2004-2005 学年下学期材料力学期末试题（AⅠ）参考答案

一、 选择题（每题 2 分，共 10 分）

BACBD

二、填空题（每题 2 分，共 10 分）

1、$\cos\theta = 2/3$；

2、8；16；

3、$I_{z'} = \dfrac{\pi d^4}{128} - \dfrac{d^4}{36\pi}$；

4、$a = l/3$;

5、$w_1 = w_2 = 0$。

三、计算题（共 80 分）

1、 $\sigma_{AC} = \dfrac{100\times10^3}{200\times200\times10^{-6}} = 2.5\,\text{MPa}$（压）

$\sigma_{CB} = \dfrac{260\times10^3}{200\times200\times10^{-6}} = 6.5\,\text{MPa}$（压）

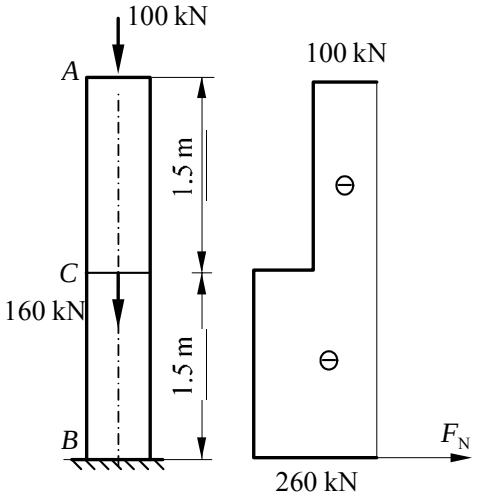
$\varepsilon_{AC} = \dfrac{\sigma_{AC}}{E} = \dfrac{-2.5\times10^6}{10\times10^9} = -2.5\times10^{-4}$

$\varepsilon_{CB} = \dfrac{\sigma_{CB}}{E} = \dfrac{-6.5\times10^6}{10\times10^9} = -6.5\times10^{-4}$

$\Delta l = (\varepsilon_{AC} + \varepsilon_{CB})\times1.5\times10^3$

$= -9\times10^{-4}\times1.5\times10^3$

$= -1.35\,\text{mm}$(缩短）



2、 $T_{AB} = -M_A = -3\,\text{kN}\cdot\text{m},\ T_{BC} = M_C$

$I_p = \dfrac{\pi d^4}{32} = \dfrac{\pi\times80^4}{32} = 4.02\times10^6\,\text{mm}^4$

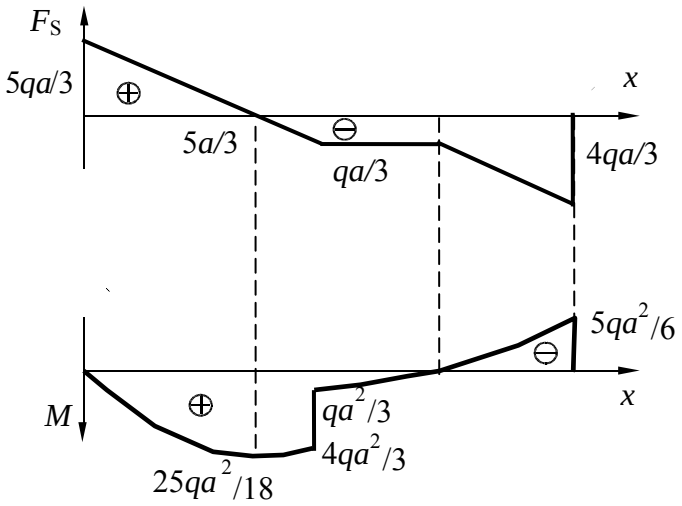
$W_p = \dfrac{\pi d^3}{16} = \dfrac{\pi\times80^3}{16} = 1.005\times10^5\,\text{mm}^3$

$\phi_{AC} = \phi_{AB} + \phi_{BC} = \dfrac{-M_A\times1.0\times10^3}{GI_p} + \dfrac{M_C\times0.5\times10^3}{GI_p} = \dfrac{-0.2^\circ}{180^\circ}\times\pi$

得 $M_C = 3.754\,\text{kN}\cdot\text{m} = T_{\max}$

故 $\tau_{\max}=\dfrac{M_C}{W_{\mathrm{p}}}=\dfrac{3.754\times10^{6}}{1.005\times10^{5}}=37.34\,\mathrm{MPa}<[\tau]=70\,\mathrm{MPa}$ 强度足够。

