

文章编号: 1001-0920(2010)08-1121-08

## 后非线性混叠信号盲源分离算法综述

陶涛<sup>a</sup>, 黄高明<sup>b</sup>, 赵治华<sup>a</sup>

(海军工程大学 a. 舰船综合电力技术国防科技重点实验室, b. 电子工程学院, 武汉 430033)

**摘要:** 结合非线性盲源分离研究不断发展的现状, 选取最常见的后非线性混叠信号盲源分离问题为对象, 综述其算法, 介绍了解混叠模型, 说明了基于广义 Gram-Schmit 正交化构造解的存在性及非唯一性. 在此基础上, 阐释了分离方法和思路, 概述了基于互信息最小化的独立性测度, 并分析评述了不断涌现的后非线性盲源分离典型算法. 最后指出, 目前关于后非线性盲源分离算法的研究存在的共性问题, 并对进一步的研究方向进行了展望.

**关键词:** 后非线性混叠; 盲源分离; 最小化互信息; 典型算法

**中图分类号:** TM46

**文献标识码:** A

## Survey on blind source separation algorithms for post-nonlinear mixtures

TAO Tao<sup>a</sup>, HUANG Gao-ming<sup>b</sup>, ZHAO Zhi-hua<sup>a</sup>

(a. National Key Laboratory for Vessel Integrated Power System Technology, b. College of Electronic Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China. Correspondent: TAO Tao, E-mail: never1983@163.com)

**Abstract:** According to the development of nonlinear blind source separation research, the post-nonlinear mixture is taken as an indraft point to summarize its algorithms. The model of post-nonlinear mixtrue and its separability are presented, meanwhile the existence and nonuniqueness of post-nonlinear blind source separation are discussed. Then the methods are summarized, and the independence criterion based on the minimization of mutual information is introduced, also the representative algorithms proposed continuously in recent years are analyzed and commented. Finally, the existing problems and development tendency on the research of post-nonlinear blind source separation are generalized and expected.

**Key words:** Post-nonlinear mixtures; Blind source separation; Minimization of mutual information; Representative algorithms

### 1 引言

盲源分离(BSS)是指在源信号和传输通道参数未知的情况下, 仅根据输入源信号的统计特性和观测到的混合信号, 基于特定变换完成源信号恢复及信道参数估计的过程. BSS是当前信号处理研究的最前沿方向, 在雷达、通信、医学分析、图象处理、语音信号识别、阵列信号处理以及通用信号分析等众多领域有着广泛应用, 并得到了许多突破性成果, 引起了相关学者的极大关注<sup>[1,2]</sup>.

当前大多数BSS算法都假设混叠模型是线性的<sup>[3]</sup>, 而实际上更为准确的模型应该是非线性或弱非线性的. 线性假设只不过是线性的简单近似, 在某些情况下, 线性近似假设可能导致不正确的解, 因此有必要深入研究非线性BSS问题<sup>[4]</sup>.

非线性混叠信号的盲源分离是线性混叠模型理论上的自然拓广, 近年来也引起了众多学者的研究兴趣. 但相比线性结果, 非线性盲信号处理的成熟结果较少<sup>[5]</sup>, 其主要原因是非线性系统的数学理论复杂, 且实际的许多非线性系统仅在假设源信号统计独立的条件下是不可完全分离的<sup>[7,8]</sup>. 因为非线性BSS问题本身的复杂性, 当前还没有普遍适用的算法, 对于不同的问题需要研究不同的分离方法来解决, 所以出现了一系列针对不同混叠模型的非线性BSS算法<sup>[9,10]</sup>.

对于后非线性混叠(PNL)这一特殊模型, Taleb等<sup>[11,12]</sup>首先从理论上说明了该模型是可分离的, 并提出了利用多层传感器(MLP)逼近非线性混叠函数的逆, 同时以互信息最小化(MMI)作为独立性测度

收稿日期: 2009-06-27; 修回日期: 2009-12-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(50677070, 50721063); 中国博士后科学基金项目(20080431379); 国家863计划项目(2009AAJ116).

作者简介: 陶涛(1983—), 男, 湖北云梦人, 博士生, 从事非线性信号处理、电力电子系统EMI/EMC分析等研究; 黄高明(1972—), 男, 湖北道县人, 副教授, 博士后, 从事雷达信号处理、盲信号处理等研究.

的梯度下降学习算法. 此后, 多种多样的PNL盲源分离算法被不断提出, 如Woo等<sup>[13]</sup>提出了神经网络算法, Martinez等<sup>[14]</sup>提出了内核算法, Rojas等<sup>[15]</sup>研究了用于PNL盲源分离的遗传算法等.

近年来, 许多学者也从不同角度提出多种PNL盲源分离算法, 如Taleb等<sup>[16]</sup>提出了线性阶段解混合矩阵和非线性阶段的非线性补偿算法; Ziehe等<sup>[17]</sup>利用非参数统计学的交替条件期望(ACE)逼近非线性函数的逆, 提出了瞬时解相关性(TD)算法; Lee等<sup>[18]</sup>将自然梯度算法推广到PNL盲源分离问题的求解, 利用参数化的反双曲或高阶多项式函数来拟合非线性混叠函数; Puntinet等<sup>[19]</sup>提出了通过神经网络学习的联合几何算法. 同时, 研究者也开始致力于PNL盲源分离问题的扩展及实际系统研究, 如Taleb等<sup>[20,21]</sup>选择适当的参数化方法, 证明了Wiener系统可由PNL混叠模型表示, 并提出以互信息率最小化(MMIR)作为独立性测度的参数和非参数算法.

