

文章编号: 1001-0920(2010)05-0758-05

## 一种基于单位超球面平均的盲反卷积方法

程成, 萧蕴诗, 岳继光

(同济大学电子与信息工程学院, 上海 201804)

**摘要:** 在机器学习理论中, 为消除随机影响, 对样本进行平均是一种广为使用的处理手段. 为此, 在具有相同物理激发过程的系统中, 利用黎曼梯度的概念, 构造了单位超球面上的平均算子. 以地震数据盲反卷积为例, 结合改进型的带状独立分量分析, 提出了基于单位超球面平均的盲反卷积方法. 仿真实验表明了所提出方法的有效性和优越性.

**关键词:** 带状独立分量分析; 盲反卷积; 单位超球面; 黎曼梯度

中图分类号: TN911; O186

文献标识码: A

### Blind deconvolution method based on averaging over unit hypersphere

CHENG Cheng, XIAO Yun-shi, YUE Ji-guang

(School of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China. Correspondent: CHENG Cheng, E-mail: chengcheng\_lcc@163.com)

**Abstract:** Sample averaging is a widely used method in machine learning to rid the random influence. Therefore, in the system with the same physical process, an averaging operator on the unit hypersphere is constructed with the idea of Riemannian gradient. Combined with the improved banded independent component analysis in the problem of blind deconvolution for seismic data, a blind deconvolution method based on averaging over unit hypersphere is proposed. Simulation result shows the effectiveness and superiority of the method.

**Key words:** Banded independent component analysis; Blind deconvolution; Unit hypersphere; Riemannian gradient

## 1 引言

盲反卷积作为一种典型的反问题, 在信道均衡、系统辨识、自适应滤波等领域一直备受关注<sup>[1]</sup>. 在地球物理勘探领域, 依据线性系统假设, 人工地震记录可看作是地层反射系数序列与地震子波卷积的结果. 由于反射系数与地震子波均未知, 地震反卷积基本上是一个盲过程.

近年来, 人们提出了一种称为带状独立分量分析(BICA)反卷积的方法<sup>[2,3]</sup>. 该方法先将单道反卷积问题转化为多通道独立分量分析(ICA)问题, 然后利用ICA的方法对问题实施求解. 相对于最小熵反卷积<sup>[4]</sup>, BICA反卷积的非多项式目标函数能够压制野值的影响, 因而具有很强的鲁棒性; 相对于Bussgang型方法<sup>[5,6]</sup>, BICA反卷积的并行结构克服了收敛速度慢的缺点. 然而, ICA的并行结构也给反卷积中的子波提取增加了难度. 每次ICA后, 都会分离出大量备选子波, 为此文献[2]提出了一种基于最小二乘的选取原则, 但仿真结果并不理想. 此外, 在

实际地震勘探中, 一般认为邻近道间的地震数据具有很强的相关性, 而BICA反卷积的单道处理会给问题增加随机不确定性.

在机器学习中, 对样本进行平均是一种常用的手段, 它能够平滑数据并消除系统中的随机影响. 通常, 参数向量都具有一定的几何结构, 直接进行算术平均并不合理. 例如, 在BICA反卷积中, 为使优化过程稳定, 会对子波附加一个自动增益控制, 即约束子波在单位超球面上. 由于超球面的凸性, 直接平均不再满足该约束条件. 最近, 几何学的方法在机器学习中受到了广泛关注<sup>[7]</sup>. 因为参数空间通常是一个弯曲的流形, 因此基于欧氏结构的方法不再适用, 应代之以黎曼结构. 例如, Amari提出的自然梯度<sup>[8]</sup>就是如今神经网络中普遍使用的优化方法. 此外, 文献[9]针对ICA问题的特殊结构, 提出了一种正交学习机器的平均化方法. 上述方法都为在单位超球面上求取子波平均提供了有益的思路.

本文首先简要介绍BICA的基本原理; 然后利用

收稿日期: 2009-05-25; 修回日期: 2009-08-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(40872090).

作者简介: 程成(1980—), 男, 江苏吴江人, 博士生, 从事盲源分离、机器学习的研究; 萧蕴诗(1946—), 男, 武汉人, 教授, 博士生导师, 从事信号处理、智能控制理论等研究.

