文章编号: 1001-0920 (2010) 08-1237-04

严格反馈型非仿射非线性系统的自适应模糊控制

文 杰[a,b], 姜长生[b], 薛雅丽[b]

(南京航空航天大学 a. 理学院，b. 自动化学院，南京 210016)

摘 要: 针对一类具有严格反馈形式的非仿射非线性受扰系统, 提出了基于backstepping方法的自适应模糊控制. 该算法仅要求模糊逻辑系统逼近误差范数有界, 引入监督控制补偿系统逼近误差和外界干扰, 保证闭环系统所有信号一致有界, 跟踪误差一致渐近稳定. 将Rössle混沌系统作为仿真对象, 仿真结果表明了该方法的有效性.

关键词: 非仿射非线性；自适应模糊控制；严格反馈；Backstepping 方法；Rössler混沌系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive fuzzy controller for strict-feedback nonaffine nonlinear systems

WEN Jie[a,b], *JIANG Chang-sheng*[b], *XUE Ya-li*[b]

(a. College of Science，b. College of Automation Engineering，Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016，China．Correspondent：WEN Jie，E-mail：wenjie@nuaa.edu.cn)

Abstract: A robust adaptive fuzzy control scheme is presented for a class of strict-feedback nonaffine nonlinear systems with external disturbances based on backstepping approach. The proposed approach is only requires the approximation errors of fuzzy systems norm-bounded, and an additional adaptive term is employed to compensation approximation errors and disturbances. The designed scheme guarantees that all the signals in the closed-loop system are bounded and the tracking error is uniformly asymptotically stable. Rössler chaotic system is presented to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed control technique.

Key words: Nonaffine nonlinear；Adaptive fuzzy control；Strict-feedback；Backstepping approach；Rössler chaotic system

1 引 言

近20年来, 严格反馈型非线性系统的自适应控制理论日益成为研究热点[1-6], 很多实际系统均可以转化为严格反馈型非线性系统, 如Rössler混沌系统等. 智能控制在仿射非线性系统中已经取得很多成果[1-4], 但实际中却存在较多非仿射结构系统, 如生物化学过程等. 文献[5]将非仿射系统转化为仿射系统, 采用变结构神经网络控制策略, 证明系统在平衡点上是半全局一致有界的. 文献[6]考虑多输入多输出非仿射系统, 实现闭环系统的所有信号有界, 跟踪误差收敛到一个小的零邻域.

本文在已有结果的基础上, 针对严格反馈型非仿射非线性受扰系统, 提出了一种基于backstepping方法的自适应模糊控制器. 该控制方案具有以下特点: 1) 直接对非仿射系统设计控制律; 2) 采用 σ 自适应律, 并给出参数的有界性证明; 3) 证明跟踪误差收敛到零, 而非任意小的零邻域. 文中: $|\cdot|$ 表示绝对值函数, $\|\cdot\|$ 表示Euclid范数 (2 范数), $\mathrm{sgn}(\cdot)$ 表示符号函数.

2 问题描述

定义如下系统:

$$\begin{aligned} &\dot{x}_i = f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) + g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)x_{i+1} + d_i(\boldsymbol{x},t),\ 1 \leqslant i \leqslant n-1; \\ &\dot{x}_n = f_n(\boldsymbol{x},u) + d_n(\boldsymbol{x},t); \\ &y = x_1. \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\mathrm{T}} \in R^n$ 是系统状态向量; $\bar{\boldsymbol{x}}_i = [x_1, x_2, \cdots, x_i]^{\mathrm{T}}$; $u \in R$ 是控制输入; $f_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i), g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)$ 是未知非线性连续函数; $f_n(\boldsymbol{x},u)$ 是未知的光滑非线性函数; $y \in R$ 是系统输出; $d_i(\boldsymbol{x},t)(i=1,2,\cdots,n)$ 是系统的有界外部干扰.