鉴于PNL盲源分离算法研究的诸多最新成果及其对非线性盲源分离问题研究的有益推动, 本文在介绍PNL及其解混叠模型的基础上, 概述了PNL盲源分离的基本思路和方法, 分析评述了PNL盲源分离算法, 并指出当前PNL盲源分离研究存在的共性问题, 展望了进一步的研究方向.

## 2 PNL盲源分离问题求解分析

### 2.1 PNL混叠及解混叠模型

PNL混叠模型由Taleb等<sup>[22]</sup>首次提出. 设 $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)]^T \in R^N$ 为未知统计独立的源信号,  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T \in R^N$ 为瞬时观测信号, 则PNL混叠模型的观测信号可表示为

$$x_i(t) = f_i \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} s_j(t) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

其中:  $f = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T : R^N \rightarrow R^N$ 是未知的可逆非线性混叠函数,  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ 是未知非奇异线性混叠矩阵. 如图1所示, PNL混叠实际上是源信号经线性混叠后再通过非线性信道(传感器和放大器), 即L-ZMNL(Linear and zero-memory nonlinearity)类型, 是最简单、最典型的非线性混叠模型, 在传感器阵列、卫星数字微波通讯及生物系统的信号处理中有广泛应用<sup>[23,24]</sup>.

PNL解混叠是通过含待估参数的非线性函数 $g(\cdot): R^N \rightarrow R^N$ 映射非线性混叠函数的逆得到, 然后通过非奇异线性分离矩阵 $W = (w_{ij})_{n \times n}$ 分离得到 $y(t)$ , 如图2所示. 若系统输出 $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T \in R^N$ 恰好为源信号的估计矢量, 即

$$y(t) = Wg(x(t)) = \hat{s}(t), \quad (2)$$

则表示源信号得以恢复, 且认为 $y(t)$ 即为分离出的源信号矢量.

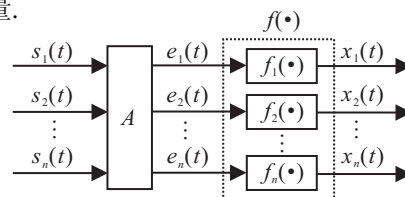


图1 PNL混叠模型

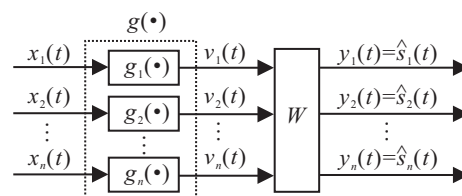


图2 PNL分离模型

### 2.2 PNL盲源分离解的存在性及非唯一性

针对式(2)描述的PNL解混叠模型, 可以通过广义Gram-Schmit正交化构造解的方法来说明解的存在性<sup>[25]</sup>. 设存在 $m$ 个独立变量 $y_1, y_2, \dots, y_m$ 和变量 $x$ , 且 $y_1, y_2, \dots, y_m$ 在 $[0, 1]^T$ 上遵从联合均匀分布, 为了利用 $x, a_1, a_2, \dots, a_m, b$ 及非随机标量来表示任意随机变量, 定义

$$g(a_1, a_2, \dots, a_m, b; p_{y,x}) = \frac{\int_{-\infty}^b p_{y,x}(a_1, a_2, \dots, a_m, \varsigma) d\varsigma}{p_y(a_1, a_2, \dots, a_m)}. \quad (3)$$

其中:  $p_y(\cdot)$ 和 $p_{y,x}(\cdot)$ 表示 $(y_1, y_2, \dots, y_m)$ 和 $(y_1, y_2, \dots, y_m, x)$ 的边缘概率密度,  $p(\cdot|\cdot)$ 表示条件概率密度. 令

$$y_{m+1} = g(y_1, y_2, \dots, y_m, x; p_{y,x}), \quad (4)$$

则 $y_{m+1}$ 与 $y_1, y_2, \dots, y_m$ 都独立, 且 $y_1, y_2, \dots, y_m$ 和 $y_1, y_2, \dots, y_m, y_{m+1}$ 均在 $[0, 1]^m$ 上遵从联合均匀分布<sup>[25]</sup>. 显然, 从 $n$ 个变量 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 可分解出 $n$ 个独立成分 $y_1, y_2, \dots, y_n$ , 即对于 $m = 0, 1, \dots, n-1$ , 令 $y_{m+1} = g(y_1, y_2, \dots, y_m, x_{m+1}; p_{y,x_{m+1}})$ , 利用Gram-Schmit递归可得到相互独立的 $y_1, y_2, \dots, y_m$ , 从而得到 $g(\cdot)$ 的一个解, 说明了解的存在性.

上述构造解的过程同时也表明不能保证这种分解的唯一性: 若设 $u$ 和 $v$ 为两个独立随机变量,  $p(\cdot)$ 和 $q(\cdot)$ 为非线性函数, 则 $p(u)$ 和 $q(v)$ 也相互统计独立, 这意味着仅通过统计独立假设不一定能恢复源信号本身, 而可能是源信号的非线性函数. 对于PNL模型, 通过任意可逆非线性变换 $h$ 引入辅助随机变量 $z(t)$ , 使得 $z(t) = h(x(t))$ . 一般地,  $y_i(t)$ 和 $z_j(t)$  ( $i \neq j$ )将不会相互独立, 但如果定义 $y_j(t) = p(z_j(t) | y_i(t))$ , 则

$y_j(t)$  在  $[0, 1]^T$  上有均匀分布且与  $y_i(t)$  无关, 即  $y_i(t)$  和  $y_j(t)$  相互独立. 此处由于  $h$  为任意选择的非线性变换, 这种解将存在无数个<sup>[26]</sup>, 即说明了解的非唯一性.