子波间的频域幅度相关,提出一种比最小二乘准则更具鲁棒性的多道子波提取方法;最后基于子波的增益约束,利用黎曼梯度构造了求取样本平均的迭代算法,并用于子波平均.仿真实验表明了该方法的有效性和优越性.

## 2 带状独立分量分析

无噪情形下的地震记录  $x(t)$  可用卷积模型近似描述为  $x(t) = \rho(t) * h(t)$ , 其中  $\rho(t)$  和  $h(t)$  分别表示地层反射系数和子波. 以上模型可用矩阵形式简单表示为

$$\mathbf{A}\mathbf{s} = \mathbf{x}. \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^T &= (\rho(1) \ \rho(2) \ \cdots \ \rho(n)), \\ \mathbf{x}^T &= (x(1) \ x(2) \ \cdots \ x(n)); \end{aligned}$$

$\mathbf{A}$  是一个下三角带状矩阵, 且具有如下形式:

$$\mathbf{A} = (\mathbf{N}_1\mathbf{h} \ \mathbf{N}_2\mathbf{h} \ \cdots \ \mathbf{N}_n\mathbf{h}).$$

其中:  $\mathbf{h}^T = (h(1) \ h(2) \ \cdots \ h(p))$ ,  $\mathbf{N}_i$  是  $i-1$  步延迟矩阵,  $p$  是子波长度. 在反射系数序列独立的假设下, 式(1)可看成标准的瞬时 ICA 模型. 因为所有信号只有一次实现, 不能充分描述其各自的统计特性, 因此考虑对信号的延迟. 令

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^T &= (z^{n-1}\mathbf{s} \ z^{n-2}\mathbf{s} \ \cdots \ z\mathbf{s} \ \mathbf{s}), \\ \mathbf{X}^T &= (z^{n-1}\mathbf{x} \ z^{n-2}\mathbf{x} \ \cdots \ z\mathbf{x} \ \mathbf{x}), \end{aligned}$$

其中  $z^i$  是  $i$  步延迟算子. 比较式(1), 可得

$$\mathbf{A}\mathbf{S} = \mathbf{X}. \quad (2)$$

由于 ICA 是一种统计学习方法, 而  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{X}$  的初始几行仅提供了很少的非零实现, 这对确定变量的统计特征作用不大.

经典的 ICA 方法<sup>[10,11]</sup>是一种在源信号统计独立和系统线性混合的假设下, 仅依据观测信号估计源信号和系统参数的非监督学习方法.  $n$  阶 ICA 问题可描述为

$$\mathbf{A}\mathbf{s} = \mathbf{x}, \quad (3a)$$

$$\mathbf{W}\mathbf{x} = \mathbf{z}, \quad (3b)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Q}\mathbf{z} = \mathbf{B}\mathbf{x}. \quad (3c)$$

其中: 式(3a)表示零均值源信号  $\mathbf{s}$  经矩阵  $\mathbf{A}$  线性混合后, 得到观测信号  $\mathbf{x}$ ; 式(3b)表示预白化过程, 用于消除观测信号中的二阶相关性, 其中  $\mathbf{W}$  就是白化矩阵,  $\mathbf{z}$  是白化数据; 式(3c)表示独立元提取, 其中  $\mathbf{Q}$  是旋转矩阵,  $\mathbf{B}$  是整体分离矩阵,  $\mathbf{y}$  作为提取出的独立元可看成是对源信号  $\mathbf{s}$  的一种估计. 由 ICA 理论可知,  $\mathbf{Q}$  是正交矩阵, 且通过最大化  $\mathbf{y}$  间的独立性指标确定. 常用的独立性指标有峰度、负熵和互信息等. 在  $\mathbf{s}$  独

立和具有单位方差的假设下, 分离后的信号  $\mathbf{y}$  作为  $\mathbf{s}$  的估计, 只有顺序和符号的不确定性. 在多数情况下, 这些不确定性对数据的后续处理影响不大, 因此可以认为混合信号得到了成功分离.

