文章编号: 1001-0920 (2010) 07-0993-05

基于密度算子的多阶段群体评价信息集结方法及其应用

张发明, 郭亚军, 易平涛

(东北大学 工商管理学院，沈阳 110819)

摘　要: 在群体评价中, 已有的信息集结算子大都没有考虑到信息分布的疏密情况. 针对这种不足, 提出一种基于密度算子的多阶段群体评价信息集结方法. 首先给出了评价数据的分组与密度加权向量的确定方法；然后定义了两种新的算子——密度算术加权平均算子($\mathrm{DM_{WAA}}$)和密度有序加权平均算子($\mathrm{DM_{OWA}}$), 并分别用于评价信息的横向和纵向集结; 最后给出了一个应用算例, 结果表明该集结方法具有定性判断与定量分析等优良特性, 且可拓展性强.

关键词: 密度算子；群体评价；多阶段；权重

中图分类号: C934　　　　**文献标识码:** A

Multi-phase group evaluation information aggregation method based on density operator and its application

ZHANG Fa-ming, GUO Ya-jun, YI Ping-tao

(School of Business Administration，Northeastern University，Shenyang 110819，China．Correspondent：ZHANG Fa-ming，E-mail：zfm1214@163.com)

Abstract: In the group evaluation, the density of information is not considered before. therefore, the paper proposes a method of multi-phase group evaluation information aggregation based on density operator. Firstly, the grouping for evaluating data and the determinate method for density-weighted vector are given. Secondly, the following two new operators are concerned, the density-weighted average operator ($\mathrm{DM_{WAA}}$) and the density-weighted average operator in an orderly manner ($\mathrm{DM_{OWA}}$). The former is adopted when gathering the horizontal evaluation information for single-stage, and the later is adopted when aggregating the vertical evaluated information for between-stage. Finally, a numerical example shows the validity for the proposed method in qualitative and quantitative analysis.

Key words: Density operator；Group evaluation；Multi-stage；Weight

1 引　言

科学技术的发展、知识和信息量的急剧增加, 使得各评价问题变得错综复杂. 因此, 为使评价问题显得更加客观、合理, 往往需要多个评价者的参与, 这便构成了群体评价. 关于群体评价问题, 至今为止已取得了较为丰硕的成果[1-8]. 同时, 因为评价者对客观事物的认识往往遵循由浅入深的规律, 因此有必要进行多个阶段的群体评价, 以便作出更加科学与全面的评价. 但在对多阶段群体评价中, 如何有效地集结多个阶段的个人偏好, 以形成群体的最终偏好却是其中的一个关键性问题. 目前, 通过信息集结算子来集结群体偏好的研究已受到部分关注[9-11]. 其中最具代表性的算子是 WAA (或称 AWA) 算子及 OWA 算子[12-14]. 但遗憾的是, WAA 与 OWA 算子均没有考虑数据元素之间分布的疏密程度, 在群体评价信息的集结问题中, 数据元素分布几乎是不均匀的. 评价数据越集中, 说明评价信息的一致程度越高; 评价数据越分散, 说明评价信息的一致程度越低, 这种情况在信息集结时应当得到充分的考虑. 基于此, 本文探讨了一种基于密度算子的多阶段群体评价信息集结方法.

2 评价数据的分组与密度加权向量的确定方法

对于有限方案的群体评价问题, 设方案集为 $O=\{o_1,o_2,\cdots,o_n\}$, 评价群体集为 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_m\}$. 从不同角度面对同样的问题, 各人的观点是有差别的, 但不存在根本的利益冲突. 为了平衡各方的观点 (或

收稿日期: 2009-08-10；**修回日期:** 2009-11-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70472032,70801013)；中国博士后科学基金项目(20080441094)；辽宁省财政科研基金项目(2007B002).

作者简介: 张发明(1983−), 男, 江西临川人, 博士, 从事综合评价、决策支持的研究；郭亚军(1952−), 男, 辽宁开原人, 教授, 博士生导师, 从事系统评价理论与技术、企业资源配置与优化等研究.