通过上述分析可知, PNL 盲源分离的求解是一个较为复杂的问题, 仅通过源信号统计独立不足以求解或求得唯一解. 如果不对非线性混叠函数的逆 (或者说是解混叠模型) 作任何限制, 则该函数 (解混叠模型) 除了给出相互独立的输出分量外不能给出有关源信号的任何信息, 进而将导致无法求解. 因此, 通常的 PNL 盲源分离方法是通过给定模型逼近或映射出可逆非线性函数  $g(\cdot)$  后再进行线性 BBS 求解, 进而得到唯一解.

### 3 PNL 盲源分离方法及典型算法

PNL 盲源分离的基本思想是通过解混叠模型 (解混器) 来模拟逼近或估计  $g(\cdot)$ , 将解混后的输出向量  $v(t)$  利用线性方法实现分离, 并选取合适的代价函数作为独立性测度使输出信号矢量满足源信号统计独立的基本假设<sup>[27]</sup>. 一般地, PNL 盲源分离包括两个步骤:

1) 非线性过程. 寻找求解非线性混叠的参数化可逆非线性映射  $g(\theta, x)$ ,  $\theta$  表示待估计参数, 通过含  $\theta$  的代价函数作为独立性测度来学习优化;

2) 线性过程. 寻找线性分离矩阵  $W$ , 分离解混后的线性混叠信号  $v(t)$ , 即  $y(t) = Wv(t)$ ,  $W$  同样通过相应的代价函数作为独立性准则来进行学习优化.

当前用于盲源分离目标函数优化的独立性测度主要有 3 种: 利用 KL 散度 (或互信息) 作为度量参数的最小化互信息, 通过最小化输入和输出间的信息冗余量度量的信息传输最大化, 观测信号的最大似然估计函数<sup>[28]</sup>. 实际上 3 种独立性测度是等价的, 但由于 PNL 混叠模型经历了非线性和线性两步处理过程, 且最大似然估计需要输入信号概率分布函数的先验知识, PNL 盲源分离典型算法一般采用最小化互信息或最小化互信息与其他累计量匹配作为优化学习的独立性测度.

#### 3.1 最小化互信息

PNL 盲源分离一般采用互信息作为输出信号分量的独立性测度, 即

$$I(y) = \sum_{i=1}^n H(y_i) - H(y). \quad (5)$$

其中:  $H(y) = -\int p_Y(y) \log p_Y(y) dy$  表示信息熵函数,  $p_Y(y)$  为输出信号  $y$  的联合概率分布.

对于图 2 所示的非线性过程, 最小化互信息得到

$$\frac{\partial I(y)}{\partial \theta_k} = -E\{\partial \lg |g'_k(\theta_k, x_k)| / \partial \theta_k\} - E\left\{\left(\sum_{i=1}^n \Psi_i(y_i) w_{ik}\right) \partial g_k(\theta_k, x_k) / \partial \theta_k\right\}, \quad (6)$$

其中

$$g'_k(\theta_k, x_k) = dg_k(\theta_k, x_k) / d\theta_k.$$

该估计方程依赖于非线性映射  $g_k(\theta_k, x_k)$  的  $\theta_k$  参数估计.

对于图 2 所示的线性过程, 最小化互信息得到

$$\partial I(y) / \partial W = -E\{\Psi x^T\} - (W^T)^{-1}, \quad (7)$$

其中  $\Psi = (\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n)^T$  为输出信号分量的评价几率函数

$$\Psi_i(u) = \frac{d}{du} \lg p_i(u) = \frac{p'_i(u)}{p_i(u)}. \quad (8)$$

由式 (6) 和 (7) 可知, 只有当  $\Psi_i(u)$  随输出信号 (向量  $y$ ) 的变化通过式 (8) 被自适应地估计出来, 盲源分离才能实现. 结合不同的解混器模型, 通过不同的方法估计输出参数并获取评价几率函数  $\Psi_i(u)$  便得到性能各异的典型算法. 文献 [12] 给出了基于 Gram-Charlier 扩展形式和核的概率密度函数估计及基于最小均方根的直接估计两种方法; [29] 给出了一种基于非线性函数导数的互信息准则参数化方法; [30] 提出了评价几率函数的间歇式估计方法; [31] 对评价几率函数的详细概念和互信息梯度的参数估计方法进行了分析, 并讨论了信息最小化的参数估计方法及偏差.

#### 3.2 PNL 盲源分离典型算法

##### 3.2.1 感知器模拟算法

Yang 等首先提出两层感知器 (TLP) 来分离类似 PNL 混叠模型的盲信号, 但未能给出分离结果. Taleb 等<sup>[12]</sup> 进一步深入研究了 MLP 模拟算法, 其基本思想是通过 MLP 来模拟非线性混叠函数的逆  $g(\theta, x)$ , 并由梯度下降算法估计参数  $\theta$ , 即

$$g_k(\theta_k, x_k) = g[\omega_k, \xi_k, \eta_k, x_k] = \sum_{j=1}^{N_k} \xi_j^k \sigma(\omega_j^k x - \eta_j^k), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

其中:  $\sigma$  为输出网络的反双曲调节函数;  $\omega_k, \xi_k, \eta_k$  为第  $k$  层感知器估计参数.