另外, 定义一个矩阵  $\mathbf{P} = (\mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2 \ \cdots \ \mathbf{p}_n)$ , 使其满足  $\mathbf{P}\mathbf{y} = \mathbf{x}$ . 由于  $\mathbf{y}$  是  $\mathbf{s}$  的一个估计, 矩阵  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{A}$  可看成是相似的映射. 由式(3)可知  $\mathbf{z} = \mathbf{Q}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{Q}^T\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x}$ , 因此  $\mathbf{x} = \mathbf{W}^{-1}\mathbf{Q}^T\mathbf{y}$ . 结合  $\mathbf{P}\mathbf{y} = \mathbf{x}$ , 可以得到

$$\mathbf{Q}^T = \mathbf{W}\mathbf{P}, \quad (4)$$

即  $\mathbf{q}_i = \mathbf{W}\mathbf{p}_i$ , 其中  $\mathbf{q}_i$  是矩阵  $\mathbf{Q}^T$  的第  $i$  列. 对单道独立分量进行提取, 可以得到

$$\begin{aligned} y_i &= \mathbf{q}_i^T \mathbf{z} = (\mathbf{W}\mathbf{p}_i)^T \mathbf{z} = \\ &(\mathbf{W}\mathbf{N}_i\mathbf{h})^T \mathbf{z} = \mathbf{h}^T \mathbf{N}_i^T \mathbf{W}^T \mathbf{z} = \mathbf{h}^T \tilde{\mathbf{x}}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{N}_i^T \mathbf{W}^T \mathbf{z}$  是一个  $p$  阶向量. 注意到, 经过  $\mathbf{N}_i$  的作用, 原先  $n$  阶 ICA 问题转化成了  $p$  阶 ICA 问题. 在实际勘探中, 由于地层的吸收作用, 子波迅速衰减, 其长度远小于反射系数序列的长度. 故 BICA 降低了问题的维数, 同时提高了算法的稳定性.

将  $\tilde{\mathbf{x}}$  作为新的观测向量, 可以得到一个低维的  $p$  阶 ICA 问题

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{x}}, \quad (6)$$

其中  $\tilde{\mathbf{B}}^T = (\tilde{\mathbf{h}}_1 \ \tilde{\mathbf{h}}_2 \ \cdots \ \tilde{\mathbf{h}}_p)$  是一个  $p$  阶方阵. 这样, 给定  $\tilde{\mathbf{x}}$ , 利用 ICA 算法便可得到  $\tilde{\mathbf{y}}$  和  $\tilde{\mathbf{B}}$ . 根据上述分析, 此刻  $\tilde{\mathbf{y}}$  中的某个分量便对应式(5)中的  $y_i$ , 而矩阵  $\tilde{\mathbf{B}}$  中相应的行  $\tilde{\mathbf{h}}_i$  便对应地震子波  $\mathbf{h}$ . 以上就是带状独立分量分析 (BICA) 的基本方法.

## 3 子波提取及反卷积

由模型(2)可知, 经延迟后, 矩阵  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{S}$  中前几行非零实现太少, 在 BICA 算法实施过程中对相应随机变量的统计特征学习不足, 因此必须予以修正. 一种简单方法是将前面若干行舍去, 得到如下近似模型:

$$\mathbf{A}\bar{\mathbf{S}} \approx \bar{\mathbf{X}}. \quad (7)$$

其中

$$\bar{\mathbf{S}}^T = (z^{m-1}\mathbf{s} \ z^{m-2}\mathbf{s} \ \cdots \ \mathbf{s}),$$

$$\bar{\mathbf{X}}^T = (z^{m-1}\mathbf{x} \ z^{m-2}\mathbf{x} \ \cdots \ \mathbf{x}),$$

式中  $m < n$ . 经比较发现, 对于给定的  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{s}$ , 由式(2)和(7)确定的  $\mathbf{X}_{ij}$  和  $\bar{\mathbf{X}}_{ij}$  在范围  $(i \in \{1, 2, \cdots, p\}) \cap (j \in \{(m-1), \cdots, n\})$  内具有不同的结果, 而其余部分是相同的. 因此, 选取适当的  $m$ , 然后充分利用数据的统计特征便可以近似求取分离矩阵  $\tilde{\mathbf{B}}$ .

