

文章编号: 1001-0920(2010)11-1645-06

多属性群决策中一种基于主观偏好确定属性权重的方法

程平, 刘伟

(重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030)

摘要: 提出一种多属性群决策中同时考虑专家群体对属性主观赋权的偏好和决策者对决策重要性认识的偏好来确定属性权重的方法, 能够兼容专家实数型、区间型和语言型等类型的属性权重赋值. 首先建立标准属性重要差异矩阵以实现专家对属性赋权的优劣比较和差异规范, 定义统一的决策者偏好映射对其进行调整; 然后求解各矩阵的排序向量以量化属性的相对重要程度, 并与专家权重聚合得到属性权重向量; 最后给出了方法的具体步骤, 并通过算例说明了该方法的具体应用.

关键词: 属性权重; 主观偏好; 多属性群决策

中图分类号: C934

文献标识码: A

Method of determining attributes weights based on subjective preference in multi-attribute group decision-making

CHENG Ping, LIU Wei

(School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China. Correspondent: CHENG Ping, E-mail: chgpg2006@163.com)

Abstract: Based on subjective preference of experts and decision-maker, a method of determining attribute weights in multi-attribute group decision-making is presented. This method considers the subjective preference of experts on the attribute weights and of decision-makers on the importance awareness of the decision-making importance, and also can be compatible with main data types such as real number, interval number and language number. The standard attribute importance matrix is established to compare each two experts and quantified their differences. After using a universal decision-maker preference mapping to adjust this matrix, all local priority vectors of matrix are figured out to quantify the alternatives' priority, and then are aggregated with expert weights to an attribute weights vector. The concrete steps of determining attribute weights are specialized. Finally, numeral example shows the feasibility of the developed method.

Key words: Attribute weights; Subjective preference; Multi-attribute group decision-making

1 引言

多属性决策问题广泛存在于军事、经济、管理等领域. 在社会、经济、科技迅速发展的今天, 决策者面临的决策环境往往错综复杂, 要想尽可能作出正确的决策, 除改进决策方法之外, 还必须依靠集体的智慧, 即进行群体决策. 多属性群决策作为群决策的一类代表性问题, 它主要解决具有多个属性(评价指标)的有限方案的排序和优选问题. 在多属性群决策过程中, 属性的权重反映属性的相对重要程度, 它直接影响着决策的结果, 因此合理地确定属性权重一直是多属性决策的核心问题之一.

目前已有许多确定属性权重的方法, 这些方法可

分为三大类, 即主观赋权法、客观赋权法和主客观综合赋权法(或称组合赋权法). 主观赋权法是人们研究较早、较为成熟的方法, 它根据决策者(或专家)主观上对各属性的重视程度来确定属性权重, 其原始数据由专家根据经验主观判断而得到. 常用的主观赋权法有层次分析法(AHP)和专家调查法(Delphi法)等. 客观赋权法主要根据原始数据之间的关系来确定权重, 决策或评价结果具有较强的数学理论依据. 常用的客观赋权法有主成分分析法、熵技术法^[1]、离差及均方差法^[2,3]、多目标规划法^[4,5]等, 其中熵技术法用得较多. 主客观赋权法将主、客观因素综合起来进行组合赋权, 常用的主客观赋权法主要分为线性加权组

收稿日期: 2009-11-01; **修回日期:** 2010-03-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70872122); 重庆市科技攻关计划项目(CSTC,2009AC2143).

作者简介: 程平(1978-), 男, 重庆长寿人, 高级工程师, 博士生, 从事产品评价、需求工程等研究; 刘伟(1964-), 男, 贵州都匀人, 教授, 博士生导师, 从事系统工程、技术创新管理等研究.

合法和乘法合成法两类^[6-8].