控制目的是设计鲁棒自适应模糊控制律, 在闭环系统所有信号有界的条件下使得系统(1)的输出 $y(t)$ 跟踪期望输出 $y_d(t)$, 假设 $y_d(t)$ 的各阶导数 $\dot{y}_d(t)$,

收稿日期: 2009-07-20；**修回日期:** 2009-09-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(90716028).

作者简介: 文杰(1979−), 女, 山西垣曲人, 讲师, 博士生, 从事智能控制、非线性控制的研究；姜长生(1942−), 男, 江苏六合人, 教授, 博士生导师, 从事控制理论与控制工程等研究.

$\ddot{y}_d(t), \cdots, y_d^{(n)}(t)$有界.

假设 1 存在常数 $g_{i0} > 0$ 使得 $|g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)| \geqslant g_{i0}$. 不妨设 $g_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i) \geqslant g_{i0} > 0$.

假设 2 存在正常数 g_{ir}, 使得 $|\dot{g}_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)| \leqslant g_{ir}$.

假设 3 函数 $f_n(\boldsymbol{x}, u)$ 满足 $\partial f_n(\boldsymbol{x}, u)/\partial u > 0$.

假设 4 存在未知常数 d_{i0} 使得 $|d_i(\boldsymbol{x}, t)| \leqslant d_{i0}$.

3 控制器设计

运用backstepping方法设计自适应模糊控制器包含 n 步, 在前 $i(i = 1, 2, \cdots, n-1)$ 步中构造虚拟控制 $x_{(i+1)d}$, 在第 n 步中, 设计实际控制 u. 定义跟踪误差 $e_1 = x_1 - y_d$, $e_i = x_i - x_{id}$, $i = 2, 3, \cdots, n$, 在 $\dot{e}_i(i = 1, 2, \cdots, n)$ 的表达式中包含自变量 $\mathbf{Z}_i$ 的未知函数 $H_i(\boldsymbol{Z}_i)$. 根据模糊逻辑系统的逼近特性, 函数 $H_i(\boldsymbol{Z}_i)$ 可表示为

$$H_i(\boldsymbol{Z}_i) = \boldsymbol{\theta}_i^{*\mathrm{T}} \boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i) + \delta_i(\boldsymbol{Z}_i). \tag{2}$$

其中: $\boldsymbol{Z}_i$ 是系统输入; $\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i)$ 是模糊基函数向量; $\boldsymbol{\theta}_i^*$ 是 $\|\boldsymbol{\theta}_i\| \leqslant m_\theta$ 中的最优参数向量, $m_\theta > 0$ 是给定参数; $\delta_i(\boldsymbol{Z}_i)$ 是逼近误差. 存在未知常数 $\lambda_i > 0$, $v_i > 0$, 使得 $\|\boldsymbol{\theta}_i^*\| \leqslant \lambda_i$, $|\delta_i(\boldsymbol{Z}_i)| \leqslant v_i$成立. 由最优参数定义可知 $|\lambda_i| \leqslant m_\theta$, 由于 λ_i 未知, 引入 $\hat{\lambda}_i \geqslant 0$ 作为 λ_i 的估计量, $\tilde{\lambda}_i = \hat{\lambda}_i - \lambda_i$ 是估计误差. 文中 $\gamma_i^1, \gamma_i^2, \sigma_i, c_i, c_n^*$ 均是给定正常数.

引理 1 如果 $\hat{\lambda}_i$ 采用如下形式自适应律:

$$\dot{\hat{\lambda}}_i = \gamma_i^1 |e_i| (\|\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i)\| - \sigma_i \hat{\lambda}_i), \tag{3}$$

则存在常数 $m_\theta > 0$ 使得 $\hat{\lambda}_i \leqslant m_\theta$, $|\tilde{\lambda}_i| \leqslant 2m_\theta$.