此外, 在模型(6)中求得的  $\tilde{\mathbf{h}}_i (i = 1, 2, \cdots, p)$  作为子波  $\mathbf{h}$  的估计共有  $p$  个, 因此从中选择最优的  $\tilde{\mathbf{h}}$  成为解决盲反卷积问题的关键. 对此, 文献[2]提出了如下的寻优策略:

$$\tilde{\mathbf{h}} = \arg \min_i (\|\mathbf{x}_k - c_i \tilde{\mathbf{h}}_i * \tilde{\mathbf{y}}_i\|_2^2). \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{x}_k$  表示第  $k$  个混合信号向量, 且选取  $k = m - p - 10$ ;  $c_i$  的确定可以由求解式 (8) 中的最小二乘问题得到; 最后通过枚举比较确定最优的  $\tilde{\mathbf{h}}$ . 上述过程繁琐, 且仿真结果不理想. 除受随机干扰外, 另一原因在于由式 (8) 提取的  $\tilde{\mathbf{h}}$  都受到时移的影响, 因此在时域求解以上最小二乘问题提取子波的方法, 并不合适. 此外, 在人工地震勘探中, 一般认为地震子波作为系统输入在一定空间范围内具有相同或相近的形式, 因此可利用邻近道间的相关信息来克服子波提取中时移的影响.

假设现有  $N$  道相邻地震数据, 经 BICA 后得到  $N$  个分离矩阵  $\tilde{\mathbf{B}}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . 根据上述分析, 子波  $\mathbf{h}$  以行向量形式存在于每一个  $\tilde{\mathbf{B}}_i$  中. 考虑到子波的时移效应, 可以利用各道数据振幅谱间的相关性提取子波, 具体过程描述如下:

1) 对各  $\tilde{\mathbf{B}}_i$  中的行向量进行归一化及傅里叶变换, 提取振幅谱, 构成矩阵序列  $\hat{\mathbf{B}}_i$ ;

2) 定义相关矩阵  $\mathbf{R} = \hat{\mathbf{B}}_1 \hat{\mathbf{B}}_2^T$ , 求取指标  $(u, v) = \arg \max_{i,j} \mathbf{R}_{i,j}$ , 选择  $\mathbf{h}_1$  为  $\tilde{\mathbf{B}}_1$  中第  $u$  行,  $\mathbf{h}_2$  为  $\tilde{\mathbf{B}}_2$  中第  $v$  行;

3) 对于  $3 \leq q \leq N$ , 定义相关向量  $\mathbf{r}_q = \hat{\mathbf{h}}_1 \hat{\mathbf{B}}_q^T$ , 求取指标  $t = \arg \max_i \mathbf{r}_q^i$ , 选择  $\mathbf{h}_q$  为  $\tilde{\mathbf{B}}_q$  中第  $t$  行, 其中  $\hat{\mathbf{h}}_1$  为  $\mathbf{h}_1$  的振幅谱.

理论上, 利用各道提取出的子波, 即可进行反卷积. 但是, 由于随机干扰的影响, 一个自然的想法是对这些子波求取平均.

## 4 单位超球面上的平均算子

由于范数约束, 本文以下利用黎曼梯度构造单位超球面上的平均算子.

### 4.1 黎曼梯度

本节讨论  $p$  维欧氏空间  $\mathbf{R}^p$  中单位超球面  $\mathbf{S}^{p-1} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^p | \mathbf{x}^T \mathbf{x} = 1\}$  上的黎曼梯度. 利用欧氏空间  $\mathbf{R}^p$  中的标准内积, 任意  $\mathbf{x} \in \mathbf{S}^{p-1}$  处的切空间可表示为

$$T_{\mathbf{x}} \mathbf{S}^{p-1} = \{\mathbf{v} \in \mathbf{R}^p | \mathbf{v}^T \mathbf{x} = 0\}. \quad (9)$$

$\mathbf{x}$  处的法空间具有如下形式:

$$N_{\mathbf{x}} \mathbf{S}^{p-1} = \{\alpha \mathbf{x} | \alpha \in \mathbf{R}\}. \quad (10)$$

