文章编号:1001-0920(2010)12-1861-05

基于概率假设密度的多目标视频跟踪算法

吴静静, 胡士强

(上海交通大学 航空航天学院,上海 200240)

摘要:研究目标数变化的多目标视频跟踪问题.首先阐述了概率假设密度(PHD)滤波的基本原理;然后给出序列
 图像多目标跟踪系统的运动目标检测算法、状态方程、观测方程以及基于高斯混合概率假设密度(GM-PHD)的多目
 标视频跟踪算法的具体实现.该算法有效解决了新目标出现、目标合并、目标分裂及目标消失等多目标跟踪问题.实
 验结果表明,该算法在复杂场景下具有较强的鲁棒性,能有效实现目标数变化的多目标视频跟踪.
 关键词:概率假设密度;随机集;最优滤波;背景减除;运动目标检测;多目标跟踪
 中图分类号: TP391.41

Probability hypothesis density filter based multi-target visual tracking

WU Jing-jing, HU Shi-qiang

(School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China. Correspondent: WU Jing-jing, E-mail: wjjlady720@sjtu.edu.cn)

Abstract: The issue of tracking a variable number of multiple targets is discussed in this paper. The theory in relation to probability hypothesis density(PHD) filter is given firstly. Then the motion detection, dynamic equation, measurement equation and visual multi-target tracking algorithm based on Gaussian mixture probability hypothesis density(GM-PHD) are presented in details. The proposed method can track objects correctly when they appear, merge, split and disappear in the field of view of a camera. Experimental results show that GM-PHD based multi-target visual tracking is robust in clutter and can effectively track a varying number of targets.

Key words: Probability hypothesis density; Random finite set; Optimal filter; Background subtraction; Motion detection; Multi-target tracking

1 引 言

多目标跟踪(MTT)的基本目标是根据带有杂波 和噪声的观测值集合估计当前时刻目标的个数及状态^[1].视频多目标跟踪的困难在于:随着目标在传感 器视场下的出现或消失,多目标间发生遮挡、合并及 分裂,目标的状态及个数随着时间变化,加上杂波及 噪声的影响,使得量测数据和目标之间存在着不确定 关系.目前,视频多目标跟踪所面临的挑战之一是目 标数变化时目标数和状态的估计.

对于量测噪声引起的不确定性, 经典的解决方法 有卡尔曼滤波^[2](KF)算法和粒子滤波^[3](PF)算法. 如 果将其引入多目标跟踪问题, 解决量测和状态的多 维性造成的不确定关系, 则是多目标跟踪的研究核 心. 基于此, 传统的多目标跟踪采用"量测-航迹"数据 关联技术, Reid 等^[4]提出的多假设方法(MHT)和BarShalom 等^[1]提出的联合概率数据关联算法(JPDA)是 最具代表性和有效性的两种关联方法,目前已用于视 频多目标跟踪系统.由于算法的组合特性,这些数据 关联方法均具有计算量大的缺点.

近几年提出的采用随机有限集(RFS)理论研究 多目标跟踪是一个新兴的研究方法,其中 Mahler 提 出的概率假设密度(PHD)滤波^[5]及后来学者提出的 PHD 实现方法最具代表性. PHD 滤波有两种实现方 法:粒子滤波 PHD(PF-PHD)方法^[6]和高斯混合 PHD (GM-PHD)方法^[7].最近,因 PF-PHD 可处理目标数变 化的非线性跟踪问题,而被应用于多目标视频跟踪系 统^[8,9].但该方法主要存在两个缺点:1)随着目标数增 加,采样阶段大量的粒子数和高的粒子维数造成计算 复杂;2)状态提取阶段依赖聚类方法,状态抽取不可 靠. GM-PHD 方法克服了这些缺点.

收稿日期: 2009-08-20; 修回日期: 2010-04-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60674107); 航空科学基金项目(2009ZC57003).

作者简介:吴静静(1981-),女,安徽滁州人,博士生,从事模式识别、视频处理及跟踪的研究;胡士强(1969-),男,河北 定州人,教授,博士生导师,从事信息融合、图像理解等研究.