近年来,学术界对属性权重确定方法的研究主要集中在客观赋权法和主客观赋权法领域,而主观赋权法的研究进展缓慢.由于主观赋权法和主客观赋权法依赖于实际的问题域,通用性和决策人的可参与性较差,计算方法大都比较繁琐,很难体现专家和决策者对不同属性的重视程度,有时确定的权重会与属性的实际重要程度相悖.在现实社会中,基于专家背景、能力水平和知名度以及决策者的决策经验的主观赋权法在许多多属性决策场合都具有无可比拟的优势.对于基于专家群体或决策者的主观偏好研究属性权重确定问题,文献[9]通过决策者对方案的偏好关系建立优化模型,然后求解得到属性的权重;[10]考虑了专家群体对赋权方法的偏好,通过线性加权组合方法得到属性的权重;[11]考虑了专家群体对属性权重的偏好,通过建立比率标度得到主观权重,采用组合赋权法得到了属性权重.以上研究一般考虑了专家群体或决策者的主观偏好,但很少综合两者对属性权重的主观偏好进行研究.鉴于此,本文基于专家群体和决策者的主观偏好,同时考虑专家的评价习惯,提出一种多属性群决策过程中确定属性权重的方法.

2 问题描述

在一个多属性群决策问题中,设专家群体为 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ ($m \geq 2$), 专家 p_i 的权重为 λ_i 且满足 $0 \leq \lambda_i \leq 1, \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1, i = 1, \dots, k$; 属性(评估指标)集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$; $W = [w_{ij}]_{m \times n}$ 为混合决策矩阵,其中 w_{ij} 表示专家 p_i 对属性 a_j 所赋的权重值,根据专家的主观偏好和评价习惯可以为实数、区间型或语言型等数据类型中的某一类,且具有不同的物理含义和量纲.决策者对决策重要性的认识存在主观偏好,它会从整体上影响专家给出的属性权重数据.本文所要解决的问题是,根据专家群体和决策者的主观偏好共同决定属性集的权重.

3 属性权重确定原理与方法

本文选用专家群体和决策者的主观偏好作为多属性群决策问题中属性(评估指标)集权重求解的基础.基于主观偏好关系进行求解需要解决两个关键问题:专家群体对各属性权重偏好关系的建立和所有属性下决策者偏好关系的聚合.根据专家的知识、经验和评价习惯,可以对属性集赋予不同类型的权重值,其值可以为实数型、区间型或语言型等.实数型权重值大小的比较易于实现,而区间型和语言型大小的比较则可分别使用“可能度”^[12]和转化为三角形模糊数之后使用可能度来实现.然而单纯利用“大小”关系不能完全反映不同专家对属性重要性认识的差异,因

此本文通过建立标准属性重要差异矩阵来同时比较和度量各专家对属性权重判断重要性的差异.针对决策者对属性权重决策重要性的认识存在主观偏好,首先定义具有统一尺度的偏好映射对标准属性重要差异矩阵进行调整,然后结合专家的权重对调整后的矩阵进行聚合,最终得到能完全反映专家和决策者主观偏好的各属性的权重向量.

3.1 专家混合决策矩阵的规范化

为了消除不同物理量纲对决策结果的影响,有效反映专家对各属性重要性认识的偏好,本文选用专家对属性的权重赋值与总体均值之间的偏离程度作为区分专家偏好程度的“标度”.确立标度之后,便可确定属性(评价指标) a_i 和 a_j 在专家 p_k 下的重要差异比标度的倍数,即标准属性重要差异.

在多属性决策问题中,最常见的属性类型为效益型属性和成本型属性.效益型属性是指属性值越大越好的属性,成本型属性是指属性值越小越好的属性.显然,专家群体确定属性权重是个多属性群决策问题,并且属性权重值越大越好,是效益型属性.

下面,根据混合决策矩阵 W 中决策数据的取值类型,分别给出各种取值类型下的决策数据规范化的计算公式,利用这些公式可将混合决策矩阵 $W = [w_{ij}]_{m \times n}$ 转化为规范化的标准属性重要差异矩阵 $X_k = [x_{ij}^k]_{n \times n}$.