3、

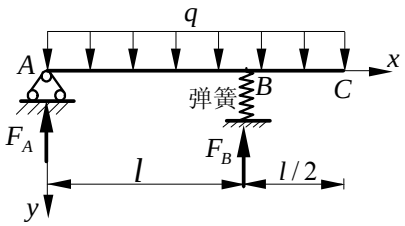


4、因为图形具有四根对称轴，故任意形心轴都为形心主轴，其惯性矩相等。

$$I_z=I_{z1}-2I_{z2}-2I_{z3}=\frac{(2a)^4}{12}-2\times\frac{\pi a^4}{128}-2\times\left[\frac{\pi a^4}{128}-\frac{\pi a^2}{8}(\frac{2a}{3\pi})^2+\frac{\pi a^2}{8}(a-\frac{2a}{3\pi})^2\right]$$

$$=\frac{5a^4}{3}-\frac{9\pi a^4}{32}=0.783a^4$$

5、首先求支座反力为



$$F_A=-\frac{1}{8}ql\ (\downarrow),$$

$$F_B=\frac{9}{8}ql\ (\uparrow)$$

由于弹簧变形引起的 A 处转角和 C 处挠度为

$$w_B=F_B/C=\frac{9ql^4}{8EI}\ (\downarrow)\quad \theta_{A1}=W_B/l=\frac{9ql^3}{8EI}\ (\text{顺})\quad w_{C1}=3w_B/2=\frac{27ql^4}{16EI}\ (\downarrow)$$

若 B 处是可动铰支座时，荷载作用下简支部分应有：

$$\theta_{A2}=\frac{ql^3}{24EI}-\frac{(ql^2/8)l}{6EI}=\frac{ql^3}{48EI}\ (\text{顺})\quad \theta_{B2}=-\frac{ql^3}{24EI}+\frac{(ql^2/8)l}{3EI}=0$$

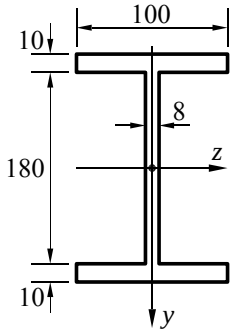
悬臂部分有：$w_{C2}=\dfrac{q(l/2)^4}{8EI}+\theta_{B2}\times(l/2)=\dfrac{ql^4}{128EI}(\downarrow)$

求得：$\theta_{A2}=\theta_{A1}+\theta_{A2}=\dfrac{9ql^3}{8EI}+\dfrac{ql^3}{48EI}=\dfrac{55ql^3}{48EI}$(顺)

$$w_C=w_{C1}+w_{C2}=\frac{27ql^4}{16EI}+\frac{ql^4}{128EI}=\frac{217ql^4}{128EI}(\downarrow)$$

6、工字梁翼板承担的弯矩为：

$$M'=2\int_{A1}\sigma y\,\mathrm{d}A=2\int_{A1}\frac{My}{I_Z}\times y\,\mathrm{d}A=2\frac{M}{I_Z}\int_{A1}y^2\,\mathrm{d}A=2\frac{MI_{Z1}}{I_Z}$$



$I_z=2370\times10^4\,\mathrm{mm}^4$

式中，A_1 和 I_{z1} 分别代表一块翼板的面积及其对 z 轴的惯性矩。计算可得

$$I_{z1}=\frac{100\times10^3}{12}+100\times10\times95^2=9.03\times10^6\,\mathrm{mm}^4$$

因此两块翼板承担的弯矩百分数为

$$\frac{M'}{M}=2\frac{I_{Z1}}{I_Z}=\frac{2\times9.03\times10^6}{23.70\times10^6}=76.2\%$$

而梁的腹板承担的剪力为：

$$F_S'=\int_{A2}\tau\,\mathrm{d}A=\int_{A2}\frac{F_S S_z^*}{tI_Z}t\,\mathrm{d}y=\frac{2F_S}{I_Z}\int_0^{90}S_z^*\,\mathrm{d}y$$

式中 A_2 代表腹板的面积。其百分比为

$$\frac{F_S'}{F_S}=\frac{2}{I_Z}\int_0^{90}S_z^*\,\mathrm{d}y=\frac{2}{I_Z}\int_0^{90}\left[100\times10\times95+8(90-y)(90-\frac{90-y}{2})\right]\mathrm{d}y$$

$$=\frac{2\times10.49\times10^6}{2370\times10^4}=88.5\%$$