本文提出基于 GM-PHD 的视频多目标跟踪方法,采用 GM-PHD 实现 PHD 滤波递推,将运动目标检测与 GM-PHD 相结合,建立目标数变化的多目标跟踪系统.该系统改进了基于背景减法的运动检测方法, 实现了运动目标的快速有效分割,对前景区域进行连通域分析获取目标量测(质心坐标,尺寸),以检测结果(量测)为输入进行 GM-PHD 滤波最后输出估计的目标数和状态.

2 PHD 滤波原理

Mahler 等人提出了以有限随机集理论为基础的 多传感器多目标数据融合的理论框架^[5]. 在该理论框 架下, 一个目标的状态由一个状态向量x表示, k 时 刻多个目标状态的集合可表示为有限随机集 $X_k =$ $\{x_{k,1}, \dots, x_{k,M(k)}\},$ 其中M(k)表示k 时刻目标数. 同 样, k 时刻所有量测的集合可表示为有限随机集 $Z_k =$ $\{z_{k,1}, \dots, z_{k,N(k)}\}, N(k)$ 为量测数. 最优多目标贝叶 斯滤波递推形式如下:

$$p_k(X_k|Z_{1:k}) = \frac{p(Z_k|X_k)p_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1})}{\int p(Z_k|X)p_{k|k-1}(X|Z_{1:k-1})\delta X}, \quad (1)$$

$$p_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k|X)p_{k-1}(X|Z_{1:k-1})\delta X.$$
(2)

其中:式(1)中 $p_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1})$ 为k时刻多目标后 验概率的预测值, $p(Z_k|X_k)$ 为多目标联合似然函数, 由观测模型定义;分母是贝叶斯均一化常数.式(2) 中 $f_{k|k-1}(X_k|X)$ 为多目标状态转移概率,由运动模型 定义; $p_{k-1}(X|Z_{1:k-1})$ 为k-1时刻多目标后验概率. 多目标贝叶斯滤波(式(1)和(2))对高维变量求解积 分运算非常困难.

为解决高维贝叶斯滤波的不可实现问题, PHD 滤波递推多目标状态随机集 (RFS) 的后验概率密度 的一阶矩, 即概率假设密度 (PHD), 可近似为对多目 标的联合后验概率密度的传播. PHD 滤波将多目标状 态的 RFS 分为 3 种情况考虑: 新生目标 RFS, 孵化目 标 RFS 和幸存目标 RFS. 如果以 $\gamma_k(\cdot)$ 表示 k 时刻新 生目标的 PHD, 以 $\beta_{k|k-1}(\cdot|\zeta)$ 表示 k 时刻从k-1时刻 状态为 ζ 的目标分裂出的孵化目标 PHD, $p_{S,k}(\zeta)$ 表示 k-1时刻状态为 ζ 在k 时刻仍然存在的概率 (生存概 率), $p_{D,k}(x)$ 表示k 时刻状态x 的检测概率, $\kappa_k(\cdot)$ 表示 k 时刻杂波 RFS 的密度, 则 PHD 滤波的递推形式为

$$v_{k|k-1}(x) = \int p_{S,k}(\zeta) f_{k|k-1}(x|\zeta) d\zeta + \int \beta_{k|k-1}(x|\zeta) v_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(x), \quad (3)$$

$$v_{k}(x) = [1 - p_{D,k}(x)]v_{k|k-1}(x) + \sum_{z \in Z_{k}} \frac{p_{D,k}(x)p_{k}(z|x)v_{k|k-1}(x)}{\kappa_{k}(z) + \int p_{D,k}(\xi)p(z|\xi)v_{k|k-1}(\xi)}.$$
 (4)

式中 $v_{k|k-1}(x)$ 和 $v_k(x)$ 分别对应了多目标贝叶斯滤 波递推公式(1)和(2)中的 $p_{k|k-1}$ 和 p_k 的概率假设密 度(PHD).

3 运动目标的检测

运动目标检测的目的是将图像前景(目标)与背景分开,以提取前景信息并获取目标的位置和尺寸等. 本文设计的运动目标检测算法包括阈值分割,背景更新,去除噪声以及连通域分析4个主要过程.当摄像机位置固定时很容易捕获背景图像,因此使用多幅背景图像的均值作为初始背景 B_{ini},此后采用更新背景.设*k*时刻的更新背景为 B_k,当前图像帧为 I_k,则

$$P_k = |I_k - B_k| = \begin{cases} 1, \ d \ge \text{Threshold}; \\ 0, \ d < \text{Threshold}. \end{cases}$$
(5)

式中: *P_k*为经过背景减法并二值化后的图像, 阈值 Threshold 可运用最大类间方差等自适应阈值选取方 法, 要求不高的情况可以采用固定阈值分割法.