作为  $\mathbf{R}^p$  中的一个子流形, 可以对  $\mathbf{S}^{p-1}$  在  $\mathbf{x}$  处的切空间  $T_{\mathbf{x}} \mathbf{S}^{p-1}$  赋予一个诱导度量, 使其成为局部欧氏空间<sup>[12]</sup>. 该诱导度量具有如下形式:

$$\langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \rangle_{\mathbf{x}}^{\mathbf{S}^{p-1}} = \mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_2.$$

设  $f$  是  $\mathbf{S}^{p-1}$  上一个光滑函数, 利用诱导度量可定义的黎曼梯度  $\nabla_{\parallel} f \in T_{\mathbf{x}} \mathbf{S}^{p-1}$  为满足如下约束的向量:

$$\langle \mathbf{v}, \nabla_{\parallel} f \rangle_{\mathbf{x}}^{\mathbf{S}^{p-1}} = \mathbf{v}^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}. \quad (11)$$

其中:  $\partial f / \partial \mathbf{x}$  是  $\mathbf{R}^p$  中的常规梯度,  $\mathbf{v}$  是  $T_{\mathbf{x}} \mathbf{S}^{p-1}$  中任意一个向量. 因为  $T_{\mathbf{x}} \mathbf{S}^{p-1}$  被赋予了与  $\mathbf{R}^p$  相同的内积形式, 所以由式 (11) 推导可得

$$\langle \mathbf{v}, \nabla_{\parallel} f - \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \rangle = 0. \quad (12)$$

式 (12) 说明

$$\nabla_{\parallel} f - \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} = \alpha \mathbf{x}. \quad (13)$$

将式 (13) 与  $\mathbf{x}$  内积作用, 可得

$$\alpha = -\langle \mathbf{x}, \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \rangle = -\mathbf{x}^T \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}.$$

将该结果代入式 (13), 即可得到  $f$  在  $\mathbf{x}$  点的黎曼梯度公式

$$\nabla_{\parallel} f = (\mathbf{I}_p - \mathbf{x} \mathbf{x}^T) \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}, \quad (14)$$

其中  $\mathbf{I}_p$  是  $p$  阶单位矩阵. 如图 1 所示, 根据以上内积定义, 黎曼梯度  $\nabla_{\parallel} f$  可看成常规梯度  $\partial f / \partial \mathbf{x}$  在切空间  $T_{\mathbf{x}} \mathbf{S}^{p-1}$  中的投影.

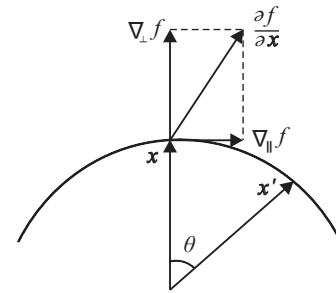


图 1 黎曼梯度示意图

### 4.2 平均算子

在单位超球面上构造平均算子得益于求取算术平均的启发. 假设存在  $N$  个向量  $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N$ , 则这  $N$  个向量的算术平均  $\mathbf{s}$  可看成如下问题的解:

$$\arg \min_{\mathbf{s}} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{s} - \mathbf{s}_i\|_2^2, \quad (15)$$

其中 2-范数度量了空间中任意两个向量间的欧氏直线距离. 因此, 构造  $\mathbf{S}^{p-1}$  上的平均算子, 关键在于确定超球面上两点间的球面距离. 如图 1 所示, 根据诱导度量, 单位超球面上任意两点  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{x}'$  间的最短距离对应于该两点所在大圆的劣弧长度, 可表示为

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \arccos(\mathbf{x}^T \mathbf{x}'). \quad (16)$$

因此, 可以定义超球面  $\mathbf{S}^{p-1}$  上  $N$  个参数向量  $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$  的平均值  $\mathbf{x}$  为如下问题的解:

$$\arg \min_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^N \arccos(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i). \quad (17)$$

设目标函数为  $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \arccos(\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)$ , 则由式 (14) 即可得到黎曼梯度

$$\nabla_{\parallel} f = \sum_{i=1}^N \frac{-(\mathbf{I}_p - \mathbf{x} \mathbf{x}^T) \mathbf{x}_i}{\sqrt{1 - (\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)^2}}. \quad (18)$$