利益), 需得出群体可接受的一致性结论. 假设共经过 $l(l \geqslant 3)$ 轮评价, $p_{ij}^t(j=1,2,\cdots,m)$ 表示在第 $t(t=1,2,\cdots,l)$ 轮评价中评价者 $s_j(j=1,2,\cdots,m)$ 对方案 $o_i(i=1,2,\cdots,n)$的重要程度评价值(可以评分的形式表示), 方案相应的评价值向量为 $p_i^{(t)}(i=1,2,\cdots,n,t=1,2,\cdots,l)$. 记第 t 轮的评价值矩阵为(不失一般性, 设 $n \geqslant 3$, 且 $m \geqslant 3$)

$$P^{(t)}=[p_{ij}^{(t)}]_{n\times m}=\begin{bmatrix} p_{11}^{(t)} & p_{12}^{(t)} & \cdots & p_{1m}^{(t)} \\ p_{21}^{(t)} & p_{22}^{(t)} & \cdots & p_{2m}^{(t)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1}^{(t)} & p_{n2}^{(t)} & \cdots & p_{nm}^{(t)} \end{bmatrix}.$$

为后续密度算子定义的需要, 以下简述评价数据元素分组(一维聚类)及密度加权向量的确定方法[15]. 值得提及的是, 常用的聚类方法一般考虑样品(或对象)是多维变量(或多个指标)的情形, 而一维数据聚类是指对一维数轴上的若干数据点按照间隔疏密程度进行分组的问题. 为方便起见, 记 $Q=\{1,2,\cdots,q\}$, $R=\{1,2,\cdots,r\}$.

定义 1 设某一需要分类的数据集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_q\}$, $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 为 A 的非空子集合, 若满足: 1) $A_i\bigcap A_j=\varnothing, i\neq j, i,j=1,2,\cdots,r$; 2) $A_1\bigcup A_2\bigcup\cdots\bigcup A_r=A$, 则称 $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 为 A 的一个划分, 又称 $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 为 A 的一个一维聚类.

可见, 给定一个 r 值, 便有关于 A 的一个聚类结果 $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 与之对应.

定义 2 设 $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 为 A 进行聚类后按元素个数由大到小排序后的 r 个子数据组, $A_i(i\in R)$ 中数据元素个数为 $k_i(1\leqslant k_i\leqslant q-r+1)$, $\sum k_i=q$, 当 $i_1<i_2(i_1,i_2\in R)$ 时, 满足 $k_{i1}\geqslant k_{i2}$, 此时 $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 称为序化后 A 的一维 r 组聚类.

定义 3 对 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_q\}$ 中数据按从大到小进行排序, 得到有序组 $B=\{b_1,b_2,\cdots,b_q\}$, $b_j(j=1,2,\cdots,q)$ 为 A 中第 j 大元素, 此时称 $\{\Delta_t\mid \Delta_t=b_t-b_{t+1},t=1,2,\cdots,q-1\}$ 为 A 的有序增量集, Δ_t 为 A 的有序增量.

有序增量分割法的具体应用步骤如下[15]:

1) 对 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_q\}$ 按定义 3 求得 A 的有序增量集 $\{\Delta_t\mid t=1,2,\cdots,q-1\}$.

2) 给定 $r(2\leqslant r\leqslant q-1)$, 按由大到小的顺序依次选取前 $r-1$ 个最大的有序增量 Δ_t, 并在产生 $r-1$ 个 Δ_t 的数据之间进行分割, 数轴上独立的 r 个数据群 $A_1',\cdots,A_r'$ 即为要求的一维 r 组聚类. Δ_t 相等情形的处理原则见文献[15].

用 ξ 表示密度加权向量, 则比率加速形式的密度加权向量 $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_q)$ 的分配函数为

$$\xi_i=\frac{\beta_i(k_i/n)}{\sum_{i=1}^{r}\beta_i(k_i/n)},\ i=1,2,\cdots,r. \tag{1}$$

其中: $\beta_i(\beta_i\geqslant 0)$ 为密度影响因子, 可设置成线性或非线性的, 这里给出非线性形式的一种配置方式, 即

$$\beta_i=(k_i/n)^{\alpha},\ i=1,2,\cdots,r. \tag{2}$$

式中: $\alpha\in(-\infty,+\infty)$ 为密度影响指数, 一般在 [10, 10] 上取值; $\beta_i\in(0,1)$.