证明 构造Lyapunov函数 $L_i = \hat{\lambda}_i^2/2\gamma_i^1$, 由式(3)得

$$\dot{L}_i = \hat{\lambda}_i |e_i| (\|\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i)\| - \sigma_i \hat{\lambda}_i). \tag{4}$$

由于 $\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i)$ 是模糊基函数, 根据基函数表达式得 $\|\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i)\|_\infty \leqslant 1$. 由范数等价定理, 存在常数 $m_i > 0$ 使得

$$\|\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i)\| \leqslant m_i \|\boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{Z}_i)\|_\infty \leqslant m_i. \tag{5}$$

将式(5)代入(4)得 $\dot{L}_i \leqslant \hat{\lambda}_i |e_i| (m_i - \sigma_i \hat{\lambda}_i)$. 取参数 $m_\theta = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant n-1} \{m_i/\sigma_i\}$, 当 $\hat{\lambda}_i = m_\theta$ 时, $\dot{L}_i \leqslant 0$, 由此可得 $\hat{\lambda}_i \leqslant m_\theta$, 根据 $|\tilde{\lambda}_i| = |\hat{\lambda}_i - \lambda_i| \leqslant |\hat{\lambda}_i| + |\lambda_i| \leqslant 2m_\theta$, 引理1得证. □

控制器设计的具体步骤如下:

Step 1 引入误差 $e_1 = x_1 - y_d$, 则

$$\dot{e}_1 = g_1(x_1)[g_1^{-1}(x_1)(f_1(x_1) - \dot{y}_d) + x_2] + d_1(\boldsymbol{x}, t).$$

定义$H_1(\boldsymbol{Z}_1) = g_1^{-1}(x_1)[f_1(x_1) - \dot{y}_d]$, 其中$\mathbf{Z}_1 = [x_1, \dot{y}_d]$. 引入误差变量 $e_2 = x_2 - x_{2d}$, 并取虚拟控制为

$$x_{2d} = -c_1 e_1 - \hat{\lambda}_1 \mathrm{sgn}(e_1) \|\boldsymbol{\Phi}_1(\boldsymbol{Z}_1)\| - \hat{\rho}_1 \mathrm{sgn}(e_1), \tag{6}$$

其中 $\hat{\rho}_1$ 是 $\rho_1 = v_1 + d_{10}/g_{10} + 5\sigma_1 m_\theta^2/2$ 的一个估计, 且自适应律为

$$\dot{\hat{\rho}}_1 = \gamma_1^2 |e_1|. \tag{7}$$

构造如下Lyapunov函数:

$$V_1 = e_1^2/2g_1(x_1) + \tilde{\lambda}_1^2/2\gamma_1^1 + \tilde{\rho}_1^2/2\gamma_1^2, \tag{8}$$

其中 $\tilde{\rho}_1 = \hat{\rho}_1 - \rho_1$. 应用式(2), (3), (6), (7), 有

$$\begin{aligned}
&\dot{V}_1 = \\
&\frac{1}{g_1(x_1)} e_1 \dot{e}_1 - \frac{\dot{g}_1(x_1)}{2g_1^2(x_1)} e_1^2 + \frac{1}{\gamma_1^1} \tilde{\lambda}_1 \dot{\hat{\lambda}}_1 + \frac{1}{\gamma_1^2} \tilde{\rho}_1 \dot{\hat{\rho}}_1 = \\
&e_1 e_2 - [c_1 + \dot{g}_1(x_1)/2g_1^2(x_1)] e_1^2 + \boldsymbol{\theta}_1^{*\mathrm{T}} \boldsymbol{\Phi}_1(\boldsymbol{Z}_1) e_1 - \\
&\hat{\lambda}_1 |e_1| \|\boldsymbol{\Phi}_1(\boldsymbol{Z}_1)\| + (\delta_1(\boldsymbol{Z}_1) + g_1^{-1}(x_1) d_1(\boldsymbol{x}, t)) e_1 + \\
&\tilde{\lambda}_1 \dot{\hat{\lambda}}_1/\gamma_1^1 + \tilde{\rho}_1 \dot{\hat{\rho}}_1/\gamma_1^2 - \hat{\rho}_1 |e_1| \leqslant \\
&e_1 e_2 - [c_1 + \dot{g}_1(x_1)/2g_1^2(x_1)] e_1^2 - \\
&\tilde{\lambda}_1 \|\boldsymbol{\Phi}_1(\boldsymbol{Z}_1)\| |e_1| + (v_1 + d_{10}/g_{10}) |e_1| - \\
&\hat{\rho}_1 |e_1| + \tilde{\lambda}_1 \dot{\hat{\lambda}}_1/\gamma_1^1 + \tilde{\rho}_1 \dot{\hat{\rho}}_1/\gamma_1^2.
\end{aligned} \tag{9}$$