对于 PNL 盲源分离的非线性和线性过程, 分别联立式 (6), (9) 和 (7), (9) 可得到基于均方根的 MLP 各层参数估计的递归表达式, 再通过无监督学习优化即可获得感知器参数并实现 PNL 盲源分离.

MLP 模拟算法采用梯度下降法进行无监督学

习,具有收敛速度快和对照函数统一的优点,成为后续多种算法的基础.基于MLP网络的各种高性能算法也被不断提出,如Lappalainen等<sup>[32]</sup>提出了基于MLP网络的集群学习算法,Leong等<sup>[33]</sup>提出了基于MLP网络的等效核函数算法.

### 3.2.2 神经网络算法

神经网络技术的快速发展使得基于神经网络的PNL盲源分离算法不断涌现<sup>[13]</sup>.Tan等<sup>[34]</sup>首先提出了基于径向基函数(RBF)网络体系结构的神经网络算法.此后,Solazzi等<sup>[35]</sup>进一步提出了样条自适应神经网络算法,其基本思想是利用神经网络来逼近 $g(\cdot)$ ,并选取合适的独立性测度通过随机梯度下降法无监督学习获得网络参数实现PNL盲源分离.以图3所示RBF网络算法为例来说明神经网络算法实现过程.

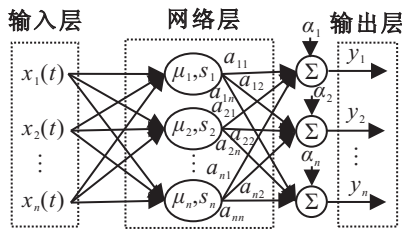


图3  $n$ 个输出的RBF网络

对于神经元层,可通过下式仿射映像非线性混叠函数:

$$u(x) = WK(x, p), \quad (10)$$

其中 $K(x, p)$ 为神经网络的内核函数矢量.

RBF算法独立性测度的代价函数为互信息和高阶累积匹配量,即

$$C(\theta) = I(y) + \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} c_{i_1, i_2, \dots, i_n} [M_{i_1, i_2, \dots, i_n}(y, \theta) - M_{i_1, i_2, \dots, i_n}(s)]^2, \quad (11)$$

其中 $M_{i_1, i_2, \dots, i_n}(y) = E(y_1^{i_1} \dots y_n^{i_n}) - E(y_1^{i_1}) - \dots - E(y_n^{i_n})$ 为累积匹配量,简记为 $M$ .

信息熵可用内核函数矢量近似表示为

$$H(y_i) \approx \frac{1}{2} \log(2\pi e) - \frac{(k_3^i)^2}{2 \times 3!} - \frac{(k_4^i)^2}{2 \times 4!} + \frac{3}{8} (k_3^i)^2 k_4^i + \frac{1}{16} (k_4^i)^3. \quad (12)$$

将式(12)代入(5)中,并采用梯度下降法得到

$$\frac{\partial C(\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial I(y)}{\partial \theta} + \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} 2c_{i_1, i_2, \dots, i_n} [M(y, \theta) - M(s)] \frac{\partial M(y, \theta)}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \theta}, \quad (13)$$

其中

$$\frac{\partial I(y)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=3,4} \frac{\partial H(y_i)}{\partial k_j^i} \frac{\partial k_j^i}{\partial y_i} \frac{\partial y_i}{\partial \theta} -$$

$$\left| \frac{\partial g(x, \theta)}{\partial x} \right|^{-1} \frac{\partial}{\partial \theta} \left| \frac{\partial g(x, \theta)}{\partial x} \right|.$$

进而通过无监督学习算法求得网络参数,得到

$$y(x) = u(x) = BK(x, p).$$

神经网络算法具有无监督学习、快速收敛、模型化网络结构的特征,适合快速、时变、多通道的PNL混叠信号分离,因此许多基于神经网络的新型算法被不断提出.Yang等<sup>[36]</sup>提出了量子进化神经网络算法.Woo等<sup>[37,38]</sup>研究了多项式神经网络算法及RBF网络和MLP相结合的RBF-FMLP混合神经网络算法.Gao等<sup>[39]</sup>提出了粒子群优化的小波神经网络算法.Zheng等<sup>[40]</sup>研究了夹层结构神经网络算法.

神经网络算法偶尔会遇到一些“幻影”问题,易陷入局部极小值,这主要是由于有限阶的矩匹配和代价函数的局部极小所引起的<sup>[41]</sup>.当前该类算法的后续研究应着重集中在非线性混叠函数逆的唯一性及优化过程的选择上.

### 3.2.3 遗传算法

针对一些算法中的“幻影”问题,Rojas等<sup>[15]</sup>率先提出了基于遗传算法的PNL盲分离方法.Tan等<sup>[42]</sup>作了相应改进,提出了将高阶统计量作为代价函数的遗传算法.Song等<sup>[43]</sup>提出了小生境遗传算法(NGA),其基本思想是利用遗传算法的全局优化能力来优化非线性参数,避免出现许多局部极小值,使估计参数逼近全局最优.