密度权向量有趋同性、趋中性和趋极性之分, 不同性质的权向量体现不同的决策规则. 若决策者强调主体信息、群体共识, 可选择同性权向量; 若强调极端信息、个别意见, 可选择极性权向量; 中性权向量是一种过渡性权向量, 本身不体现对数据分布的偏好. 关于密度加权向量性质的数量测度方法见文献[15].

3 阶段内横向评价信息的 $\mathrm{DM_{WAA}}$ 密度算子集结

为了对阶段内横向评价信息的集结, 已有集结算子中较具代表性的是 WAA 算子, 但该算子在信息集结时未考虑到数据集的疏密程度. 为此, 给出一种既利用了 WAA 算子优点又能考虑到数据密度的信息集结算子 —— 密度算术加权平均算子 ($\mathrm{DM_{WAA}}$).

定义 4 设某一需要集结的数据集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_q\}$, 且 $\mathrm{DWA_{WAA}}$: $R^n\to R$, 若

$$\mathrm{DWA}_{\mathrm{WAA},\xi}(a_1,a_2,\cdots,a_q)=\\ \sum_{i=1}^{r}\xi_i\cdot\mathrm{WAA}(A_i)=\sum_{i=1}^{r}\xi_i\left[\sum_{j=1}^{k_i}w_j^{(i)}b_j^{(i)}\right], \tag{3}$$

则称函数 $\mathrm{DWA_{WAA}}$ 是密度算术加权平均算子, 亦称 $\mathrm{DWA_{WAA}}$ 算子. 其中, $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 为序化后 A 的一维 r 组聚类, $A_i=\{b_j^{(i)}\mid i=1,2,\cdots,r;\ j=1,2,\cdots,k_i\}$, $\sum_{i=1}^{r}k_i=q$, $b_j^{(i)}$ 为被分至 A_i 的 A 中数据元素; $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_r)$ 为一密度加权向量, $\xi_i\in[0,1](i\in R)$, $\sum\xi_i=1$; $w=(w_1,w_2,\cdots,w_q)$ 为 A 中元素的重要性加权向量, $w_j>0(j\in Q)$, $\sum_{j=1}^{q}w_j=1$, $\omega^{(i)}=(w_1^{(i)},w_2^{(i)},\cdots,w_{k_i}^{(i)})$ 是 $A_i=(b_1^{(i)},b_2^{(i)},\cdots,b_{k_i}^{(i)})$ 中元素重要性的归一化加权向量, 有

$$w_j^{(i)}=w(b_j^{(i)})\Big/\sum_{j=1}^{k_i}w(b_j^{(i)}).$$

$w(b_j^{(i)})$ 为元素 $b_j^{(i)}$ 在 w 中对应的权重分量, 特殊地, 若对 $j=1,2,\cdots,k_i$, $w(b_j^{(i)})=0$, 则令 $w_j^{(i)}=0$.

定义 5 设某一需要集结的数据集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_q\}$, 且 $\mathrm{DWGA_{WAA}}$: $R^n\to R$, 若

$$\mathrm{DWGA}_{\mathrm{WAA},\xi}(a_1,a_2,\cdots,a_q)=$$

$$\prod_{i=1}^{r}\mathrm{WAA}(A_i)^{\xi_i}=\prod_{i=1}^{r}\left[\sum_{j=1}^{k_i}w_j^{(i)}b_j^{(i)}\right]^{\xi_i}, \tag{4}$$

则称函数 $\mathrm{DWGA_{WAA}}$ 是密度几何加权平均算子, 亦称 $\mathrm{DWGA_{WAA}}$ 算子. 字符含义同定义 4. $\mathrm{DWA_{WAA}}$ 与 $\mathrm{DWGA_{WAA}}$ 算子分别是"和性"和"积性"的, 并统称为密度加权平均 ($\mathrm{DM_{WAA}}$) 算子, 它是在 WAA 算子基础上考虑了数据密度的一种合成算子.