由假设1和假设2, 可得

$$\begin{aligned}
&-[c_1 + \dot{g}_1(x_1)/2g_1^2(x_1)] \leqslant \\
&-[c_1 - g_{1r}/2g_{10}^2] = -c_1^*.
\end{aligned} \tag{10}$$

通过选择适当的 c_1 使得 $c_1^* = c_1 - g_{1r}/2g_{10}^2 > 0$, 并利用

$$|\tilde{\lambda}_1 \hat{\lambda}_1| \leqslant (|\tilde{\lambda}_1|^2 + \hat{\lambda}_1^2)/2 \leqslant 5m_\theta^2/2,$$

可得

$$\dot{V}_1 \leqslant e_1 e_2 - c_1^* e_1^2. \tag{11}$$

Step $\boldsymbol{k}(2 \leqslant k \leqslant n-1)$ 定义误差 $e_k = x_k - x_{kd}$, 得到

$$\dot{e}_k = f_k(\bar{\boldsymbol{x}}_k) + g_k(\bar{\boldsymbol{x}}_k) x_{k+1} + d_k(\boldsymbol{x}, t) - \dot{x}_{kd}. \tag{12}$$

其中

$$\dot{x}_{kd} = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_i} \dot{x}_i + \varphi_{k-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_i} d_i(\boldsymbol{x}, t),$$

$$\varphi_{k-1} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\partial x_{kd}}{\partial y_d^{(i-1)}} y_d^{(i)} + \sum_{i=1}^{k-1} \Big[\frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\lambda}_i} \dot{\hat{\lambda}}_i + \frac{\partial x_{kd}}{\partial \hat{\rho}_i} \dot{\hat{\rho}}_i\Big].$$

$\partial x_{kd}/\partial x_i$ 是可以计算的, 不妨设存在正数 β_{ki}, 使得 $|\partial x_{kd}/\partial x_i| \leqslant \beta_{ki}$, 则有

$$\begin{aligned}
\dot{e}_k = {} & g_k(\bar{\boldsymbol{x}}_k) H_k(\boldsymbol{Z}_k) + \Big[d_k(\boldsymbol{x}, t) - \\
& \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_i} d_i(\boldsymbol{x}, t)\Big] + x_{k+1},
\end{aligned}$$

$$H_k(\boldsymbol{Z}_k) = g_k^{-1}(\bar{\boldsymbol{x}}_k)\Big[f_k(\bar{\boldsymbol{x}}_k) - \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\partial x_{kd}}{\partial x_i} \dot{x}_i - \varphi_{k-1}\Big],$$

$$\mathbf{Z}_k = [\bar{\boldsymbol{x}}_k, \partial x_{kd}/\partial x_1, \cdots, \partial x_{kd}/\partial x_{k-1}, \varphi_{k-1}].$$

设计

$$x_{(k+1)d} = -c_k e_k - e_{k-1} -$$

$$\hat{\lambda}_k \mathrm{sgn}(e_k)\|\boldsymbol{\Phi}_k(\boldsymbol{Z}_k)\| - \hat{\rho}_k \mathrm{sgn}(e_k),$$

其中 $\hat{\rho}_k$ 是

$$\rho_k = v_k + 5\sigma_k m_\theta^2/2 + \frac{d_{k0}}{g_{k0}} + \sum_{i=1}^{k-1}\beta_{ki}\frac{d_{i0}}{g_{k0}}$$

的一个估计, 且自适应律为 $\dot{\hat{\rho}}_k = \gamma_k^2|e_k|$.