文献[43]首先采用高阶奇次多项式来拟合非线性混叠函数的逆,即

$$f_i^{-1} = g_j(x_j) = \sum_{k=1}^p g_{jk} x_j^{2k-1}. \quad (14)$$

然后采用式(5)定义的互信息作为遗传操作的适度函数并定义

$$H(y) = C_1 + \log |\det(W)| + \sum_{j=1}^n E[\log |g_j(x_j)|]. \quad (15)$$

其中

$$\log |g_j(x_j)| \approx \sum_{k=2}^p g_{ik} (2k-1) x_j^{2k-2}, \quad (16)$$

$C_1$ 为常数.最后利用基于限制竞争选择(RCS)的NGA算法以最小化互信息作为独立性测度来获得全局最优系数 $g_{jk}$ ,算法思路及流程如图4所示.初始化种群:随机产生初始群体( $M$ 个个体)并赋予适度值 $F_i (i = 1, 2, \dots, M)$ ;优化种群:将种群按适度值降幂排列并保存前 $N$ 个优异个体( $N < M$ );遗传操作:依次进行选择、交叉和变异操作,每步操作都产生新种群;小生境消元:定义惩罚函数对 $N$ 个优异个体和 $M$ 个新个体进行RCS运算;优化新种群:消元后的

新种群按适度值降幂排列并保存前  $N$  个优异个体; 终止判断: 判断遗传运算代数是否已达到预先设定的最大值; 遗传结果: 终止计算, 输出优化的前  $N$  个优异个体结果.

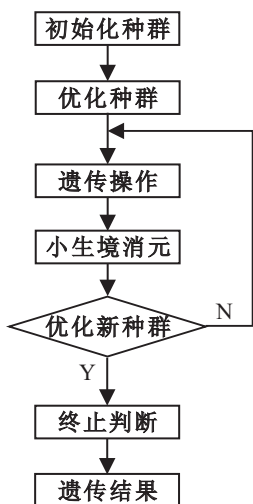


图 4 NGA 算法流程

将遗传算法用于 PNL 盲源分离求解, 可在解空间所有点进行优选并作为初始值进行学习优化, 克服了局部最优解问题, 因此许多改进的 PNL 盲源分离遗传算法也相继出现, 如量子遗传算法<sup>[44]</sup>、基于粒子群优化的遗传算法<sup>[45]</sup>等.

### 3.2.4 几何算法

PNL 盲源分离几何算法的主要思想是将混叠矩阵和混叠函数视为几何连接, 将信号的混叠和解混叠过程看作坐标系中的图形分布, 通过几何变换将非线性问题转化为线性问题求解, 如 Zadeh 等<sup>[46]</sup>提出了用于两个源信号混叠的几何算法. 如图 5 所示, 将线性

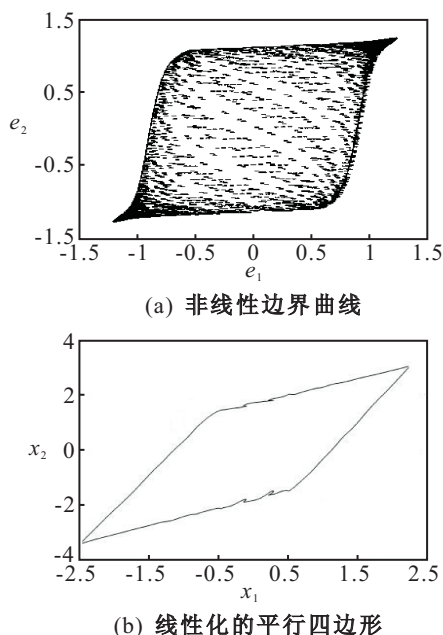


图 5 几何算法的线性变换

混叠矩阵视为  $(e_1, e_2)$  平面的平行四边形, 将非线性混叠视为平行四边形区域的曲线, 通过估计补偿非线性函数  $g_1(\cdot)$  和  $g_2(\cdot)$ , 将非线性曲线转化为平行四边形, 进而将非线性混叠转化为线性变换, 其函数估计利用最小化边界曲线与待定平行四边形几何差别进行自启发式迭代运算. Nguyen 等<sup>[47]</sup>提出了几何线性化算法, 将非线性混叠表示为多维空间中曲面, 线性混叠代表平面, 引入随机参数通过线性规划表示方法将曲面转化为平面运算即实现 PNL 盲源分离. 与文献 [46] 类似, 随机参数的优化也通过自启发准则实现.

几何算法对于 PNL 的源信号不需做任何假设, 且算法的线性化和解耦过程是相对独立的, 因此可采用更为灵活的线性 BBS 算法. 但是, 随机参数是通过自启发准则优化的, 因此其分离点模糊问题、收敛条件和最优结构有待进一步研究.

### 3.2.5 核函数算法

Martinez 等<sup>[14]</sup>通过内核反映特征空间的二阶统计量得出 PNL 分离的核函数算法, 其基本思想是通过“核映射”将非线性问题转化为特征空间的线性问题, 即利用非线性变换  $\Phi(x)$  将  $n$  维随机向量  $x(t)$  映射到高维特征空间  $Y: x(t) \rightarrow \Phi(x(t)) \in Y$ . 若各坐标分量间的相互作用仅限于内积, 则实际上无需知道  $\Phi(x)$  的具体形式, 只需用满足 Mercer 条件的核函数替换线性算法中的内积, 在高维特征空间中进行线性学习即可得到原空间对应的非线性算法.