在多阶段群体评价中, 利用 $\mathrm{DM_{WAA}}$ 算子对方案 $o_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的单轮评价信息 $(p_{i1}^{(t)},p_{i2}^{(t)},\cdots,p_{im}^{(t)})(i=1,2,\cdots,n;\ t=1,2,\cdots,l)$ 进行横向集结, 其中密度加权向量 $\xi_i^{(t)}=(\xi_{i1}^{(t)},\xi_{i2}^{(t)},\cdots,\xi_{ir}^{(t)})$ 按式 (1) 方法进行确定, 而评价者重视性权重向量 (即 $\mathrm{DM_{WAA}}$ 中的元素重要性加权向量) $w^{(t)}=(w_1^{(t)},w_2^{(t)},\cdots,w_m^{(t)})$ 的确定需要依据评价者给出的评价信息. 在多阶段群体评价过程中, 对评价个体 $s_j(j=1,2,\cdots,m)$ 而言, 评价信息由 $p_j^{(t-1)}(t=1,2,\cdots,l)$ 到 $p_j^{(t)}$ 的变动, 反映了个体信息 $p_j^{(t)}$ 受上一轮群体评价信息 $p^{(t-1)}$ 的影响程度, 这种影响力越大, 其受重视程度应当越大; 影响力越小, 其重视程度应当越小. 据此, 下面给出评价者重视性权重向量 $\omega^{(t)}$ 的具体确定方法.

定义 6 称 $u_j^{(t)}(j=1,2,\cdots,m)$ 为在第 $t(t=1,2,\cdots,l)$ 轮的评价中, 群体意见 (除 s_j 外的 $m-1$ 个群成员) 与成员 s_j 意见的接近程度的改变量. 其计算式为

$$u_j^{(t)}=\frac{1}{m-1}\sum_{k=1,k\neq j}^{m}(\cos\theta_{jk}^{(t)}-\cos\theta_{jk}^{(t-1)}), \tag{5}$$

式中

$$\cos\theta_{jk}^{(t)}=\frac{(p_j^{(t)},p_k^{(t)})}{\left|p_j^{(t)}\right|\left|p_k^{(t)}\right|}=\sum_{i=1}^{n}p_{ij}^{(t)}p_{ik}^{(t)}\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(p_{ij}^{(t)})^2\sum_{i=1}^{n}(p_{ik}^{(t)})^2}.$$

特殊地, 令 $\cos\theta_{jk}^{(0)}=0$. 其直观意义是表示两个成员在第 t 轮评价中其意见的接近程度, 有 $-1\leqslant u_j^{(t)}\leqslant 1$. $u_j^{(t)}$ 反映了在第 t 轮评价中, 个体评价信息对群体评价信息影响程度的大小. 由于 $-1\leqslant u_j^{(t)}\leqslant 1$, 若 $1+u_j^{(t)}$ 越大, 则个体 s_j 对整个评价群体在第 $t(t=1,2,\cdots,l)$ 轮评价过程中的影响就越大. 反之, 若 $1+u_j^{(t)}$ 越小, 对该轮评价结果的影响就越小. 同时值得注意的是, 在不同的评价阶段过程中, 同一个评价成员的受重视程度并不相同, 是随着评价信息矩阵的变化而动态变化的.

定义 7 称 $w_j^{(t)}(j=1,2,\cdots,m)$ 为在第 $t(t=1,2,\cdots,l)$ 轮评价中, 评价个体 s_j 的重视性系数. 其计算式为

$$w_j^{(t)}=(1+u_j^{(t)})\Big/\sum_{j=1}^{m}(1+u_j^{(t)}). \tag{6}$$

显然 $0\leqslant w_j^{(t)}\leqslant 1$, 且 $\sum_{j=1}^{m}w_j^{(t)}=1$. 记第 t 轮评价者重视性系数向量为 $w^{(t)}=(w_1^{(t)},w_2^{(t)},\cdots,w_m^{(t)})^{\mathrm{T}}$.