本文背景更新的主要原理是,利用当前帧的信息更新背景,即将上一时刻的已更新背景与当前图像帧的背景信息加权求和作为下一时刻的更新背景.为 避免图像的前景信息污染背景,只利用当前图像帧的 背景信息更新背景.基于该原理,本文采用分割后的 二值图像 *P_k* 作为二位掩模,去除当前图像 *I_k* 中的目标像素,而其目标区域占据的像素则由上一时刻更新 背景 *B_k* 的相应位置的像素信息取代,即可得"背景新 息".利用此新息的背景更新公式为

 $B_{k+1} = (1-\alpha)B_k + \alpha * P_k . * B_k + \alpha * (1-P_k) . * I_k.$ (6) 式中: α (0 < α < 1) 表示利用当前图像信息进行更 新的速度, 符号 . * 表示两个矩阵中的对应元素相乘. α 值越大, 背景更新速度越快; 反之, 越慢.

图像分割完成后的二值图像往往因不均匀光照 等原因而带有或多或少的亮点噪声,因此需要进行 去噪处理.本文首先利用形态学方法对图像进行处 理,采用一次开运算(先腐蚀再膨胀);再通过连通域 分析去除小区域亮块;最后对可能的目标斑块(blob) 进行连通域分析,获取其质心位置和尺寸等参数.

4 基于 GM-PHD 的多目标视频跟踪

4.1 目标模型

目标运动模型采用线性高斯常速模型,其运动模型的数学表述如下:

$$x_{k+1} = Fx_k + v_k. ag{7}$$

其中:当以目标质心坐标及其速度描述目标时,状态 xk 可表示为

$$x_k = (\operatorname{loc}_{x,k}, \operatorname{loc}_{y,k}, \operatorname{vel}_{x,k}, \operatorname{vel}_{y,k})^{\mathrm{T}};$$
(8)

状态转移矩阵

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$
 (9)

状态噪声*v_k*是以*Q*为协方差的零均值高斯噪声,*σ_v*为系统噪声标准差,即

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{\Delta^4}{4} I_2 & \frac{\Delta^3}{2} I_2 \\ \frac{\Delta^3}{2} I_2 & \Delta^2 I_2 \end{bmatrix} \sigma_v^2.$$
(10)

式中: I_n 表示 $n \times n$ 单位矩阵, Δ 为采样周期. 系统观测模型为 $z_k = Hx_k + w_k$. 其中: 观测矩阵 H 为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$
(11)

观测噪声 w_k 是零均值高斯噪声,其协方差以 $R = \sigma_w^2 I_2, \sigma_w$ 为标准差.

4.2 基于高斯混合 PHD 视频跟踪算法实现

系统框图如图 1 所示,下面以 k + 1 时刻为例说明 算法实现过程. PHD 滤波采用 GM-PHD 方法^[7] 实现. 假 设 k 时刻 描述 PHD 的 高 斯 元 参 数 为 $\{\omega_k^{(i)}, m_k^{(i)}, P_k^{(i)}\}_{i=1}^{J_k}, J_k 为 k$ 时刻的高斯元的数目, $m_k^{(i)}$ 为 k 时刻 第 i 个高斯元的均值, $\omega_k^{(i)}$ 是其权值, $P_k^{(i)}$ 是相应的协 方差.



图1 视频多目标跟踪系统框图

Step1 运动目标检测.利用本文介绍的目标检测算法获取目标位置等参数,本文实验以目标的质心坐标作为量测,设*k*+1时刻量测结果随机集为*Z_{k+1}*.

Step 2 预测.

Step 2.1: 对新产生目标进行预测,设*k*+1时刻 新产生目标个数为 $J_{\gamma,k+1}$,则对 $j = 1, \dots, J_{\gamma,k+1}$ 有 $\omega_{k+1|k}^{(i)} = \omega_{\gamma,k+1}^{(j)}$, $m_{k+1|k}^{(i)} = m_{\gamma,k+1}^{(j)}$, $P_{k+1|k}^{(i)} = P_{\gamma,k+1}^{(j)}$. 其中 $\omega_{\gamma,k+1}^{(j)}$, $m_{\gamma,k+1}^{(j)}$, $P_{\gamma,k+1}^{(j)}$ 分别为新生目标高斯元的 权值、状态期望(均值)及协方差.