3.1.1 实数型决策数据规范化方法

对于实数型数据,首先采用方差的概念定义标度

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (w_{kj} - \bar{w}_k)^2}, \quad (1)$$

其中 $\bar{w}_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n w_{kj}$ 表示专家 p_k 对所有属性权重赋值的算术平均值;然后,根据式(2)确定其在标准属性重要差异矩阵中的对应元素

$$x_{ij}^k = \frac{w_{ki} - w_{kj}}{\sigma_k}. \quad (2)$$

3.1.2 区间型决策数据规范化方法

对于区间型数据,首先将区间数的相离度定义为标度,即

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d^2(w_{kj}, \bar{w}_k)}. \quad (3)$$

其中: $w_{kj} = [w_{kj}^L, w_{kj}^U]$ 为区间数;

$$\bar{w}_k = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{kj}^L, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{kj}^U \right],$$

是专家 p_k 对这 n 个属性的权重赋值按区间数运算法则^[10]所得的算术平均值; $d(a, b)$ 表示两区间数 $a = [a^L, a^U]$ 和 $b = [b^L, b^U]$ 之间的相离度, $d(a, b) =$

$\|a - b\| = |b^L - a^L| + |b^U - a^U|$. 然后根据下式确定其在标准属性重要差异矩阵中的对应元素:

$$x_{ij}^k = \frac{d(w_{ki}, w_{kj})(t_{ij}^k - t_{ji}^k)}{\sigma_k} \quad (4)$$

其中: t_{ij}^k 为 w_{ki} 大于 w_{kj} 的可能度, t_{ji}^k 为 w_{kj} 大于 w_{ki} 的可能度. 区间型数据 $w_{ki} = [w_{ki}^L, w_{ki}^U]$, $w_{kj} = [w_{kj}^L, w_{kj}^U]$, 其大小比较可能度的计算公式为^[14]

$$t_{ij}^k = p(w_{ki} \geq w_{kj}) = \frac{\min(l_{ki} + l_{kj}, \max(w_{ki}^U - w_{kj}^L, 0))}{l_{ki} + l_{kj}} \quad (5a)$$

$$t_{ji}^k = p(w_{kj} \geq w_{ki}) = \frac{\min(l_{ki} + l_{kj}, \max(w_{kj}^U - w_{ki}^L, 0))}{l_{ki} + l_{kj}} \quad (5b)$$

其中: $l_{ki} = w_{ki}^U - w_{ki}^L$, $l_{kj} = w_{kj}^U - w_{kj}^L$.

3.1.3 语言型决策数据规范化方法

三角形模糊数直观且使用简便, 易于理解, 能很好地表达多种语言变量, 因此, 可将语言型数据转换为三角形模糊数来表示和比较. 本文假设某专家对属性的权重赋值采用语言型, 其语言标度表示为

$s(a) = \{\text{极低, 很低, 低, 较低, 稍低, 一般, 稍高, 较高, 高, 很高, 极高}\}$,

则将其表示成对应的三角形模糊数形式^[13]: 极低 = $[0, 0, 0.1]$, 很低 = $[0, 0.1, 0.2]$, 低 = $[0.1, 0.2, 0.3]$, 较低 = $[0.2, 0.3, 0.4]$, 稍低 = $[0.3, 0.4, 0.5]$, 一般 = $[0.4, 0.5, 0.6]$, 稍高 = $[0.5, 0.6, 0.7]$, 较高 = $[0.6, 0.7, 0.8]$, 高 = $[0.7, 0.8, 0.9]$, 很高 = $[0.8, 0.9, 1.0]$, 极高 = $[0.9, 1.0, 1.0]$.

本文首先将三角形模糊数的相离度定义为标度

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d^2(w_{kj}, \bar{w}_k)} \quad (6)$$

其中 $w_{kj} = [w_{kj}^L, w_{kj}^M, w_{kj}^U]$ 为三角形模糊数; \bar{w}_k 是将专家 p_k 对这 n 个属性的语言型权重赋值转换成三角形模糊数, 并按公式

$$\bar{w}_k = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{kj}^L, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{kj}^M, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_{kj}^U \right]$$