对方案 o_i 的评价值向量 $p_i^{(t)}(i=1,2,\cdots,n)$, 应用 $\mathrm{DM_{WAA}}$ 算子进行阶段内横向评价信息的集结, 其结果记为 $c_i^{(t)}$, 则 $C^{(t)}=(c_1^{(t)},c_2^{(t)},\cdots,c_n^{(t)})^{\mathrm{T}}$ 表示第 t 阶段的评价信息集结结果向量.

4 阶段间纵向评价信息的 $\mathrm{DM_{OWA}}$ 密度算子集结

为了对阶段间纵向评价信息的集结, 以得出最终的评价结果, 较具代表性的是 OWA 算子, 但该算子在信息集结时亦不考虑数据集的疏密程度. 因此, 给出一种既兼顾 OWA 算子优点又考虑到数据密度的信息集结算子 —— 密度有序加权平均算子 ($\mathrm{DM_{WAA}}$).

定义 8 设某一需要集结的数据集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_q\}$, 且 $\mathrm{DWA_{OWA}}$: $R^n\rightarrow R$, 若

$$\mathrm{DWA}_{\mathrm{OWA},\xi}(a_1,a_2,\cdots,a_q)=\sum_{i=1}^{r}\xi_i\cdot\mathrm{OWA}(A_i)=\sum_{i=1}^{r}\xi_i\left[\sum_{j=1}^{k_i}\omega_j^{(i)}b_j^{(i)}\right], \tag{7}$$

则称函数 $\mathrm{DWA_{OWA}}$ 是密度算术有序加权平均算子, 亦称 $\mathrm{DWA_{OWA}}$ 算子. 式中: $A_1,A_2,\cdots,A_r$ 为序化后 A 的一维 r 组聚类, $A_i=\{b_j^{(i)}|i=1,2,\cdots,r;j=1,2,\cdots,k_i\}$, $\sum_{i=1}^{r}k_i=q$, $b_j^{(i)}$ 为 A_i 中第 j 大元素, 且为 A 中数据元素; $\xi=(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_r)$ 为密度加权向量, $\xi_i\in[0,1](i\in R)$, $\sum\xi_i=1$; $w=(w_1,w_2,\cdots,w_q)$ 为 A 中元素的重要性加权向量, $w_j>0(j\in Q)$, $\sum_{j=1}^{q}w_j=1$, $\omega^i=(w_1^{(i)},w_2^{(i)},\cdots,w_{k_i}^{(i)})$ 是 $A_i=(b_1^{(i)},b_2^{(i)}\cdots,b_{k_i}^{(i)})$ 中元素重要性的归一化加权向量, 有

$$w_j^{(i)}=w(b_j^{(i)})\Big/\sum_{j=1}^{k_i}w(b_j^{(i)}),$$

$w(b_j^{(i)})$ 为元素 $b_j^{(i)}$ 在 w 中对应的权重分量. 特殊地, 若对 $j=1,2,\cdots,k_i,w(b_j^{(i)})=0$, 则令 $w_j^{(i)}=0$.

定义 9 设某一需要集结的数据集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_q\}$, 且 $\mathrm{DWGA_{WAA}}$: $R^n\rightarrow R$, 若

$$\mathrm{DWGA}_{\mathrm{OWA},\xi}(a_1,a_2,\cdots,a_q)=\prod_{i=1}^{r}\mathrm{OWA}(A_i)^{\xi_i}=\prod_{i=1}^{r}\left[\sum_{j=1}^{k_i}\omega_j^{(i)}b_j^{(i)}\right]^{\xi_i}, \tag{8}$$

则称函数 $\mathrm{DWGA_{OWA}}$ 是密度有序几何加权平均算子, 亦称 $\mathrm{DWGA_{OWA}}$ 算子. 式中字符含义同定义 8. $\mathrm{DWA_{OWA}}$ 与 $\mathrm{DWGA_{OWA}}$ 算子分别是"和性"和"积性"

的, 统称为密度有序加权平均 ($\mathrm{DM_{OWA}}$) 算子, 它是在 OWA 算子基础上考虑数据密度的一种合成算子.