Step 2.2: 对孵化目标预测, 设孵化目标个数为 $J_{\beta,k+1}$,则对 $j = 1, 2, \dots, J_{\beta,k+1}$, $l = 1, 2, \dots, J_k$,有 $\omega_{k+1|k}^{(i)} = \omega_k^{(l)} \omega_{\beta,k+1}^{(j)}$, $m_{k+1|k}^{(i)} = d_{\beta,k}^{(j)} + F_{\beta,k}^{(j)} m_k^{(l)}$, $P_{k+1|k}^{(i)}$ $= Q_{\beta,k}^{(j)} + F_{\beta,k}^{(j)} P_k^{(l)} (F_{\beta,k}^{(j)})^{\mathrm{T}}$.其中 $\omega_{\beta,k+1}^{(j)}$ 为孵化目标 高斯模型的权值, $F_{\beta,k}^{(j)}, Q_{\beta,k}^{(j)}$ 分别为式(9)和(10)中的 状态转移矩阵及状态噪声协方差.

Step 2.3: 对继续存在目标进行预测, 设其生存概 率为 p_S , 则对 $j = 1, 2, \dots, J_k$, 按照下式更新权值、均

值及协方差: $\omega_{k+1|k}^{(i)} = p_S \omega_k^{(j)}, \ m_{k+1|k}^{(i)} = F_k m_k^{(j)},$ $P_{k+1|k}^{(i)} = Q_k^{(j)} + F_k P_k^{(j)} (F_k)^{\mathrm{T}}.$

Step 3 利用量测 Z_{k+1} , 及式 (11) 的观测矩阵 H 和量测噪声协方差 R 进行更新. 设 p_D 为检测概率, 对 未检测到的目标用下式更新 (对 $j = 1, 2, \dots, J_{k+1|k}$, $J_{k+1|k} = J_{\gamma,k+1} + J_k J_{\beta,k+1} + J_k$):

$$\omega_{k+1|k}^{(j)} = (1 - p_D)\omega_{k+1|k}^{(j)}, \tag{12}$$

$$m_{k+1}^{(j)} = m_{k+1|k}^{(j)},$$
(13)

$$P_{k+1}^{(j)} = P_{k+1|k}^{(j)}.$$
(14)

对检测到的目标更新,即使用 Step 1 得到的质心坐标 更新高斯元,对每一个 $z \in Z_{k+1}$, 计算

$$\omega_{k+1}^{(lJ_{k+1|k}+j)} = p_D \omega_{k+1|k}^{(j)} \mathcal{N}\big(z; \eta_{k+1|k}^{(j)}, S_{k+1}^{(j)}\big), \quad (15)$$

$$P_{k+1}^{(iJ_{k+1}|k+j)} = P_{k+1|k+1}^{(j)},$$
(16)

$$m_{k+1}^{(lJ_{k+1|k}+j)} = m_{k+1|k}^{(j)} + K_{k+1}^{(j)} \left(z - \eta_{k+1|k}^{(j)} \right).$$
(17)

设泊松分布的杂波 **RFS** 的概率为 $\kappa_k(z)$, 对 $j = 1, 2, \dots, J_{k+1|k}$, 有

$$\omega_{k+1}^{(lJ_{k+1|k}+j)} = \frac{\omega_k^{(lJ_{k+1|k}+j)}}{\kappa_k(z) + \sum_{i=1}^{J_{k+1|k}} \omega_k^{(lJ_{k+1|k}+i)}}.$$
 (18)

其中

$$\begin{split} S_{k+1}^{j} &= R + HP_{k+1|k}^{j}H^{\mathrm{T}}, \\ \eta_{k+1|k}^{(j)} &= Hm_{k+1|k}^{(j)}, \\ K_{k+1}^{j} &= P_{k+1|k}^{(j)}H^{\mathrm{T}}[S_{k+1}^{(j)}]^{-1}, \\ P_{k+1|k+1}^{(j)} &= [I - K_{k+1}^{(j)}H]P_{k+1|k}^{(j)} \end{split}$$

Step 4 对以上输出更新后的权值. 均值及协方 差进行修剪 (Pruning), 主要任务是合并距离很近的高 斯元, 以及去除极小权值的高斯元. 该步骤可以减少 计算量并减少杂波.