由于在最优点处黎曼梯度消失, 将上式置零可得

$$\mathbf{x} \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i}{\sqrt{1 - (\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)^2}} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{x}_i}{\sqrt{1 - (\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)^2}}$$

注意到,上式左边只是 $\mathbf{x}$ 和一个标量的乘积,因此立即可得如下求取超球面上平均的不动点迭代算法:

- 1) 选取初始向量 $\mathbf{x} \in \mathbf{S}^{p-1}$ ;
- 2) 计算 $\mathbf{x} \leftarrow \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{x}_i}{\sqrt{1 - (\mathbf{x}^T \mathbf{x}_i)^2}}$ ;
- 3) 对向量单位化 $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x} / \|\mathbf{x}\|_2$ ;
- 4) 如果向量 $\mathbf{x}$ 收敛,则停止;否则,返回2)。

### 5 仿真实验与分析

经过多年的地质勘探实践发现,地层反射系数序列满足超高斯分布的统计规律.因此,本文采用满足拉普拉斯分布的序列模拟反射系数,且每道采样数为400点.与文献[2]进行比较,本文也采用零相位

雷克子波模拟地震子波,且采样数为36点.将反射序列和子波卷积,即可得到模拟地震数据.经延迟,采用后75行数据作为训练样本,即 $m = 75$ .与文献[2]相同,本文也使用FastICA算法<sup>[13]</sup>实施独立源分离.

本文分别对4道、9道、16道和25道模拟地震数据实施子波提取,并求取球面平均.以9道数据为例,其结果如图2~图4所示.图2显示的9道子波是根据最小二乘法<sup>[2]</sup>得到的,图3中的9道子波是根据振幅谱相关的方法提取的.图4(a)表示模拟用的雷克子波,图4(b)表示对图3中各道子波求取球面平均的结果,图4(c)表示对图3中子波求取归一化算术平均的结果,图4(d)表示对图2中子波求取归一化算术平均的结果.从图2与图3的比较可知,相对于最小二乘方法,利用振幅谱相关提取的子波能够更好地保持波