若将  $l$  维输入信号的长、短周期协方差矩阵映射到高维特征空间, 则利用核函数矩阵将非混叠函数矩阵  $F(\cdot) = [f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_l(\cdot)]^T$  表示为

$$F = \alpha^T \bar{K} \bar{K}^T \alpha / \alpha^T \tilde{K} \tilde{K}^T \alpha. \quad (17)$$

其中:  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l]^T$  为分离矩阵  $W$  的学习参数;  $\bar{K}_{ij} = \phi(x_i)^T \phi(x_j)$  和  $\tilde{k}_{ij} = \phi(x_i)^T \widetilde{\phi(x_j)}$  均为  $l \times l$  维核函数矩阵,  $\phi(x)$  为与输入信号矢量相关的核函数, 且

$$\overline{\phi(x_i)} = \phi(x_i) - \frac{1}{l} \sum_{k=1}^l \phi(x_k),$$

$$\widetilde{\phi(x_i)} = \phi(x_i) - \frac{1}{2m+1} \sum_{k=i-m}^{i+m} \phi(x_k).$$

通过定义核函数形式 (如径向基函数或双曲正切函数), 可得到高维空间的线性算法.

核函数算法通过协方差二阶统计量, 方便、简洁地实现了从非线性到线性的整洁、严谨变换, 在提取混叠的非线性特征上更为强大有效. 但受转换方式及统计量阶数影响, 对于复杂混叠结构容易出现失真“幻影”——算法收敛, 分离结果严重失真, 后续研究应着重于应用高阶统计量的核函数映射.

### 3.2.6 其他算法

Bayes 统计方法也是当前用于 PNL 盲源分离的典型方法, 如 Ilin 等<sup>[48]</sup>提出了贝叶斯相对结构算法, Wei 等<sup>[49,50]</sup>也提出了 Bayes 统计学算法及基于 Bayes 统计理论进行交替优化的 Bayes 神经网络算法, 建立了混叠信号的 Bayes 统计学模型, 用于欠定状态下的 PNL 盲源分离. 此外, 相干函数法<sup>[51]</sup>、多目标进化及差分进化算法<sup>[52,53]</sup>、粒子群及改进粒子群算法<sup>[39,54]</sup>等均是近年来提出的高性能 PNL 盲源分离算法.

### 3.3 当前 PNL 盲源分离算法研究的共性问题

随着研究的不断深入, PNL 盲源分离的可解性及求解方法等方面的基本理论问题在一定程度上得到了解决, 在分离能力、收敛速度、求解精度等方面性能各异的多种算法相继提出. 然而, 由于非线性混叠信号盲源分离问题本身的复杂性, 其理论研究的深度和广度及算法实现难度均较大, 目前 PNL 盲源分离的研究还存在一些共性问题:

1) 各种算法均通过仿真实验表明是收敛和稳定的, 算法本身的收敛性、渐近稳定性和鲁棒性及其影响因素的理论证明不够充分;

2) 当前 PNL 盲源分离算法都是基于源信号先验信息或先验信息的估计实现的, 实际上都是“半盲分离”, 真正意义上的“全盲分离”方法和算法值得深入研究<sup>[55]</sup>;

3) 当前大部分算法仅适用于两通道信号混叠的 PNL 盲源分离, 尽管诸多算法宣称具有多信道通用性, 但仿真实验和实际应用仍只适用于两通道;

4) 多信号非线性混叠时, 利用 PNL 建模按顺序输出源信号或仅抽取感兴趣的某一类或某几类信号的分离算法目前还研究得较少;

5) 更接近真实环境的复杂信号及其混叠情况, 如亚、超高斯信号、非平稳信号、加噪信号等及源信号动态变化、信道非线性交叉混叠和非完备(超定和欠定)PNL 混叠问题的建模与分离研究还很缺乏, 相关文献报道很少<sup>[56,57]</sup>;

6) Leong 等<sup>[58]</sup>首先提出了盲源分离的一般标准化方法, 但 PNL 盲源分离统一的理论基础和标准化方法研究还没有实质性进展.

## 4 结 论

非线性盲源分离问题经过 20 多年的发展, 理论和实践都不断丰富和完善. PNL 混叠作为简单常见的非线性混叠模型, 是解决其他非线性混叠信号盲源分离问题的基础, 因此获得了较多的研究和关注. 当前 PNL 混叠信号的盲源分离求解根据解混方式和独立性测度的不同, 先后出现了感知器模拟法、神经网络

络法、核函数法和几何法等典型算法, 尽管各种算法都存在一些共性问题, 但为 PNL 盲源分离的进一步研究奠定了理论和方法基础.

由于非线性盲源分离的复杂性, 其理论研究的深度和广度及算法实现难度均较大, 目前 PNL 盲源分离仍需在以下 3 个方面深入研究:

1) 通过分析 PNL 盲源分离问题的基础理论, 研究改善算法性能, 加快算法收敛的途径;

2) 将用于 PNL 的混叠模型和分离算法进一步推广至更一般的非线性模型, 考虑更接近真实环境的复杂信号建模及其分离方法;

3) 应用是理论研究的土壤, 将 PNL 盲源分离算法研究扩展应用到实际系统将具有重大意义.