Step 5 状态抽取,权值大于阈值(一般取 0.5)的 高斯元所对应的期望值即为状态.

5 实验结果

本文试验采用 CAVIAR^[10](Context Aware Vision using Image-based Active Recognition)项目的视频数 据库,使用视频序列名为 Meet_Split_3rdGuy,共有922 帧,图像分辨率为 384*288.其中包括不均匀光照,背 景含有来回晃动的人等干扰,以及目标新生、消失、 合并及分开等跟踪场景.

跟踪算法的主要参数设置如表1所示.图2给出 了一个新目标出现,两个目标合并又分开,一个目标 消失的检测及跟踪结果.左图为检测结果,右图为相 应跟踪结果,图中白色菱形标识代表滤波得到的目标 状态(质心位置).

表1 实验参数的设置

参数	数值
σ_w :观测噪声标准差	2
σ_v :状态噪声标准差	4
P _D :检测概率	0.99
Ps:目标继续生存概率	0.9
λ_c :平均每帧杂波数	0.01
u:每个杂波的概率分布	$(380 * 280)^{-1}$
U:合并高斯元的门限值	5
T:裁剪高斯元的门限值	0.2
⊿:采样时间	1s



(a) 一个新生目标(330帧)



(b) 两个目标合并(450帧)



(c) 两个目标分开(468 帧)



(d) 一个目标消失(528 帧)图 2 目标数变化场景下的检测和跟踪结果

图3为实际目标数和本文算法估计的目标数的 比较结果,其中实线表示实际目标数,虚线表示估计



图 3 实际目标数与估计目标数比较

目标数.统计结果显示,在序列图像的前800帧中正确估计共662帧,正确率为82.7%.目标数估计错误的原因主要是检测错误,以及新生目标的初始位置不够准确等,导致在目标出现前后的若干帧中发生估计错误(虚警和遗漏).

策

由于在有限随机集理论框架下 GM-PHD 滤波分 别对新生目标、孵化目标及继续生存目标的随机集进 行建模,同时考虑了传感器检测性能(将检测概率引 入模型)以及杂波分布,基于GM-PHD滤波的视频跟 踪算法无需考虑量测与航迹关联关系,对目标数变化 的场景具有鲁棒性.此外, GM-PHD 滤波用量测对预 测高斯元更新时,由不连续的量测更新后的高斯元的 权值会很小(被删除),而图像中不连续的量测大部分 是由背景干扰(如背景中运动的非目标)和光照变化 等形成的杂波,因此GM-PHD对复杂背景具有鲁棒 性. 由以上实际场景下的视频跟踪实验可以看出: 基 于GM-PHD的视频跟踪算法对目标新生、合并、分裂 和消失的目标数变化情况下的状态估计(图2)和目标 数估计(图3)具有鲁棒性,在目标之间的遮挡结束后 仍可以继续正确估计目标状态(图2(b)和图2(c)),对 于光线变化或背景干扰产生的杂波能有效滤除,如 图 2(a) 和图 2(b) 对左侧带有杂波检测结果的正确跟 踪,结果见右侧各图.

实验采用 Intel 2.2 GHz CPU 计算机, 跟踪计算主 要包括检测和滤波两个过程. 对分辨率为 384*288 的 图像, 检测算法计算速度平均为 9.6 帧/s, 滤波平均为 17.2 帧/s, 本文跟踪算法的处理速度平均为 6.25 帧/s. 滤波算法的时间复杂度分析: k + 1 时刻 GM-PHD 的 计算量由 $(J_k(1 + J_{\beta,k+1}) + J_{\gamma,k+1})(1 + |Z_{k+1}|) =$ $o(J_k|Z_{k+1}|)$ 确定, 可见 k + 1 时刻 GM-PHD 计算量线 性正比于 k 时刻高斯元数目 J_k , k + 1 时刻的孵化目 标高斯元数目 $J_{\beta,k+1}$, 新生目标高斯元数目 $J_{\gamma,k+1}$, 量测数 $|Z_{k+1}|$. 与此类似, PF-PHD 的计算量由描述各 项随机集的粒子数确定 (替代上述 GM-PHD 计算量 表达式中的各项高斯元数为粒子数, 即为 PF-PHD 计 算量的数学描述式), 因而在相同情况下计算量大于 GM-PHD.