利用 $\mathrm{DM_{OWA}}$ 算子对方案 $o_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的各阶段信息 $C_i=(c_i^{(1)},c_i^{(2)},\cdots,c_i^{(l)})^{\mathrm{T}}$ 进行纵向集结, 其中密度加权向量 $\xi_i=(\xi_{i1},\xi_{i2},\cdots,\xi_{ir})^{\mathrm{T}}$ 按式 (1) 方法确定, 而各阶段重视性权重向量 (即 $\mathrm{DM_{OWA}}$ 中的元素重要性加权向量) $w=(w^{(1)},w^{(2)},\cdots,w^{(l)})^{\mathrm{T}}$ 的科学确定将是得到合理的评价结果的关键, 阶段重视性权向量 w 表明对不同阶段的重视程度. 为此, 本文给出一种定性判定与定量分析相结合的 w 确定方法. 在分析前, 先分别给出阶段重视性权向量的熵 I 和阶段偏好度 λ[16] 的定义, 即

$$I=-\sum_{t=1}^{l}w^{(t)}\ln w^{(t)},\ \lambda=\sum_{t=1}^{l}\frac{l-t}{l-1}w^{(t)}. \tag{9}$$

特别地, 当 $w=(1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$ 时, $\lambda=1$; 当 $w=(0,0,\cdots,1)^{\mathrm{T}}$ 时, $\lambda=0$; 当 $w=(1/l,1/l,\cdots,1/l)^{\mathrm{T}}$, $\lambda=0.5$.

熵是热力学中的一个名词, 在信息论中又称为平均信息量, 它是信息的一个度量. 熵值越大, 则它所含有的信息量越小. 阶段重视性权向量的熵反映了对样本的集结过程中权重包含信息的程度.

λ 的大小体现了算子集结过程中对阶段的重视程度 (见表 1), 即当 λ 越接近 0 时, 表明评价者越注重近阶段的数据, 体现厚今薄古的思想, 主要用于已发生的完成时态的动态综合评价问题中; 当 λ 越接近 1 时, 表明评价者越注重初始时的数据, 主要用于带有预测性质的将来时态的动态综合评价问题中; 当 $\lambda=0.5$ 时, 表明评价者对各个阶段的重视程度相同, 没有特殊偏好.

表 1 疏密信息偏好度的标度参考表

赋值λ	定 义
0.1	非常重视末尾阶段数据
0.3	较重视末尾阶段数据
0.5	同等重视各阶段的数据
0.7	较重视初始阶段数据
0.9	非常重视初始阶段数据
(0.2,0.4,0.6,0.8)	以上两相邻判断的中间情况

确定 $w^{(t)}$ 的准则: 在事先给定 λ 的情况下, 以尽可能地挖掘样本的信息和兼顾各阶段在重视程度上的差异信息为标准, 寻找适合该样本集结的时间权向量. 用数学语言描述该准则, 即求解非线性规划问题

$$\max\Big\{-\sum_{t=1}^{l}w^{(t)}\ln w^{(t)}\Big\},$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\lambda=\displaystyle\sum_{t=1}^{l}\frac{l-t}{l-1}w^{(t)},\\ \displaystyle\sum_{t=1}^{l}w_{(t)}=1, w^{(t)}\in[0,1], t=1,2,\cdots,l.\end{cases} \tag{10}$$

对方案 o_i 的各阶段评价结果 $c_i=(c_i^{(1)},c_i^{(2)},\cdots,c_i^{(l)})^{\mathrm{T}}$ 应用密度有序加权平均算子 ($\mathrm{DM_{OWA}}$) 进行阶段间纵向评价信息的集结, 其集结结果记为 c_i, 则 $C=(c_1,c_2,\cdots,c_n)^{\mathrm{T}}$ 为多阶段群体评价信息的最终集结结果向量, 可据此对各方案进行排序或优选.