考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V_k = V_{k-1} + e_k^2/2g_k(\bar{\boldsymbol{x}}_k) + \tilde{\lambda}_k^2/2\gamma_k^1 + \tilde{\rho}_k^2/2\gamma_k^2, \quad (13)$$

其中 $\tilde{\rho}_k = \hat{\rho}_k - \rho_k$. 类似于 Step 1 的证明, 可得

$$\dot{V}_k \leqslant e_k e_{k+1} - \sum_{i=1}^{k} c_i^* e_i^2, \quad (14)$$

其中 $c_k^* = c_k - g_{kr}/2g_{k0}^2 > 0$.

Step *n* 定义 $e_n = x_n - x_{nd}$, 则有

$$\dot{e}_n = f_n(\boldsymbol{x}, u) + d_n(\boldsymbol{x}, t) - \dot{x}_{nd}. \quad (15)$$

其中

$$\dot{x}_{nd} = \sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i}\dot{x}_i + \varphi_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i}d_i(\boldsymbol{x}, t),$$

$$\varphi_{n-1} = \sum_{i=1}^{n}\frac{\partial x_{nd}}{\partial y_d^{(i-1)}}y_d^{(i)} + \sum_{i=1}^{n-1}\Big[\frac{\partial x_{nd}}{\partial \hat{\lambda}_i}\dot{\hat{\lambda}}_i + \frac{\partial x_{nd}}{\partial \hat{\rho}_i}\dot{\hat{\rho}}_i\Big].$$

设存在常数 β_{ni}, 使得 $|\partial x_{nd}/\partial x_i| \leqslant \beta_{ni}(i = 1, 2, \cdots, n-1)$, 则有

$$\begin{aligned}&\dot{e}_n = \\ &f_n(\boldsymbol{x}, u) + d_n(\boldsymbol{x}, t) - \varphi_{n-1} - \\ &\sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i}\dot{x}_i - \sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i}d_i(\boldsymbol{x}, t) = \\ &au + \Delta(\boldsymbol{X}, u) + d_n(\boldsymbol{x}, t) - \sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i}d_i(\boldsymbol{x}, t).\end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\Delta(\boldsymbol{X}, u) = f_n(\boldsymbol{x}, u) - \sum_{i=1}^{n-1}\frac{\partial x_{nd}}{\partial x_i}d_i(\boldsymbol{x}, t)\dot{x}_i - \varphi_{n-1} - au,$$

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}, \partial x_{nd}/\partial x_1, \cdots, \partial x_{nd}/\partial x_{n-1}, \varphi_{n-1}],$$

a 是给定参数. 设计控制律

$$u = (u_{dc} - u_{ad} + u_{ro})/a. \quad (17)$$

其中: u_{dc} 是误差线性组合; u_{ad} 用来消除未知函数 $\Delta(\boldsymbol{X}, u)$; u_{ro} 是监督控制, 用来补偿逼近误差和干扰.

引理 2[7] 满足

$$\Delta(\boldsymbol{X}, (u_\alpha - u_{ad}^*)) - u_{ad}^* = 0 \quad (18)$$

的 u_{ad}^* 是 $\boldsymbol{X}$ 和 u_α 的函数, 其中 $u_\alpha = u_{dc} + u_{ro}$.