### 参考文献(References)

- [1] Mansour A, Barros A K, Ohnishi N. Blind separation of sources: Methods, assumptions and applications[J]. IEICE Trans on Fundamental, 2000, 83(8): 1498-1512.
- [2] Jutten C, Taleb A. Source separation: From dusk to dawn[C]. Proc of 2nd Int Workshop on ICA and BSS. Helsinki, 2001: 15-26.
- [3] Jutten C, Herault J. Blind separation of sources: An adaptive algorithm based on nenromimetic[J]. Signal Processing, 1991, 24(1): 1-10.
- [4] Jutten C, Karhunen J. Advances in nonlinear blind source separation[C]. Proc of 4th Int Symposium on ICA and BSS. Nara, 2003: 245-256.
- [5] Cardoso J F, Laheld B H. Equivariant adaptive source separation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1996, 44(12): 3017-3030.
- [6] Li Y Q, Wang J. Blind extraction of singularly mixed source signals[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 11(6): 1413-1422.
- [7] Xie S L, He Z S, Zhang J L. Separability theory for blind signal separation[J]. Acta Automatica Sinica, 2002, 30(4): 10-16.
- [8] Hyvarinen A, Pajunen P. Nonlinear independent component analysis: Existence and uniqueness results [J]. Neural Network, 1999, 12(3): 429-439.
- [9] He Z Y, Yang L X, Liu J. Blind source separation using cluster-based multivariate density estimation algorithm[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2000, 48(2): 575-579.
- [10] Haritopoulos M, Yin H, Allison N. Image denoising using self-organizing map-based nonlinear independent component analysis[J]. Neural Networks, 2002, 15(8/9): 1085-1098.
- [11] Taleb A, Jutten C. Source separation in post-nonlinear mixtures: An entropy-based algorithm[C]. Proc of ICASSP. Seattle, 1998: 2080-2092.

- [12] Taleb A, Jutten C. Source separation in post-nonlinear mixtures[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1999, 47(10): 2807-2820.
- [13] Woo W L, Sali S. Neural networks schemes for blind separation of sources from nonlinear mixtures[J]. *IEEE Trans on Digital Signal Processing*, 2002, 11(3): 1227-1234.
- [14] Martinez D, Bray A. Nonlinear blind source separation using kernels[J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 2003, 14(1): 228-235.
- [15] Rojas F, Rojas I, Clemente R, et al. Nonlinear blind source separation using genetic algorithm[C]. *Proc of Int Conf on Independent Component Analysis and Signal Separation*. San Diego, 2001: 400-405.
- [16] Taleb A, Jutten C. Information-theoretic approach to blind separation of sources in nonlinear mixture[J]. *Signal Processing*, 1998, 64(3): 291-300.
- [17] Ziehe A, Kawanabe M, Harmeling S, et al. Separation of post-nonlinear mixtures using ACE and temporal decorrelation[C]. *Proc of Int Conf on Independent Component Analysis and Signal Separation*. San Diego, 2001: 433-438.
- [18] Lee T W, Koehler B, Orglmeister R. Blind source separation of nonlinear mixing models[C]. *Neural Networks for Signal Processing VII*. IEEE press, 1997: 406-415.
- [19] Puntonet C, Alvarez M, Prieto A, et al. Separation of sources in a class of post-nonlinear mixtures[C]. *Proc of 6th European Symposium on Artificial Neural Networks*. Bruges, 1998: 321-326.
- [20] Taleb A, Sole J, Jutten C. Quasi-nonparametric blind inversion of wiener systems[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2001, 49(5): 917-924.
- [21] Sole J, Jutten C, Taleb A. Parametric approach to blind deconvolution of nonlinear channels[J]. *Neurocomputing*, 2002, 48(6): 339-355.
- [22] Taleb A, Jutten C. Nonlinear source separation: The post-nonlinear mixtures[C]. *Proc of ESANN*. Bruge, 1997: 179-284.
- [23] Ionescu P A, Jutten C, Ionescu A M, et al. High performance magnetic field smart sensor arrays with source separation[C]. *Proc of MSM*. Santa Clara, 1998: 666-671.
- [24] Korenberg M J, Hunter I W. The identification of nonlinear biological systems: LNL cascade models [J]. *Biological Cybernetics*, 1986, 55(2/3): 125-134.
- [25] Hyvarinen A, Pajunen P. On existence and uniqueness of solutions in nonlinear independent component analysis results[C]. *Proc of IJCNN*. Anchorage, 1998: 1350-1355.
- [26] Goncalo C, Almeida L B. Separation of nonlinear mixtures using pattern repulsion[C]. *Proc of the 1st Int Workshop on Independent Component Analysis and Signal Separation*. Aussois, 1999: 277-282.
- [27] Achard S, Pham D-T, Jutten C. Criteria based on mutual information minimization for blind source separation in post nonlinear mixtures[J]. *Signal Processing*, 2005, 85(1): 965-974.
- [28] 刘璐, 何振亚. 盲源分离何盲反卷积[J]. *电子学报*, 2002, 30(4): 570-576.  
(Liu J, He Z Y. A survey of blind source separation and blind deconvolution[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2002, 30(4): 570-576.)
- [29] Achard S, Pham D T, Jutten C. Blind source separation in post nonlinear mixtures[C]. *Proc of ICA2001*. San Diego, 2001: 295-300.
- [30] Taleb A, Jutten C. Batch algorithm for source separation in post-nonlinear mixing models[C]. *Proc of 1st Int Workshop on Independent Component Analyse and Signal Separation*. Aussois, 1999: 155-160.
- [31] Zadeh M B, Jutten C. A general approach for mutual information minimization and its application to blind source separation[J]. *Signal Processing*, 2005, 85(1): 975-995.
- [32] Lappalainen H, Honkela A, Giannakopoulos X, et al. Nonlinear source separation using ensemble learning and MLP networks[C]. *Proc of Int Conf on Independent Component Analysis and Signal Separation*. IEEE Press, 2000: 187-192.
- [33] Leong W L, Homer J. Blind source separation using EKENS learning and MLP networks[J]. *IEEE Trans on AusCTW*, 2005, 6(10): 13-20.
- [34] Tan Y, Wang J, Zurada M. Nonlinear blind source separation using a radial basis function network[J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 2001, 12(1): 124-134.
- [35] Solazzi M, Piazza F, Uncini A. Nonlinear blind source separation by spline neural networks[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2001, 12(3): 2781-2784.
- [36] Yang J A, Peng H, Zhuang Z Q. Research on nonlinear blind source separation algorithm based on quantum evolutionary neural network[C]. *Proc of the 2nd Int on Machine Learning and Cybernetics*. Xi'an, 2003: 835-840.
- [37] Woo W L, Khor L C. Blind restoration of nonlinearly mixed signals using multiplayer polynomial neural network[J]. *IEEE 2004 Proc of Image Signal Process*, 2004, 151(1): 51-61.
- [38] Woo W L, Dlay S S. Nonlinear blind source separation using a hybrid RBF-FMLP network[J]. *IEEE Proc of Signal Process*, 2005, 152(2): 173-183.

