文章编号：1001-0920(2010)02-0179-06

诱导连续区间有序加权平均算子及其在区间数群决策中的应用

周礼刚，陈华友，王　晓，丁子千
（安徽大学 数学科学学院，合肥 230039）

摘　要：基于诱导有序加权平均(IOWA)算子和连续区间有序加权平均(C-OWA)算子，提出一种诱导连续区间有序加权平均(IC-OWA)算子，并讨论了该算子的优良性质. 针对区间数互补判断矩阵提出了连续偏好矩阵的概念，定义了基于专家评判水平偏差的诱导连续区间有序加权平均(DIC-OWA)算子，并给出一种基于该算子的区间数群决策方法. 最后通过算例说明了该方法的可行性.

关键词：决策分析；群决策；区间数；有序加权平均算子
中图分类号：O29　　　**文献标识码**：A

Induced continuous ordered weighted averaging operators and their applications in interval group decision making

ZHOU Li-gang, *CHEN Hua-you*, *WANG Xiao*, *DING Zi-qian*
(School of Mathematical Sciences, Anhui University, Hefei 230039, China. Correspondent: ZHOU Li-gang, E-mail: shuiqiaozlg@126.com)

Abstract: The induced continuous ordered weighted averaging (IC-OWA) operator is proposed based on the induced ordered weighted averaging (IOWA) operator, and the continuous interval argument ordered weighted averaging (C-OWA) operator and some properties are studied. Based on the interval number complementary judgment matrix, the interval continuous complementary preference matrix is proposed, and the induced continuous ordered weighted averaging (DIC-OWA) operator is defined on the basis of the deviation of assessment level of experts. A method of interval number multi-attribute group decision making based on the DIC-OWA operator is given. Finally, an illustrative example shows the effectiveness of the method.

Key words: Decision making; Group decision making; Interval number; Ordered weighted operator

1 引　　言

群决策的中心任务是在个体作出判断的前提下，按一定的规则集结为群体的判断. 在个体判断的研究中，应用最普遍的方法是构造判断矩阵. 有关学者对基于判断矩阵的决策方法作了深入研究[1-5]，而关于群决策环境下对判断矩阵相关信息进行集结的理论和方法也有了一定的发展[6-8].

美国著名学者 Yager 提出一种集结专家信息的算子——有序加权平均算子(OWA 算子)[9]，它是一种介于最大与最小算子之间的多属性决策信息的集结算子，其特点是先对一组数据按从大到小的顺序重新排序，再通过加权集成，其权重只与该数据相应的位置有关. 其后，Yager 还提出一种诱导有序加权平均算子(IOWA 算子)[10]，该算子先通过诱导变量对数据进行排序，再进行加权集成，它是 OWA 算子的一种推广形式，其作用与 OWA 算子具有异曲同工之处. IOWA 算子可对群决策中的专家判断矩阵进行集结，但对于不确定型的判断矩阵(如区间判断矩阵[11,12])，IOWA 算子却无法对其信息进行集结. 最近，Yager 又提出一种连续区间数据有序加权平均算子(C-OWA 算子)，该算子可对连续性区间数据信息进行集成，但却不能对多个区间数据信息进行集成，尤其无法对区间数判断矩阵进行集成.

收稿日期：2009-02-24；**修回日期**：2009-05-04.
基金项目：国家自然科学基金项目(70571001)；安徽省优秀青年科技基金项目(08040106835)；安徽省自然科学基金项目(070416245)；安徽省高校青年教师项目(2007jq1017，2008jq1128).
作者简介：周礼刚(1980—)，男，安徽潜山人，讲师，从事运筹与管理、预测与决策分析的研究；陈华友(1969—)，男，安徽和县人，教授，博士，从事运筹与管理、预测与决策分析等研究.

本文将 IOWA 算子与 C-OWA 算子相结合，提出了诱导连续区间有序加权平均(IC-OWA)算子和基于专家评判水平偏差的诱导连续区间有序加权平均(DIC-OWA)算子，进而给出了基于该算子的多属性群决策方法，并通过算例分析来说明该决策方法的合理性和有效性.

2 IOWA 算子和 C-OWA 算子

定义 1[9] 设 OWA:$R^n \to R$，若

$$\mathrm{OWA}_w(a_1, a_2, \cdots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j b_j, \tag{1}$$

其中：$w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)$ 是与函数 OWA 相关联的加权向量，且满足非负性和归一化，即 $w_j \in [0, 1]$，$j = 1, 2, \cdots, n$，$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$；b_j 是数据 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 中第 j 大的元素；R 为实数集. 则称函数 OWA 是有序加权平均算子，简称 OWA 算子.

定义 2[10] 称

$$\mathrm{IOWA}_w(\langle u_1, a_1\rangle, \langle u_2, a_2\rangle, \cdots, \langle u_n, a_n\rangle) = \sum_{j=1}^{n} w_j a_{\sigma(j)} \tag{2}$$

为诱导有序加权平均算子，简称 IOWA 算子. 其中：$w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)$ 是与 IOWA 有关的加权向量，且满足非负性和归一化；$\sigma(j)$ 是 $u_1, u_2, \cdots, u_n$ 中第 j 大元素所对应的下标，$u_1, u_2, \cdots, u_n$ 称为诱导变量.