6 结 论

本文将概率假设密度滤波与改进的运动检测方 法相结合,提出了基于PHD的视频多目标跟踪算法. 本文算法的主要特点:1)提出改进的运动检测算法, 即设计掩模将当前图像分为背景和前景两部分,只使 用其背景信息进行更新.此外,结合了形态学处理和 连通域分析,减少了背景中小的扰动和光照影响,为 视频跟踪算法提供了较为可靠的量测.2)PHD滤波采 用高斯混合PHD实现方法,避免了粒子滤波PHD视 频跟踪算法可能出现的计算复杂问题和目标发生交 叉情况下的状态抽取不可靠问题,保证了视频跟踪的 有效性和可靠性; 3) PHD 滤波对多目标跟踪场景中 的3类目标(新生目标、孵化目标、继续生存目标)分 别建模,并结合了先验信息(传感器检测概率和杂波 分布等),可有效实现目标数变化场景下的视频跟踪.

参考文献(References)

- Bar-Shalom Y, Fortmann T. Tracking and data association[M]. San Diego: Academic Press, 1988:4-10.
- [2] Bar-Shalom Y, Li X R, Kirubarajan T. Estimation with applications to tracking and navigation[M]. New York: Wiley, 2001: 199-261.
- [3] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online non-linear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2002, 50(1): 174-188.
- [4] Reid D B. An algorithm for tracking multiple targets[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1979, 24(12): 843-854.
- [5] Mahler R. Multi-target Bayes filtering via first-order multi-target moments[J]. IEEE Trans on Aerospace and

Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.

- [6] Vo B, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo implementation of the PHD filter for multi-target tracking[C]. Proc of the Sixth Int Conf of Information Fusion. Cairns, 2003: 792-799.
- [7] Vo Ba-Ngu, Ma Wing-Kin. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [8] Wang Ya-Dong, Wu Jian-Kang, Ashraf A Kassim, et al. Data-driven probability hypothesis density filter for visual tracking[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology, 2008, 18(8): 1085-1095.
- [9] Wang Ya-Dong, Wu Jian-Kang, Ashraf A Kassim, et al. Tracking a variable number of human groups in video using probability hypothesis density[C]. The Int Conf on Pattern Recognition. New York, 2006: 1127-1130.
- [10] Dataset of European Commission Funded. Context Aware Vision Using Image-Based Active Recognition(CAVIAR) Project [DB/OL]. [2007-10-02]. http://groups.inf.ed.ac.uk/ vision/caviar/caviardata1/.

(上接第1856页)

- [4] Lee J, Kim S, Hwang Y, et cl. Diagnosis of mechanical fault signals using continuous HMM[J]. J of Sound and Vibration, 2004, 276(3): 1065-1080.
- [5] Baruah P, Chinnam R B. HMMs for diagnostics and prognostics in machining processes[J]. Int J of Production Research, 2005, 43(6): 1275-1293.
- [6] Hansan O. Fault detection, diagnosis and prognosis of rolling element bearings: Frequency domain methods and HMM[D]. Cleveland: Case Western Reserve University, 2004.
- [7] Miao Q, Makis V. Condition monitoring and cassification of rotating machinery using wavelets and hidden Markov models[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(2): 840-855.
- [8] Dong M, David H. Hidden semi-Markov-model-based methodology for multi-sensor equipment health diagnosis

and prognosis[J]. European J of Operational Research, 2007, 178(3): 858-878.

- [9] Dong M, David H. A segmental hidden semi-Markov model-based diagnostics and prognostics framework and methodology[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(5): 2248-2266.
- [10] Salfner F, Malek M. Using hidden semi-Markov models for effective online failure prediction[C]. 26th IEEE Int Symposium on Reliable Distributed Systems. Beijing, 2007: 161-174.
- [11] 陈敏泽,周东华.一种基于强跟踪滤波器的自适应故障 预报方法[J]. 上海海运学院学报. 2001, 22(3): 35-40.
 (Chen M Z, Zhou D H. An adaptive fault prediction method based on strong tracking filter[J]. J of Shanghai Maritime University, 2001, 22(3): 35-40.)