令 $u^* \triangleq u_\alpha - u_{ad}^*$, 有

$$\Delta(\boldsymbol{X}, u^*) - u_{ad}^* = 0. \quad (19)$$

可以用静态模糊逻辑系统来逼近 u_{ad}^*, 即

$$u_{ad}^*(\boldsymbol{X}, u_\alpha) = \boldsymbol{\theta}_n^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_n(\boldsymbol{Z}_n) + \delta_n(\boldsymbol{Z}_n). \quad (20)$$

其中: $\boldsymbol{\Phi}_n(\boldsymbol{Z}_n) = [\phi_{n1}(\boldsymbol{Z}_n), \phi_{n2}(\boldsymbol{Z}_n), \cdots, \phi_{nN}(\boldsymbol{Z}_n)]$ 是模糊基函数; $\boldsymbol{\theta}^*$ 是最优参数向量; $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n = [\hat{\theta}_{n1}, \hat{\theta}_{n2}, \cdots, \hat{\theta}_{nN}]$ 是 $\boldsymbol{\theta}_n^*$ 的估计; $\boldsymbol{Z}_n = [x, \partial x_{nd}/\partial x_1, \cdots, \partial x_{nd}/\partial x_{n-1}, \varphi_{n-1}, u_\alpha] \in R^{2n+1}$; N 是模糊规则数.

引理 3 若 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n$ 采用如下自适应律:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}_n = \gamma_n^1[e_n\boldsymbol{\Phi}_n(\boldsymbol{Z}_n) - \sigma_n|e_n|\hat{\boldsymbol{\theta}}_n], \quad (21)$$

则存在正数 k_θ 使得 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_n\| \leqslant k_\theta$, $\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n\| \leqslant 2k_\theta$, 其中 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n = \hat{\boldsymbol{\theta}}_n - \boldsymbol{\theta}_n^*$.

证明 由式 (21) 可得

$$\dot{\hat{\theta}}_{ni} = \gamma_n^1[e_n\phi_{ni}(\boldsymbol{Z}_n) - \sigma_n|e_n|\hat{\theta}_{ni}], \quad i = 1, 2, \cdots, N. \quad (22)$$

取 $W_i = \hat{\theta}_{ni}^2/2\gamma_n^1$, 则有

$$\dot{W}_i = \hat{\theta}_{ni}[e_n\phi_{ni}(\boldsymbol{Z}_n) - \sigma_n|e_n|\hat{\theta}_{ni}]. \quad (23)$$

当

$$\hat{\theta}_{ni} = 1/\sigma_n,\ \dot{W}_i \leqslant \hat{\theta}_{ni}[|e_n| - \sigma_n|e_n|\hat{\theta}_{ni}] \leqslant 0$$

时, 可得 $\hat{\theta}_{ni} \leqslant 1/\sigma_n$; 当

$$\hat{\theta}_{ni} = -1/\sigma_n,\ \dot{W}_i \leqslant \hat{\theta}_{ni}[e_n\phi_{ni}(\boldsymbol{Z}_n) + |e_n|] \leqslant 0$$

时, 可得 $\hat{\theta}_{ni} \geqslant -1/\sigma_n$. 综上所述, $|\hat{\theta}_{ni}| \leqslant 1/\sigma_n$. 由于

$$\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_n\| \leqslant m_n\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_n\|_1 \leqslant m_nN/\sigma_n,$$

取 $k_\theta = m_nN/\sigma_n$, 有 $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_n\| \leqslant k_\theta$ 成立. 根据 $|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n| = |\hat{\boldsymbol{\theta}}_n - \boldsymbol{\theta}_n^*| \leqslant |\hat{\boldsymbol{\theta}}_n| + |\boldsymbol{\theta}_n^*| \leqslant 2k_\theta$, 引理 3 得证. □

引理 4[7] 存在常数 $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, 使得

$$|\Delta(\boldsymbol{X}, u) - \Delta(\boldsymbol{X}, u^*)| \leqslant k_1|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n| + k_2.$$

选择控制律

$$u_{ad} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_n(\boldsymbol{Z}_n),\ u_{dc} = -c_n^*e_n - e_{n-1},$$
$$u_{ro} = -\hat{\rho}_n\mathrm{sgn}(e_n),$$