- [39] Gao Y, Xie S L. Post-nonlinear blind source separation using wavelet neural networks and particle swarm optimization[C]. ICNC 2005. USA, 2005: 386-390.
- [40] Zheng C H, Huang D S, Sun Z L, et al. Post-nonlinear blind source separation using neural networks with sandwiched structure[C]. ISNN2005, 2005: 478-483.
- [41] Vrins F, Pham D T, Verleysen M. Mixing and non-mixing local minima of the entropy contrast for blind source separation[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007, 53(3): 1030-1042.
- [42] Tan Y, Wang J. Nonlinear blind source separation using higher order statistics and a genetic algorithm [J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2001, 5(6): 600-612.
- [43] Song K, Wang Q, Ding M L. Approach to nonlinear blind source separation based on niche genetic algorithm[C]. The 6th Proc of Int Systems Design and Applications. Ji'nan, 2006: 441-445.
- [44] 杨俊安, 邹谊, 庄镇泉. 基于多宇宙并行量子遗传算法的非线性盲源分离算法研究[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(8): 1210-1217.  
(Yang J A, Zou Y, Zhuang Z Q. Nonlinear blind source separation algorithm using multi-universe parallel quantum genetic algorithm[J]. J of Electronics and Information Technology, 2004, 26(8): 1210-1217.)
- [45] 高鹰. 具有遗传特性的粒子群优化算法及在非线盲分离中的应用[J]. 广州大学学报, 2006, 5(5): 49-54.  
(Gao Y. A particle swarm optimizer with genetics and its application in nonlinear blind sources separation[J]. J of Guangzhou University, 2006, 5(5): 49-54.)
- [46] Babaie Z M, Jutten C, Nayebt K. A geometric approach for separating post nonlinear mixtures[C]. Proc of the XI European Signal Processing Conf. Toulouse, 2002: 11-14.
- [47] Nguyen T V, Patra J C, Das A. A post nonlinear geometric algorithm for independent component analysis[J]. Digital Signal Processing, 2005, 15(2): 276-294.
- [48] Ilin A, Achard S, Jutten C. Bayesian versus constrained structure approaches for source separation in post-nonlinear mixtures[C]. Proc of Int Conf on Independent Component Analysis and Signal Separation. IEEE Press, 2004: 2181-2186.
- [49] Wei C, Khor L C, Woo W L. Post-nonlinear underdetermined ICA by Bayesian statistics[C]. ICA 2006. IEEE Press, 2006: 773-780.
- [50] Wei C, Woo W L, Dlay S S. Nonlinear undetermined blind signal separation using Bayesian neural network approach[J]. Digital Signal Processing, 2007, 17(3): 50-68.
- [51] Oku T, Sano A. Nonlinear blind source separation using coherence function[C]. Proc of SICE Annual Conf. Fukui, 2003: 10-17.
- [52] 刘海林, 谢胜利. 非线性盲源分离的多目标进化算法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(9): 1576-1579.  
(Liu H L, Xie S L. Nonlinear blind separation algorithm based on multiobjective evolutionary algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(9): 1576-1579.)
- [53] 高鹰, 谢胜利. 基于泛函连接网络和差分进化算法的后非线性混叠信号盲分离方法[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(1): 50-54.  
(Gao Y, Xie S L. Blind source separation of nonlinear mixtures based on functional link artificial networks and differential evolution algorithm[J]. J of Electronics and Information Technology, 2006, 28(1): 50-54.)
- [54] Wei Y, Liu Z X, Li C H. Improved particle swarm to nonlinear blind source separation[C]. Proc of IEEE 2007 Int Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communication. Hanzhou, 2007: 1128-1133.
- [55] 柳艳红, 魏学业, 吉松坡. 后非线性混合盲信号分离的一种新算法[J]. 电子学报, 2008, 36(7): 1401-1404.  
(Liu Y H, Wei X Y, Ji S P. A new algorithm for blind separation of post nonlinear mixture[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(8): 1401-1404.)
- [56] Chen Y, Yang L X, He Z Y. A block-adaptive blind separation algorithm for post-nonlinear mixture of sub-and-super gaussian signals[J]. J of Southeast University, 2000, 16(2): 1-9.
- [57] Hosseini S, Jutten C. On the separability of nonlinear mixtures of temporally correlated sources[J]. IEEE Signal Processing, 2003, 10(2): 43-46.
- [58] Leong W Y, Liu W, Mandic D P. Blind source extraction: Standard approaches and extensions to noisy and post-nonlinear mixing[J]. Neurocomputing, 2008, 71(10-12): 2344-2355.