计算所得的算术平均值; $d(a, b)$ 表示两个三角形模糊数 $a = [a^L, a^M, a^U]$ 和 $b = [b^L, b^M, b^U]$ 之间的相离度, $d(a, b) = \|a - b\| = |b^L - a^L| + |b^M - a^M| + |b^U - a^U|$. 然后根据下式确定其在标准属性重要差异矩阵中的对应元素:

$$x_{ij}^k = \frac{d(w_{ki}, w_{kj})(t_{ij}^k - t_{ji}^k)}{\sigma_k} \quad (7)$$

其中: t_{ij}^k 表示 w_{ki} 大于 w_{kj} 的可能度, t_{ji}^k 表示 w_{kj} 大于 w_{ki} 的可能度. 三角形模糊数据 $w_{ki} = [w_{ki}^L, w_{ki}^M, w_{ki}^U]$, $w_{kj} = [w_{kj}^L, w_{kj}^M, w_{kj}^U]$, 其大小比较可能度的计算

公式为^[14]

$$t_{ij}^k = p(w_{ki} \geq w_{kj}) = \beta \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{w_{kj}^M - w_{ki}^L}{w_{ki}^M - w_{ki}^L + w_{kj}^M - w_{kj}^L}, 0 \right), 0 \right\} + (1 - \beta) \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{w_{kj}^U - w_{ki}^M}{w_{ki}^U - w_{ki}^M + w_{kj}^U - w_{kj}^M}, 0 \right), 0 \right\} \quad (8a)$$

$$t_{ji}^k = p(w_{kj} \geq w_{ki}) = \beta \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{w_{ki}^M - w_{kj}^L}{w_{ki}^M - w_{ki}^L + w_{kj}^M - w_{kj}^L}, 0 \right), 0 \right\} + (1 - \beta) \max \left\{ 1 - \max \left(\frac{w_{ki}^U - w_{kj}^M}{w_{ki}^U - w_{ki}^M + w_{kj}^U - w_{kj}^M}, 0 \right), 0 \right\} \quad (8b)$$

其中 β 表示专家的风险偏好, $\beta \in [0, 1]$. 当 $\beta > 0.5$ 时, 称专家是呈风险偏好; 当 $\beta = 0.5$ 时, 称专家是呈风险中性; 当 $\beta < 0.5$ 时, 称专家是呈风险厌恶. 特别地, 当 $\beta = 1$ 时, 称 t_{ij}^k 为 $w_{ki} \geq w_{kj}$ 的悲观可能度; 当 $\beta = 0$ 时, 称 t_{ji}^k 为 $w_{ki} \geq w_{kj}$ 的乐观可能度.

显然, 按上述方法得到的标准属性重要差异矩阵 $X = [x_{ij}^k]_{n \times n} (1 \leq k \leq m)$ 具有互反性, 即 $\forall i, j (1 \leq i, j \leq n)$, $x_{ij}^k = -x_{ji}^k$ 成立. 标准属性重要差异矩阵给出了各专家对属性重要差异比标度的倍数, 实质上是以标度对专家给属性所赋的权重值的差异进行标准化处理. 在处理过程中, 对区间型和语言型的不确定性特点给予了考虑和相应处理, 尤其是对语言型数据处理时, 引入了专家的风险偏好, 使决策更加有效.

3.2 基于决策者偏好的矩阵变换

建立标准属性重要差异矩阵之后, 可以根据决策者的偏好, 即对属性权重决策重要性认识判断的差异, 对统一了标度的各专家下的属性重要差异进行转换. 转化的关键在于定义统一的偏好映射 $f: R \rightarrow \phi$. 其中: R 为实数域, ϕ 为所需的偏好关系值域.

偏好映射 f 的功能在于定量给出决策者对标准属性重要差异的判断, 即对偏好关系进行基数赋值. 赋值的尺度对各专家下的标准属性重要差异矩阵是统一的, 使得能够对各专家的偏好进行后续的聚合. 为使转换后的偏好值满足模糊互补性, 这里采用人工神经网络中使用较多的、参数可调的 **logsig** 对数 S 型 (sigmoid) 非性线变换函数^[15]来定义偏好映射, 其函数形式为

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-ax}} \quad (9)$$

其中: $f(x) \in [0, 1]$; a 为重要性参数, 其值可根据决策者对标准属性重要差异的重要性判断进行调整, 如

图 1 所示. 如果决策者发现某专家的标准属性重要差异较大, 同时又认为是有效判断时, 重要性参数 a 的取值应使函数曲线刚好覆盖标准属性重要差异最大取值, 以有效反映最终结果; 反之, 则应增大 a 的取值, 以减小该判断对最终结果的影响.