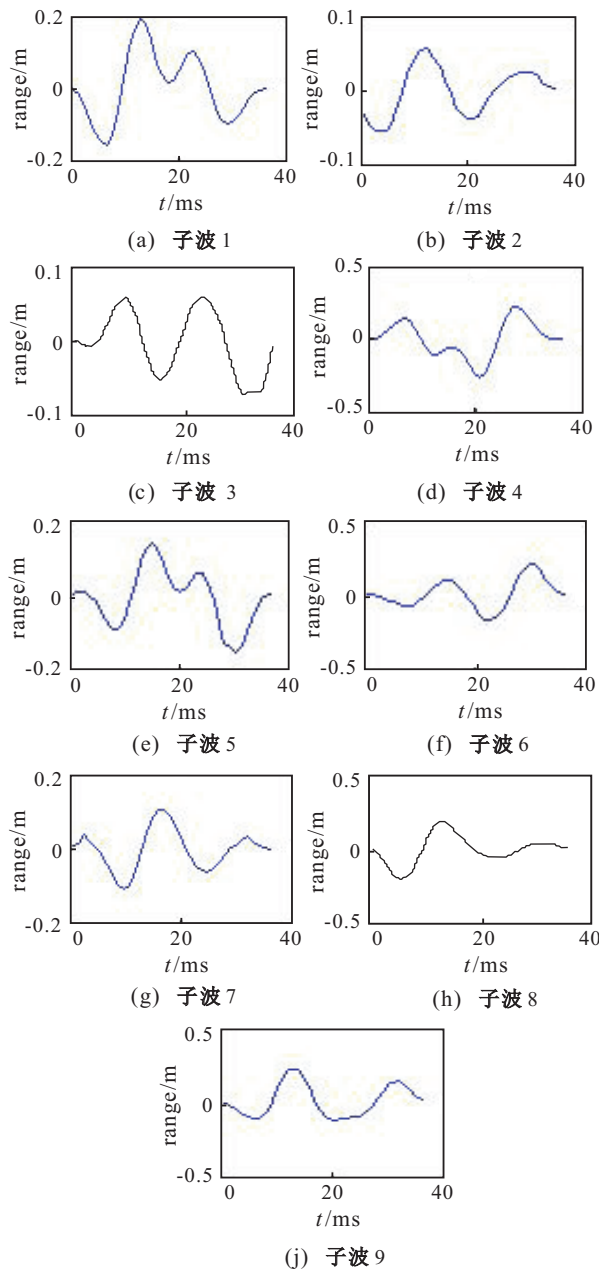


图2 基于最小二乘的子波提取

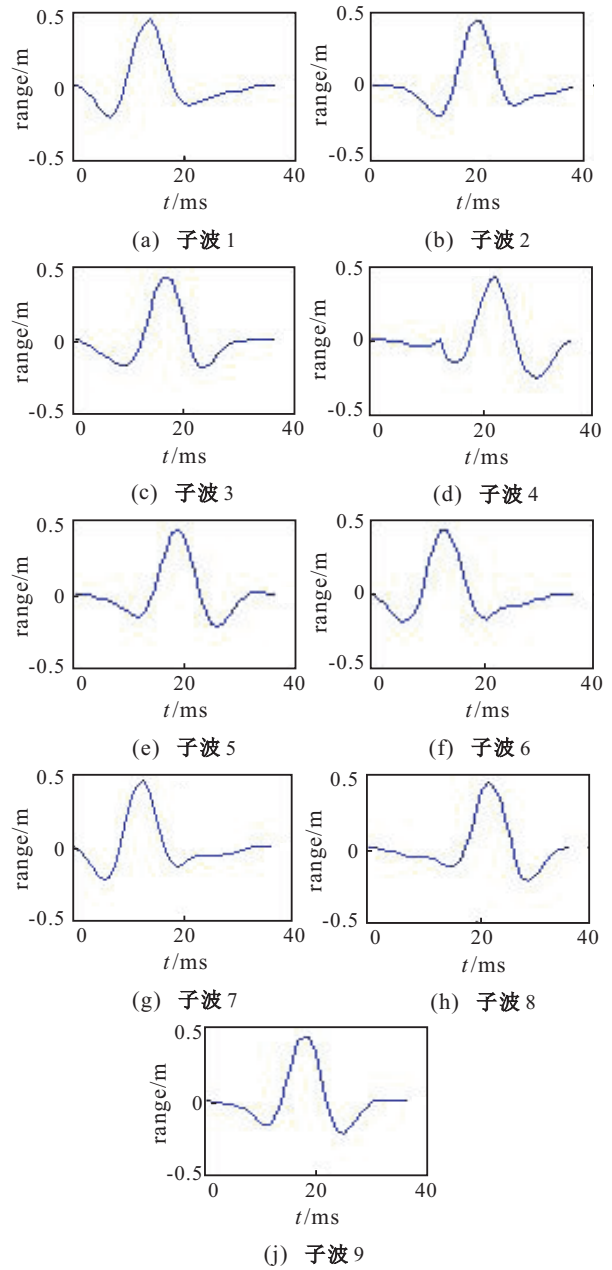


图3 基于振幅谱相关的子波提取

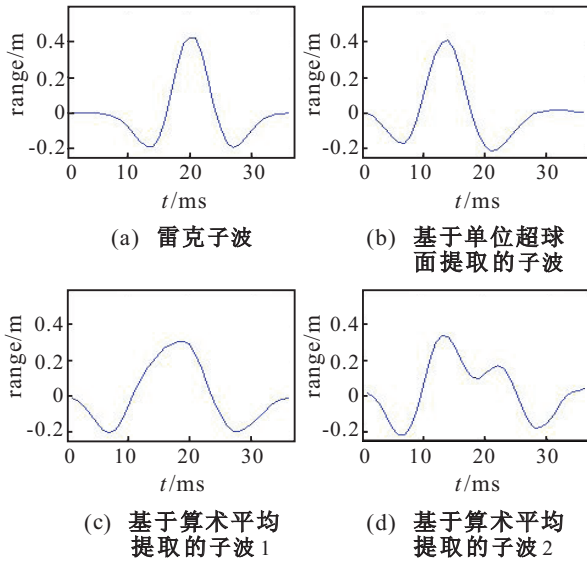


图4 子波比较

形的一致性. 从图4的比较可见, 直接对子波进行算术平均, 将导致在时间轴上的拉伸效应, 以此对数据反卷积势必会降低信号的时间分辨率. 对子波进行球面平均的结果, 除时移效应外, 在波形上与雷克子波具有较高的相似性.