5 应用举例

考虑一个6人评价小组对5个备选投资项目进行评选的情形, 6个评价者对5个备选投资项目的意见不一致(有的看中高收入, 有的看中低风险). 假设经过6轮群体评价, 相应的评价矩阵为 $p^t(t=1,2,\cdots,6)$. 下面利用本文提出的密度算子对多阶段群体评价信息进行集结. 限于篇幅, 详细计算过程略.

$$P^1=\begin{bmatrix}4&5&8&3&7&6\\6&9&4&6&8&4\\3&7&9&5&4&7\\5&6&3&3&8&5\\3&5&7&6&2&2\end{bmatrix},\ P^2=\begin{bmatrix}5&4&8&2&6&5\\8&6&3&6&7&3\\3&6&7&4&5&7\\7&8&4&3&6&5\\2&5&5&8&3&1\end{bmatrix},$$

$$P^3=\begin{bmatrix}7&6&3&6&2&4\\4&8&8&6&2&4\\2&3&7&5&2&8\\3&7&2&6&4&5\\4&5&2&8&3&6\end{bmatrix},\ P^4=\begin{bmatrix}3&5&2&4&8&6\\4&8&3&7&2&6\\5&2&4&7&8&3\\6&3&8&3&5&3\\7&4&2&6&5&8\end{bmatrix},$$

$$P^5=\begin{bmatrix}4&5&3&4&8&6\\4&8&3&7&2&6\\5&2&4&7&9&3\\6&3&8&3&5&3\\7&4&2&6&5&8\end{bmatrix},\ P^6=\begin{bmatrix}4&5&2&4&8&6\\4&8&3&7&2&6\\5&2&4&7&9&3\\6&3&8&3&5&3\\7&4&2&6&5&8\end{bmatrix}.$$

基于密度算子的多阶段群体评价信息集结过程如下:

1) 确定各阶段的评价者权重向量 $\omega^{(t)}(t=1,2,\cdots,6)$. 首先运用式 (5) 和 (6) 计算 $s_j(j=1,2,\cdots,6)$ 各阶段的权重系数向量为

$$\boldsymbol{w}^1=(0.171,0.171,0.162,0.168,0.164,0.163);$$
$$\boldsymbol{w}^2=(0.158,0.164,0.163,0.173,0.174,0.168);$$
$$\boldsymbol{w}^3=(0.168,0.169,0.178,0.144,0.173,0.168);$$
$$\boldsymbol{w}^4=(0.171,0.158,0.157,0.182,0.158,0.175);$$
$$\boldsymbol{w}^5=(0.166,0.166,0.174,0.164,0.164,0.166);$$
$$\boldsymbol{w}^6=(0.167,0.165,0.167,0.167,0.167,0.167).$$

2) 对单轮评价信息 $p_i^{(t)}(i=1,2,\cdots,5;\ t=1,2,\cdots,6)$ 进行数据分组并确定密度加权向量 $\xi_i^{(t)}$. 按有序增量分割法进行数据分组, 以 $p_1^{(1)}=(5,4,8,2,6,5)$ 为例, 由序增量分割法, 将数据分成3组, 分组结果为: (8), (6,5,5,4), (2). 取 $\alpha=1$, 由式 (1) 和 (2) 得到密度加权向量 $\xi_1^{(1)}=(0.056,0.890,0.056)$.

3) 阶段内横向评价信息的集结. 利用 $\mathrm{DWA_{WAA}}$

算子, 对 $p^t(t=1,2,3,4)$ 进行集结, 得

$$\boldsymbol{C}^{(1)}=(4.810,5.190,5.470,4.840,5.310)^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{C}^{(2)}=(4.69,5.360,4.520,4.520,4.690)^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{C}^{(3)}=(5.110,5.470,5.380,4.550,3.010)^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{C}^{(4)}=(5.350,5.540,4.990,4.610,5.420)^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{C}^{(5)}=(5.330,5.490,4.990,4.770,7.010)^{\mathrm{T}};$$
$$\boldsymbol{C}^{(6)}=(5.240,5.390,5.100,4.730,7.000)^{\mathrm{T}}.$$

4) 确定阶段重视性权向量 w. 征求有关专家的意见认为取 $\lambda=0.1$ 比较合适, 按式 (9) 和 (10), 可计算得 $w=(0.003,0.009,0.026,0.076,0.224,0.664)^{\mathrm{T}}$.

