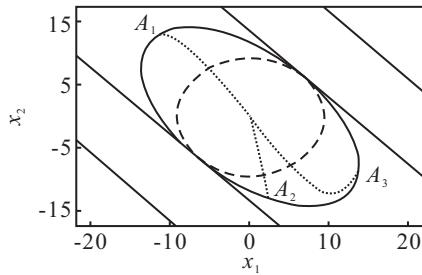


图 2 反馈控制下的状态轨迹

为了进一步验证系统在执行器发生故障情况下的性能, 任意选取线性容错吸引椭圆上的点, 并以它们为系统的初始状态. 根据上述计算得到的状态反馈阵, 对系统进行仿真, 得到若干状态轨线如图 2 中的点线所示. 可见, 椭圆 $\Omega(P)$ 是吸引的.

图 2 中 A_1 点坐标为 $(-11.39, 13.05)$, 假设在 $t = 1$ s 时俯仰推力矢量角为 0, 则在状态反馈下其状态响应和控制量的变化曲线如图 3 和图 4 所示. 由图 3 和图 4 可以看出, 状态能较快趋近于平衡点, 且俯仰推力矢量舵机的故障并不影响闭环系统的性能.

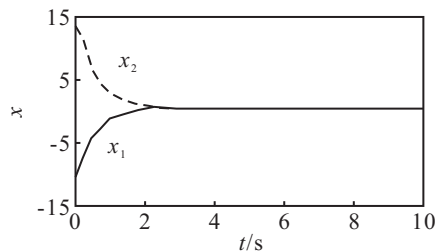


图 3 状态响应曲线

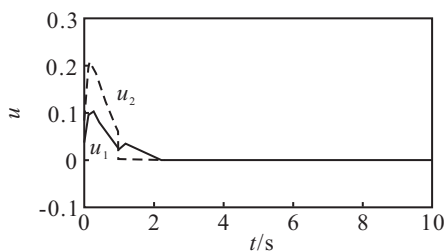


图 4 控制量变化曲线

为了体现本文方法在解决饱和问题和容错问题方面所具有的优势, 以下给出一些仿真对比结果. 当

不考虑执行器故障时, 令式 (23) 中的 $i = 0$, 求解该式可得

$$F = \begin{bmatrix} 0.0057 & 0.0157 \\ 0.0114 & 0.0314 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 0.0009 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0011 \end{bmatrix},$$

$\gamma = 0.0011$.

由此得到的饱和吸引域与容错吸引椭圆的对比结果如图 5 所示, 分别对应实线和虚线. 容易看出, 饱和吸引域比容错吸引椭圆要大得多. 进一步分析, 根据求得的反馈增益向量, 由式 (16) 和 (6), 可以求得俯仰推力偏转执行器完全失效后闭环系统的特征根为 $-1.2764 \pm 1.0676i$. 将它们代入式 (4), 经计算可知, 该共轭复根位于圆形极点配置区域 ℓ_s 外, 不满足设计要求. 因此, 虽然容错吸引椭圆比饱和吸引域小, 但它能够保证执行器故障下闭环系统的性能.

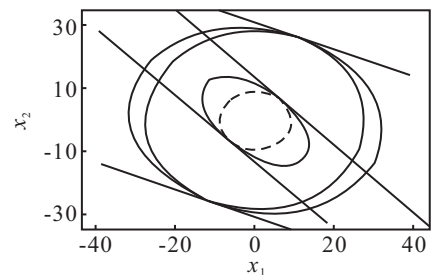


图 5 饱和吸引域与容错吸引椭圆

6 结 论

本文提出了一种估计二阶饱和和线性系统容错吸引域的方法, 该方法能够以多种方式进行扩展, 如对状态反馈矩阵进行优化的参考集可以选为多边形等. 另外, 本文只限于讨论线性域内的容错吸引域, 而实际上线性域外存在容错吸引域的可能性, 这是一个可以进一步研究的课题. 且本文的研究对象是二阶系统, 对于高阶系统而言, 如何给出反馈增益向量定义域是值得研究的问题.