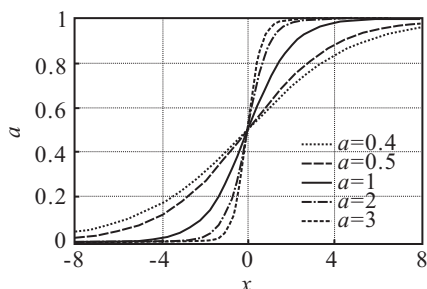


图 1 重要性参数 a 不同取值时偏好映射曲线对比

定义偏好映射之后, 便可得到基于决策者偏好调整后的矩阵

$$Y_k = [y_{ij}^k]_{n \times n}, 1 \leq k \leq m, \quad (10)$$

其中 $y_{ij}^k = f(x_{ij}^k)$ 表示决策者对属性 a_i 优于 a_j 的偏好关系.

定理 1 基于决策者偏好调整后的矩阵 $Y_k = [y_{ij}^k]_{n \times n} (1 \leq k \leq m)$ 具有互补性, 即 $\forall i, j (1 \leq i, j \leq n), y_{ij}^k + y_{ji}^k = 1$.

证明 对于 $\forall i, j, k (1 \leq i, j \leq n; 1 \leq k \leq m)$, 有

$$y_{ij}^k = f(x_{ij}^k), \quad (11)$$

$$y_{ji}^k = f(x_{ji}^k). \quad (12)$$

由标准属性重要差异矩阵的互反性, 可得

$$x_{ji}^k = -x_{ij}^k. \quad (13)$$

将式 (13) 代入 (12), 可得

$$y_{ji}^k = f(x_{ji}^k) = f(-x_{ij}^k), \quad (14)$$

将式 (11) 和 (14) 相加, 有

$$y_{ij}^k + y_{ji}^k = f(x_{ij}^k) + f(-x_{ij}^k) = \frac{1}{1 + e^{-ax}} + \frac{1}{1 + e^{ax}} = 1. \quad (15)$$

因此命题成立. \square

以上得到的隐含在标准属性重要差异矩阵中关于属性重要性的客观权重, 如果决策者不能提供有关属性的任何偏好信息, 则可将客观权重作为最终权重用于进一步分析. 实际上, 决策者总会拥有或多或少的经验知识、偏好等主观信息.

3.3 矩阵聚合与向量排序

基于决策者偏好变换后的矩阵 Y_k 是用统一的映射关系转换所得且具有互补性. 因此, 可通过求解模糊互补判断矩阵 Y_k 的排序向量 H_k 来量化各属性在专家 p_k 下的相对重要程度, 然后依照模糊 AHP 的思想, 结合各专家的权重, 经聚合得到各属性的权重向

量 H .

求解模糊互补判断矩阵排序向量的方法有很多, 这里采用一个简洁排序公式^[16]来求解, 得到的排序向量 $H_k = (h_1^k, h_2^k, \dots, h_n^k)$, 向量元素和各属性权重向量的计算公式分别为

$$h_i^k = \frac{1}{n(n-1)} \left[\sum_{j=1}^n y_{ij}^k + \frac{n}{2} - 1 \right], 1 \leq i \leq m; \quad (16)$$

$$H = [H_1, H_2, \dots, H_n] \lambda. \quad (17)$$

3.4 方法步骤

综合上述方法, 本文提出一种多属性群决策中基于主观偏好确定属性权重的新方法, 其具体过程如下.

Step 1: 已知专家群体 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} (m \geq 2)$ 和属性 (评估指标) 集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (m \geq 2)$, 专家群体对属性集的权重赋值为混合决策矩阵 $W = [w_{ij}]_{m \times n}$. 根据各专家对属性权重赋值的类型和数值, 首先基于语言标度将语言型数据转换为三角形模糊数据.

Step 2: 由式 (1), (3), (6) 计算出各专家对属性权重赋值的标度; 再由式 (2), (4), (7) 分别计算各专家对属性权重赋值的标准属性重要差异, 得到各专家的标准属性重要差异规范化矩阵.