5) 阶段间纵向评价信息的集结. 利用 $\mathrm{DWA_{OWA}}$ 算子, 对 $C^{(t)}(t=1,2,\cdots,6)$ 进行集结, 得 $C=(5.330,5.400,5.020,4.810,6.800)^{\mathrm{T}}$. 按 C 进行排序, 可得到方案排序为

$$o_5\succ o_2\succ o_1\succ o_3\succ o_4.$$

6 结　论

本文提出的基于密度算子的多阶段群体评价信息集结方法具有如下特点：

1) 在信息集结时, 利用了 WAA 算子与 OWA 算子的优点, 并考虑了信息的密度, 提出了两个新的密度集结算子: $\mathrm{DM_{WAA}}$ 算子和 $\mathrm{DM_{OWA}}$ 算子, 并分别采用多阶段群体评价信息的横向与纵向集结.

2) 在阶段内横向评价信息的集结时, 依据评价者的影响力确定相应的权重, 使评价者权重的确定显得更为合理.

3) 在阶段间纵向评价信息的集结时, 为了确定阶段重视性权向量, 引入了阶段偏好度的概念, 体现了定性判断与定量分析相结合的特征.

4) 算子可拓展性强. 本文提出的密度算子, 仅以最具代表性的两个算子 (WAA与OWA) 为基础进行了合成. 事实上, 也可以其他算子为依据, 进行合成算子的拓展, 以适应具体情况的需要.

同时, 值得注意的是, 本文提出的密度集结算子仅以一维实数型数据为例进行了说明, 事实上也可从区间数、模糊数、二维 (甚至多维) 空间进行拓展考虑.

参考文献(References)

[1] Zeleny M. Criteria decision making[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1975.

[2] Holloway C A. Decision making under uncertainly: Models and choice[M]. Englewoods Cliff: Prentice hall, 1979.

[3] Hwang C L, Yoon K. Multiple attribute decision making[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1981.

[4] Hwang C L, Lin M J. Group decision making under multiple criteria: methods and applications[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1987.

[5] 陈珽. 决策分析[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
(Chen T. Decision analysis[M]. Beijing: Science Press, 1987.)

[6] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003:315-316.
(Yue C Y. Decision making theory and method[M]. Beijing: Science Press, 2003: 315-316.)

[7] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
(Xu Z S. Uncertain multi-attributes decision making: Method and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.)

[8] 郭亚军. 综合评价理论、方法与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
(Guo Y J. Theory、methodology and application of synthesis evaluation[M]. Beijing: Science Press, 2007.)

[9] 樊治平, 姜艳萍. 基于OWG算子的不同形式偏好信息的群决策方法[J]. 管理科学学报, 2003, 6(1): 32-36.
(Fan Z P, Jiang Y P. Approach to group decision-making with different forms of preference information based on OWG operators[J]. J of Management Sciences in China, 2003, 6(1): 32-36.)

[10] Chiclana F, Herrera F, Herrera-Viedma E. Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 97: 33-48.

[11] Herrera F, Herrera-Viedma E, Chiclana F. Multiperson decision making based on multiplicative preference relations[J]. European J of Operational Research, 2001, 129: 372-385.

[12] Xu Z S, Da Q L. An overview of operators for aggregating information[J]. Int J of Intelligent Systems, 2003, 18(9): 953-969.

[13] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1998, 18(1): 183-190.

[14] Yager R R. Families of OWA operators[J]. Fuzzy Set and Systems, 1993, 59(1): 125-148.

[15] 易平涛, 郭亚军, 张丹宁. 密度加权平均中间算子及其在多属性决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(5): 515-519.
(Yi P T, Guo Y J, Zhang D N. Density weighted averaging middle operator and application in multi-attribute decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(5): 515-519.)

[16] Yager R R. On orderedweight averaging aggregation operators in multi-criteria decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1988, 18(1): 183-190.