其中 $\hat{\rho}_n$ 是

$$\rho_n = 2k_1m_\theta + k_2 + v_n + d_{n0} + \sum_{i=1}^{n-1}\beta_{ni}d_{i0} + 5\sigma_nk_\theta^2/2$$

的估计, 自适应律为 $\dot{\hat{\rho}}_n = \gamma_n^2|e_n|$. 由式 (17) 得

$$u = [-c_n^*e_n - e_{n-1} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_n(\boldsymbol{Z}_n) - \hat{\rho}_n\mathrm{sgn}(e_n)]/a. \quad (24)$$

构造如下 Lyapunov 函数:

$$V_n = V_{n-1} + e_n^2/2 + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_n^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n/2\gamma_n^1 + \tilde{\rho}_n^2/2\gamma_n^2. \quad (25)$$

类似于 Step 1 的证明过程, 并应用引理 2 和引理 4, 易证明

$$\dot{V}_n \leqslant -\sum_{i=1}^{n}c_i^*e_i^2. \quad (26)$$

定理 1 系统 (1) 在假设满足的条件下, 采用式 (6) 和 (24) 给出的控制律以及 (3), (7), (21) 给出的参数自适应律, 可以保证闭环系统所有信号有界, 跟踪误差收敛到零.

证明 式 (25) 和 (26) 可以保证 e_i 和 $\tilde{\rho}_i$ 有界, 引理 1 和引理 3 可以保证参数的有界性, 且易得到闭环系统所有信号有界.

定义误差向量 $\boldsymbol{e}=[e_1,e_2,\cdots,e_n]$, 并对式 (26) 两边同时积分得

$$c_m\int_0^\infty\|\boldsymbol{e}\|^2\mathrm{d}t\leqslant\int_0^\infty\sum_{i=1}^n c_i^*e_i^2\mathrm{d}t\leqslant V_n(0)-V_n(\infty),\tag{27}$$

其中 $c_m=\min\{c_1^*,c_2^*,\cdots,c_n^*\}$. 根据式 (27) 右端有界, 可得 $\|\boldsymbol{e}\|\in L_2$. 应用 Barbalat's 引理[8], 有 $\lim\limits_{t\to\infty}\|\boldsymbol{e}(t)\|=0$, 即系统跟踪误差收敛到零. □

注 1 为了避免抖振现象, 实际中用 $\tanh(e_i/\varepsilon)$ 替代 $\mathrm{sgn}(e_i)$, 其中 $\varepsilon>0$ 是任意小的给定正数.

4 仿真结果

受扰 Rössler 混沌系统经过坐标变换转化为如下严格反馈形式系统:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1=x_2+\alpha x_1+0.3\sin(x_2)\cos(t),\\
&\dot{x}_2=-x_1+x_3+0.1\sin(10t),\\
&\dot{x}_3=(x_2-\gamma)x_3-\beta+0.1\sin(t)+h(\boldsymbol{x},u),\\
&y=x_1.
\end{aligned}$$

其中: $\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,x_3]$ 是系统状态; α,β,γ 是系统参数. $h(\boldsymbol{x},u)=u^3+(1+x_2^2)u+\sin(0.1u)$ 是非仿射控制项, 系统的期望输出为 $y_d=\sin(t)+\cos(0.5t)$.