对应4道、9道、16道和25道模拟地震数据, 将上述实验反复进行25次, 并将球面平均后的子波与雷克子波进行相关性分析, 结果如图5所示. 从图5可见, 球面平均后的子波与雷克子波具有很强的相关性. 除去个别点, 绝对相关系数均在0.9以上, 这也部分地肯定了算法的数值稳定性.

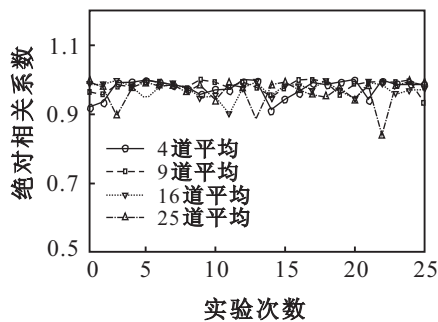


图5 相关性分析性能指标

利用提取出的平均子波实施反卷积是一个直接的过程, 因此不再图示说明.

## 6 结论

本文利用振幅谱相关的子波提取方法, 克服了时移的影响, 因而改进了BICA用于盲反卷积的性能. 另一方面, 针对子波参数向量的几何约束, 利用黎曼梯度概念, 提出了基于单位超球面平均的盲反卷积方法, 并取得了满意的效果. 这种在单位超球面上实

施平均运算的方法, 能够广泛应用于模式分析和统计决策等其他领域. 此外, 结合现代几何理论的机器学习也是一个值得进一步研究的课题.

## 参考文献(References)

- [1] 刘璐, 何振亚. 盲源分离和盲反卷积[J]. 电子学报, 2002, 30(4): 570-576.  
(Liu J, He Z Y. A survey of blind source separation and blind deconvolution[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(4): 570-576.)
- [2] Kaplan S T, Ulrych T J. Blind deconvolution and ICA with a banded mixing matrix[C]. 4th Int Symposium on ICA and Blind Signal Separation. Japan, 2003: 223-228.
- [3] Aws Al-Qaisi, Woo W L, Dlay S S. Blind seismic deconvolution of single channel using instantaneous independent component analysis[C]. 6th Int Symposium on Communication Systems Networks and Digital Signal Processing. Austria, 2008: 142-146.
- [4] Wiggins R A. Minimum entropy deconvolution[J]. Geoprospection, 1978, 16(1): 21-35.
- [5] Bellini S. Busgang techniques for blind deconvolution and equalization[M]. New Jersey: Prentice Hall Englewood Cliffs, 1994: 8-52.
- [6] Haykin S. Adaptive Filtering[M]. New Jersey: Prentice Hall Englewood Cliffs, 1991.
- [7] Amari S, Fiori S. Geometrical methods in neural networks and learning[J]. Editorial for a Special Issue of Neurocomputing J, 2005, 67(8): 1-7.
- [8] Amari S. Natural gradient works efficiently in learning[J]. Neural Computation, 1998, 10(2): 251-276.
- [9] Fiori S, Tanaka T. An averaging method for a committee of special orthogonal group machines[C]. IEEE Int Symposium on Circuits and Systems. Washington, 2008: 2170-2173.
- [10] Hyvarinen A, Karhunen J, Oja E. Independent component analysis[M]. New York: Wiley, 2001.
- [11] 张建民, 林亚平, 吴宏斌, 等. 独立成分分析的研究进展[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(4): 992-1001.  
(Zhang J M, Lin Y P, Wu H B, et al. Advances of research in independent component analysis[J]. J of System Simulation, 2006, 18(4): 992-1001.)
- [12] Boothby W M. An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry[M]. New York: Academic Press, 1986.
- [13] Hyvarinen A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1999, 10(3): 626-634.