Step 3: 决策者根据对决策重要性认识的偏好, 确定重要性参数 a 的数值, 并根据偏好映射对标准属性重要差异矩阵进行统一调整, 从而得到变换后的基于决策者偏好的矩阵.

Step 4: 根据式 (16) 对基于决策者偏好的矩阵进行聚合, 得到各专家下的属性权重排序向量 H_k .

Step 5: 根据式 (17), 将决策者给出的专家权重向量 λ 与向量 H_k 进行聚合, 得到各属性的权重向量 H .

4 算例分析

下面以某航空发动机故障监测监控系统嵌入式软件可信性质量评价指标 (属性) 的权重确定过程为例, 给出本文方法的具体应用. 设软件需求方邀请了业界知名的 3 位专家 (p_1, p_2, p_3), 分别根据专家的偏好和评价风格对该软件选择的 6 个可信属性给予权重评价. 这些指标分别为可用性 (a_1), 可靠性 (a_2), 安全性 (a_3), 实时性 (a_4), 可维护性 (a_5), 可生存性 (a_6). 已知 3 位专家的权重为 $\lambda = (0.4, 0.3, 0.3)$, 软件需求方 (决策者) 会根据自己的偏好 (即对决策重要性的判断, 在本例中决策者对系数 a 赋值为 1) 对专家的评价结果进行调整. 对软件选择的各项可信性评价指标为: 专家 p_1 是来自航空公司的 60 多岁的应用型专家, 风险中性, 习惯用简单的语言描述评价指标的优劣; 专家 p_2 是来自高校的理论研究型专家, 习惯用区间型数据较精确地描述评价指标的优劣; 专家 p_3 是来

自软件评测机构的评测专家, 习惯用实数型数据精确地描述评价指标的优劣. 这样, 便得到了混合 3 种数据类型初始决策矩阵 W , 见表 1.

表 1 初始混合型决策矩阵

专家	评价指标					
	可用性	可靠性	安全性	实时性	可维护性	可生存性
p_1	稍低	很高	稍高	稍高	一般	高
p_2	[5,6]	[8,9]	[6,7]	[4,5]	[5,7]	[8,9]
p_3	6	8	8.5	7	6	8

Step 1: 对表 1 中的语言型数据按照本文给出的语言标度转换成三角形模糊数据.

Step 2: 求出 3 位专家 (p_1, p_2, p_3) 的标度分别为 $\sigma_1 = 0.78, \sigma_2 = 2.9674, \sigma_3 = 0.9895$.

确定各专家 (p_1, p_2, p_3) 下的标准属性重要差异矩阵

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1.9231 & -0.7693 \\ 1.9231 & 0 & 1.1538 \\ 0.7693 & -1.1538 & 0 \\ 0.7693 & -1.1538 & 0 \\ 0.3846 & -1.5384 & -0.3846 \\ 1.5384 & -0.3846 & 0.7693 \\ -0.7693 & -0.3846 & -1.5384 \\ 1.1538 & 1.5384 & 0.3846 \\ 0 & 0.3846 & -0.7693 \\ 0 & 0.3846 & -0.7693 \\ -0.3846 & 0 & -1.5384 \\ 0.7693 & 1.5384 & 0 \end{bmatrix},$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} 0 & -2.0220 & -0.674 \\ 2.0220 & 0 & 1.348 \\ 0.674 & -1.348 & 0 \\ -0.674 & -2.6959 & -1.348 \\ 0.1123 & -1.685 & -0.1123 \\ 2.0220 & 0 & 1.348 \\ 0.674 & -0.1123 & -2.0220 \\ 2.6959 & 1.685 & 0 \\ 1.348 & 0.1123 & -1.348 \\ 0 & -1.0110 & -2.6959 \\ 1.0110 & 0 & -1.685 \\ 2.6959 & 1.685 & 0 \end{bmatrix},$$

$$X_3 = \begin{bmatrix} 0 & 2.0212 & 2.5265 \\ -2.0212 & 0 & 0.5053 \\ -2.5265 & -0.5053 & 0 \\ -1.0106 & -1.0106 & 1.5159 \\ 0 & -2.0212 & 2.5265 \\ -2.0212 & 0 & 0.5053 \\ 1.0106 & 0 & 2.0212 \\ 1.0106 & 2.0212 & 0 \\ -1.5159 & -2.5265 & -0.5053 \\ 0 & -1.0106 & 1.0106 \\ 1.0106 & 0 & 2.0212 \\ -1.0106 & -2.0212 & 0 \end{bmatrix}.$$