定义 3[13] 设 $[a, b]$ 为区间数，称

$$F_Q([a, b]) = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}Q(y)}{\mathrm{d}y}(b - y(b - a))\mathrm{d}y \tag{3}$$

为连续区间数据 OWA(C-OWA) 算子，称 $Q(x)$: $[0,1] \to [0,1]$ 为基本的单位区间单调(BUM) 函数，且有以下性质：1) $Q(0) = 0$；2) $Q(1) = 1$；3) 当 $x > y$ 时，$Q(x) \geqslant Q(y)$.

定义 4[13] 称

$$\lambda = 1 - \int_0^1 y \frac{\mathrm{d}Q(y)}{\mathrm{d}y}\mathrm{d}y \tag{4}$$

为基本的 BUM 函数 $Q(x)$ 的态度参数.

由定义 4 可得到 $F_Q([a, b])$ 的另一种表示形式[13]，即

$$F_Q([a, b]) = \lambda b + (1 - \lambda)a. \tag{5}$$

3 IC-OWA 算子及其性质

为方便起见，令

$$\Omega^+ = \{[a, b] \mid a \in R^+, b \in R^+, a < b\}. \tag{6}$$

3.1 IC-OWA 算子

定义 5 设 $[a_i, b_i]$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 是一组区间数，$\langle u_1, [a_1, b_1]\rangle, \cdots, \langle u_n, [a_n, b_n]\rangle$ 为二维数组，并设 f:$\Omega^+ \to R^+$. 若有

$$f(\langle u_1, [a_1, b_1]\rangle, \cdots, \langle u_n, [a_n, b_n]\rangle) = \mathrm{IOWA}(\langle u_1, F_Q([a_1, b_1])\rangle, \cdots, \langle u_n, F_Q([a_n, b_n])\rangle) = \sum_{j=1}^{n} w_j F_Q([a_{\sigma(j)}, b_{\sigma(j)}]), \tag{7}$$

则称 f 为诱导连续区间有序加权平均算子，简称 IC-OWA 算子. 其中：$w = (w_1, w_2, \cdots, w_n)$ 是与 f 相关联的加权向量，且满足非负性和归一化；$u_1, u_2, \cdots, u_n$ 称为诱导变量；$\sigma(j)$ 是 $u_1, u_2, \cdots, u_n$ 中第 j 大元素所对应的下标；$F_Q([a_{\sigma(j)}, b_{\sigma(j)}])$ 是由式(3) 确定的区间数.

该算子的基本特点是：先用 C-OWA 算子对区间数据 $[a_i, b_i]$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$ 进行集成，对于集成后的数据再用 IOWA 算子进行集成.

例 1 设一组区间数 $[a_1, b_1] = [3, 5]$，$[a_2, b_2] = [4, 6]$，$[a_3, b_3] = [4, 5]$，$[a_4, b_4] = [5, 7]$；诱导变量 $u_1 = 0.75$，$u_2 = 0.91$，$u_3 = 0.64$，$u_4 = 0.87$；加权向量 $w = (0.25, 0.35, 0.25, 015)^{\mathrm{T}}$. 设 BUM 函数 $Q(y) = y^2$，则有

$$F_Q([a_1, b_1]) = 13/3,\ F_Q([a_2, b_2]) = 16/3,$$
$$F_Q([a_3, b_3]) = 14/3,\ F_Q([a_4, b_4]) = 19/3.$$

因为 $u_2 > u_4 > u_1 > u_3$，所以

$$F_Q([a_{\sigma(1)}, b_{\sigma(1)}]) = 16/3,$$
$$F_Q([a_{\sigma(2)}, b_{\sigma(2)}]) = 19/3,$$
$$F_Q([a_{\sigma(3)}, b_{\sigma(3)}]) = 13/3,$$
$$F_Q([a_{\sigma(4)}, b_{\sigma(4)}]) = 14/3.$$

由式(7) 有

$$f(\langle u_1, [a_1, b_1]\rangle, \langle u_2, [a_2, b_2]\rangle, \langle u_3, [a_3, b_3]\rangle, \langle u_4, [a_4, b_4]\rangle) = 0.25 \times 16/3 + 0.35 \times 19/3 + 0.25 \times 13/3 + 0.15 \times 14/3 = 5.3333.$$

3.2 IC-OWA 算子的性质

定理 1(单调性) 对于任意的 $j = 1, 2, \cdots, n$，若有 $a_j \geqslant a_j'$，$b_j' \geqslant b_j'$，则

$$f(\langle u_1, [a_1, b_1]\rangle, \cdots, \langle u_n, [a_n, b_n]\rangle) \geqslant f(\langle u_1, [a_1', b_1']\rangle, \cdots, \langle a_n, [a_n', b_n']\rangle). \tag{8}$$

定理 2(幂等性) 对于任意的 $j = 1, 2, \cdots, n$，若有 $[a_j, b_j] = [a, b]$，则

$$f(\langle u_1, [a_1, b_1]\rangle, \cdots, \langle u_n, [a_n, b_n]\rangle) = F_Q([a, b]). \tag{9}$$