仿真中,隶属度函数采用高斯型隶属度函数, 即

$$\begin{aligned}
&\mu_{F_i^1}=1/(1+\exp(5\times(x_i+2))),\\
&\mu_{F_i^3}=\exp(-(x_i)^2),\\
&\mu_{F_i^5}=1/(1+\exp(-5\times(x_i-2))).
\end{aligned}\tag{28}$$

参数选择如下: $\alpha=0.2$; $\beta=0.2$; $\gamma=5.7$; $x_{10}=3.4$, $x_{20}=10.5$, $x_{30}=-4.9$; $\hat{\boldsymbol{\theta}}_n(0)=0$; $\gamma_1^1=10$, $\gamma_2^1=5$, $\gamma_3^1=5$; $\hat{\lambda}_i(0)=0(i=1,2)$; $\hat{\rho}_i(0)=0(i=1,2,3)$; $c_1=5$, $c_2=5$; $\sigma_i=0.5(i=1,2,3)$; $\varepsilon=0.02$. 若 $e_3>10$, 则 $c_3^*=0.01$, 否则 $c_3^*=2$; 若 $t>3$, 则 $\gamma_1^2=1$, $\gamma_2^2=0.5$, $\gamma_3^2=2$, $\gamma_1^2=0.1$, $\gamma_2^2=0.5$, $\gamma_3^2=1$.

仿真结果分别由图 1～图 5 给出. 由图 1 可以看出, 系统很好地抑制了混沌现象. 由图 2 可以看出, 系统能很快很好地跟踪期望输出.

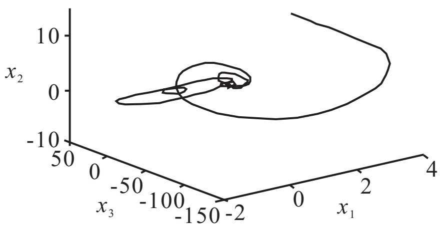

图 1 闭环 Rössler 系统的相图

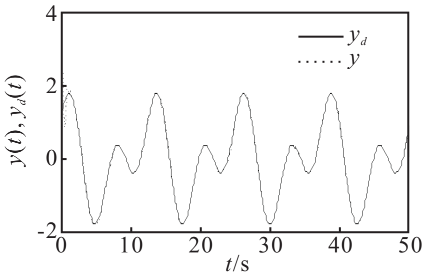

图 2 系统输出 $p(t)$ 与期望输出 $p_d(t)$ 的轨迹

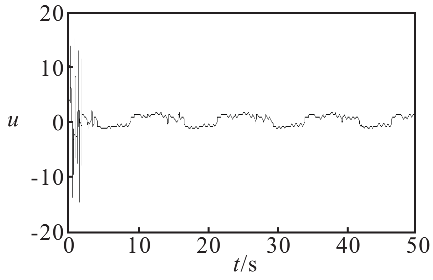

图 3 系统控制输入 u

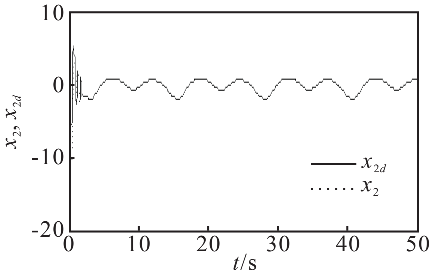

图 4 系统状态 x_2 和虚拟控制 x_{2d}

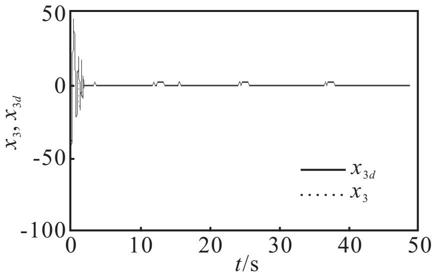

图 5 系统状态 x_3 和虚拟控制 x_{3d}

5 结 论

针对严格反馈型非仿射非线性受扰系统, 设计包含误差的线性组合、模糊逻辑系统、监督项的控制器. 利用 Lyapunov 方法, 确定参数自适应调整律, 在理论上证明了闭环系统所有信号一致最终有界, 跟踪误差收敛到零. 将三阶 Rössler 混沌系统作为仿真对象, 从仿真结果可以看出, 系统在初始偏差较大的情况下, 也能快速有效地跟踪给定信号, 同时也验证了算法的有效性.

(下转第1245页)