Step 3: 根据决策者对决策重要性的偏好, 确定重

要性参数 $a = 1$, 从而得到变换后的基于决策者偏好的矩阵

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1275 & 0.3166 \\ 0.8725 & 0.5 & 0.7602 \\ 0.6834 & 0.2398 & 0.5 \\ 0.6834 & 0.2398 & 0.5 \\ 0.595 & 0.1768 & 0.405 \\ 0.8232 & 0.405 & 0.6834 \\ 0.3166 & 0.4050 & 0.1768 \\ 0.7602 & 0.8232 & 0.5950 \\ 0.5 & 0.5950 & 0.3166 \\ 0.5 & 0.595 & 0.3166 \\ 0.405 & 0.5 & 0.1768 \\ 0.6834 & 0.8232 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1169 & 0.3376 \\ 0.8831 & 0.5 & 0.7938 \\ 0.6624 & 0.2062 & 0.5 \\ 0.3376 & 0.0632 & 0.2062 \\ 0.528 & 0.1564 & 0.472 \\ 0.8831 & 0.5 & 0.7938 \\ 0.6624 & 0.4720 & 0.1169 \\ 0.9368 & 0.8436 & 0.5 \\ 0.7938 & 0.5280 & 0.2062 \\ 0.5 & 0.2668 & 0.0632 \\ 0.7332 & 0.5 & 0.1564 \\ 0.9368 & 0.8436 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$Y_3 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8830 & 0.9260 \\ 0.117 & 0.5 & 0.6237 \\ 0.0741 & 0.3763 & 0.5 \\ 0.2669 & 0.2669 & 0.8199 \\ 0.5 & 0.1170 & 0.9260 \\ 0.1170 & 0.5 & 0.6237 \\ 0.7331 & 0.5 & 0.8830 \\ 0.7331 & 0.8830 & 0.5 \\ 0.1801 & 0.0740 & 0.3763 \\ 0.5 & 0.2669 & 0.7331 \\ 0.7331 & 0.5 & 0.8830 \\ 0.2669 & 0.1170 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

Step 4: 由式 (16) 计算各专家 (p_1, p_2, p_3) 下的属性权重向量

$$H_1 = (0.1281, 0.2104, 0.1612, 0.1612, 0.1420, 0.1973)^T,$$

$$H_2 = (0.1402, 0.2152, 0.1632, 0.1146, 0.1515, 0.2152)^T,$$

$$H_3 = (0.2142, 0.1786, 0.1194, 0.1618, 0.1886, 0.1375)^T.$$

Step 5: 根据各专家 (p_1, p_2, p_3) 的权重 $\lambda = (0.4, 0.3, 0.3)$, 由式 (17) 聚合得到最终的属性权重向量

$$H = (0.1576, 0.2023, 0.1493, 0.1474, 0.1589, 0.1847)^T.$$

为了分析决策者重要性参数 a 对最终结果的影

响, 现计算 a 分别取 0.5 和 2 时的属性权重向量.

当 $a = 0.5$ 时

$$H = (0.171\ 4, 0.146\ 1, 0.177\ 2, \\ 0.178\ 2, 0.170\ 9, 0.156\ 3)^T;$$

当 $a = 2$ 时

$$H = (0.182, 0.115\ 8, 0.189\ 7, 0.193\ 8, \\ 0.178, 0.140\ 7)^T.$$

在本算例中, 假设决策者认为 3 位专家的评价皆有效, 从标准属性重要差异矩阵 X_1, X_2, X_3 的元素可知, $|x| \leq 2.695\ 9$. 当重要性参数 $a = 0.5$ 时, 从图 1 的对应曲线可知, 决策者实际上认为各评价指标的权重差异不应过大, 有意缩小了各专家对各评价指标权重值判断的差异, 从计算结果可以得出该结论. 当重要性参数 $a = 2$ 时, 从图 1 的对应曲线可知, 当标准属性重要差异 $|x| \geq 1.5$ 时, 基本上无法反映标准属性重要差异, 结果将出现较大的失真; 当重要性参数 $a = 1$ 时, 从图 1 的对应曲线可知, 本算例的结果基本上能够有效反映专家对各评价指标权重值判断的差异. 因此, 决策者可以通过重要性参数 a 的取值来制定评价办法, 从而实现评价偏好.