参考文献(References)

- [1] Dornheim M A. Report pinpoints factors leading to the Yf-22 crash[J]. Aviation Week and Space Technology, 1992, 137(19): 53-54.
- [2] Bernstein D S, Michel A N. A chronological bibliography on saturating actuators[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 1995, 5(5): 375-380.
- [3] 王福利, 张颖伟. 容错控制[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2003.
(Wang F L, Zhang Y W. Fault tolerant control[M]. Shenyang: Northeastern University Press, 2003.)
- [4] Stein G. Respect the unstable[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2003, 23(4): 12-25.
- [5] Blanchini F. Set invariance in control[J]. Automatica, 1999, 35(11): 1747-1767.

- [6] Hu T, Lin Z. On enlarging the basin of attraction for linear systems under saturated linear feedback[C]. Proc of the American Control Conf. New York: IEEE Press, 2000: 1766-1770.
- [7] Hu T, Lin Z, Chen B M. An analysis and design method for linear systems subject to actuator saturation and disturbance[J]. Automatica, 2002, 38(2): 351-359.
- [8] Alamo T, Cepeda A, Limon D. Improved computation of ellipsoidal invariant sets for saturated control systems[C]. Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control, and 2005 European Control Conf. New York: IEEE Press, 2005: 6216-6221.
- [9] 王娟, 刘志远, 裴润, 等. 一种改进的饱和线性系统吸引域估计算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 40(9): 1370-1373.
(Wang J, Liu Z Y, Pei R, et al. An improved method for estimating the domain of attraction for linear systems subject to actuator saturation[J]. J of Harbin Institute of Technology, 2008, 40(9): 1370-1373.)
- [10] Zhou B, Duan G R. On analytical approximation of the maximal invariant ellipsoids for linear systems with bounded controls[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 346-353.
- [11] 叶银忠. 执行器与传感器故障下多变量系统的容错极点配置[J]. 华东化工学院学报, 1992, 18(增 1): 185-192.
(Ye Y Z. Fault-tolerant pole assignment for multivariable system against the actuator and sensor failure[J]. J of East China Institute of Chemical Technology, 1992, 18(S1): 185-192.)
- [12] Toker O, Ozbay H. On NP-hardness of solving bilinear matrix inequalities and simultaneous stabilization with static output feedback[C]. Proc of the American Control Conf. Piscataway: IEEE Service Center, 1995, 4: 2525-2526.
- [13] Adams R J, Buffington J M, Sparks A G, et al. Robust multivariable flight control[M]. London: Springer-Verlag, 1994.

(上接第122页)

- [3] Chen C P, Chuang M T, Hsiao Y H, et al. Simulation and experimental study in determining injection molding process parameters for thin-shell plastic parts via design of experiments analysis[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(7): 10752-10759.
- [4] Ozcelik B, Erzurumlu T. Comparison of the warpage optimization in the plastic injection molding using ANOVA, neural network model and genetic algorithm[J]. J of Materials Processing Technology, 2006, 171(3): 437-445.
- [5] Shen C Y, Wang L X, Li Q. Optimization of injection molding process parameters using combination of artificial neural network and genetic algorithm method[J]. J of Materials Processing Technology, 2007, 183(2/3): 412-418.
- [6] Chen W C, Fu G L, Tai P H, et al. ANN and GA-based process parameter optimization for MIMO plastic injection molding[C]. Proc of the 6th Int Conf on Machine Learning and Cybernetics. Hong Kong: ChungHua University, 2007: 1909-1917.
- [7] Bandler J W, Biernacki R M, Chen S H, et al. Space mapping technique for electromagnetic optimization[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 1994, 42(12): 2536-2544.
- [8] Bandler J W, Biernacki R M, Chen ShaoHua, et al. Electromagnetic optimization exploiting aggressive space mapping[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 1995, 43(12): 2874-2882.
- [9] Koziel S, Bandler J W, Madsen K. Space mapping with adaptive response correction for microwave design optimization[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 2009, 57(2): 478-486.
- [10] Koziel S, Meng Jie, Bandler J W, et al. Accelerated microwave design optimization with tuning space mapping[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 2009, 57(2): 383-394.
- [11] Bandler J W, Cheng Q S, Dakroury S A, et al. Space mapping: The state of the art[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 2004, 52(1): 337-361.
- [12] Bandler J W, Biernacki R M, Chen S H, et al. Design optimization of interdigital filters using aggressive space mapping and decomposition[J]. IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques, 1997, 45(5): 761-769.