5 结 论

在多属性群决策问题的求解过程中, 属性的权重具有举足轻重的作用, 它被用来反映属性的相对重要性. 本文考虑了多属性群决策中专家群体和决策者在属性权重确定过程中的主观能动性, 提出了一种直观、方便且易于理解的, 同时考虑专家群体和决策者主观偏好的确定属性权重的方法. 该方法能够应对因专家评价习惯的差异而带来的对属性权重赋值的数据类型差异, 能够兼容专家实数型、区间型和语言型等 3 种类型的属性权重赋值, 可操作性较强. 最后, 通过算例说明了本文方法的具体应用. 当然本文方法还有需要进一步探讨的地方, 这些将在以后的研究中不断完善.

参考文献(References)

- [1] 刘业政, 徐德鹏, 姜元春. 多属性群决策中权重自适应调整的方法[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(1): 45-48. (Liu Y Z, Xu D P, Jiang Y C. Method of adaptive adjustment weights in multi-attribute group decision-making[J]. System Engineering and Electronics, 2007, 29(1): 45-48.)
- [2] 马永红, 周荣喜, 李振光. 基于离差最大化的决策者权重的确定方法[J]. 东北化工大学学报, 2007, 34(2): 177-180. (Ma Y H, Zhou R X, Li Z G. The method of determining the weights of decision-makers based on the maximizing deviation[J]. J of Beijing University of Chemical Technology, 2007, 34(2): 177-180.)
- [3] 王明涛. 多指标综合评价中权重确定的离差、均方差决策方法[J]. 中国软科学, 1999, (8): 100-101. (Wang M T. Many indexes and comprehensive assessment of the deviation, weight determination[J]. China Soft Science, 1999, (8): 100-101.)
- [4] 龚艳斌. 基于方案偏好和部分权重信息的模糊多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2008, 23(5): 507-510. (Gong Y B. Method for fuzzy multi-attribute decision making with preference on alternatives and partial weights information[J]. Control and Decision, 2008, 23(5): 507-510.)
- [5] 万树平. 区间型多属性决策的心态指标法[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 35-43. (Wan S P. Interval multi-attribute decision-making model of mentality index method[J]. Control and Decisions, 2009, 24(1): 35-43.)
- [6] 陈华友. 多属性决策中基于离差最大化的组合赋权方法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 2(26): 194-197. (Chen H Y. Combination determining weights method for multiple attribute decision making based on maximizing deviations[J]. System Engineering and Electronics, 2004, 2(26): 194-197.)
- [7] 梁梁, 熊立, 王国华. 一种群决策中专家客观权重的确定方法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(4): 652-655. (Liang L, Xiong L, Wang G H. A new method for determining the objective weight of decision makers in group decision[J]. System Engineering and Electronics, 2005, 27(4): 652-655.)
- [8] 宋兴光, 周平. 多属性群决策中决策者权重的确定方法[J]. 系统工程, 2001, 4(7): 84-89. (Song X G, Zhou P. The method of determining the weight of the decision-maker in multi-attribute group decision-making[J]. System Engineering, 2001, 4(7): 84-89.)
- [9] 徐泽水. 权重信息完全未知且对方案有偏好的多属性决策法[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(12): 100-103. (Xu Z S. A method for multiple attribute decision making without weight information but with preference information on alternatives[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2003, 23(12): 100-103.)
- [10] 宋兴光, 杨德礼. 基于决策者偏好及赋权法一致性的组合赋权法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 36(9): 1226-1290. (Song X G, Yang D L. Combination weighting approach based on the decision-maker's preference and consistency of weighting methods[J]. System Engineering and Electronics, 2004, 36(9): 1226-1290.)