定理 3(介值性) 若 $[a_j, b_j]$ $(j = 1, 2, \cdots, n)$ 为任一区间数组，则有

$$\min_j\{a_j\} \leqslant f(\langle u_1, [a_1, b_1]\rangle, \cdots, \langle u_n, [a_n, b_n]\rangle) \leqslant \max_j\{b_j\}. \tag{10}$$

定理 4(置换不变性) 设 $\pi = (\pi(1), \pi(2), \cdots,$

$\pi(n)$) 是$(1,2,\cdots,n)$ 的任一置换,则有

$$f(\langle u_{\pi(1)},[a_{\pi(1)},b_{\pi(1)}]\rangle,\cdots,\langle u_{\pi(n)},[a_{\pi(n)},b_{\pi(n)}]\rangle)=f(\langle u_1,[a_1,b_1]\rangle,\cdots,\langle u_n,[a_n,b_n]\rangle). \tag{11}$$

在多属性决策中,专家对方案两两比较时,得到的判断值常常是以区间数形式给出的,从而可得到如下区间数互补判断矩阵：

定义 6[14]　设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$,$a_{ij}=[a_{ij}^-,a_{ij}^+]$为区间数判断矩阵,对于 $\forall i,j=1,2,\cdots,n$,若有

$$a_{ij}^-+a_{ji}^+=a_{ij}^++a_{ji}^-=1,$$
$$a_{ii}=[0.5,0.5],\ i\neq j. \tag{12}$$

则称 A 为区间数互补判断矩阵.特别地,若 $a_{ij}^-=a_{ij}^+$,则 A 为数字互补判断矩阵.

定义 7[12]　设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$,$a_{ij}=[a_{ij}^-,a_{ij}^+]$为区间数互补判断矩阵,对于 $\forall i,j,k=1,2,\cdots,n$,若有

$$a_{ij}+a_{jk}=a_{jj}+a_{ik}, \tag{13}$$

或

$$\begin{cases}a_{ij}^-+a_{jk}^-=a_{jj}^-+a_{ik}^-,\\ a_{ij}^++a_{jk}^+=a_{jj}^++a_{ik}^+.\end{cases} \tag{14}$$

则称 A 为一致性区间数互补判断矩阵.特别地,若 $a_{ij}^-=a_{ij}^+$,则 A 为一致性数字互补判断矩阵.

定义 8　设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$,$a_{ij}=[a_{ij}^-,a_{ij}^+]$为区间数互补判断矩阵,则称 $F_Q(A)=(F_Q(a_{ij}))_{n\times n}$ 为区间数互补判断矩阵 A 相应的连续偏好矩阵,称 $F_Q(a_{ij})$ 为 a_{ij} 相应的连续偏好值,且由下式确定：

$$\begin{cases}F_Q(a_{ij})=F_Q([a_{ij}^-,a_{ij}^+])=\\ \int_0^1\dfrac{\mathrm{d}Q(y)}{\mathrm{d}y}(a_{ij}^+-y(a_{ij}^+-a_{ij}^-))\mathrm{d}y,\\ F_Q(a_{ij})=1-F_Q(a_{ji}),\ \forall i,j=1,2,\cdots,n.\end{cases} \tag{15}$$

由式(5) 和(15) 可得到

$$\begin{cases}F_Q(a_{ij})=F_Q([a_{ij}^-,a_{ij}^+])=\\ \lambda a_{ij}^++(1-\lambda)a_{ij}^-,\\ F_Q(a_{ji})=\lambda a_{ji}^-+(1-\lambda)a_{ji}^+.\end{cases} \tag{16}$$

定理 5　若区间数互补判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$,$a_{ij}=[a_{ij}^-,a_{ij}^+]$为一致性区间数互补判断矩阵,则 A 相应的连续偏好矩阵 $F_Q(A)$ 为一致性数字互补判断矩阵.

证明　由式(16) 有

$$F_Q(a_{ij})+F_Q(a_{jk})=\lambda(a_{ij}^++a_{jk}^+)+(1-\lambda)(a_{ij}^-+a_{jk}^-),$$
$$F_Q(a_{jj})+F_Q(a_{ik})=\lambda(a_{jj}^++a_{ik}^+)+(1-\lambda)(a_{jj}^-+a_{ik}^-).$$

因为 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 为一致性区间数互补判断矩阵,所以由式(14) 有

$$F_Q(a_{ij})+F_Q(a_{jk})=F_Q(a_{jj})+F_Q(a_{ik}).$$

由定义 7 知 $F_Q(A)$ 为一致性数字互补判断矩阵.□

定理 6　设 $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(m)}$ 为群决策中 m 个决策者针对某一决策问题给出的区间数互补判断矩阵,$F_Q(A^{(1)}),F_Q(A^{(2)}),\cdots,F_Q(A^{(m)})$ 为相应的连续偏好矩阵,则综合矩阵 $g_Q(A)=(g_Q(a_{ij}))_{n\times n}$ 也为连续偏好矩阵.其中

$$g_Q(a_{ij})=f(\langle u_1,a_{ij}^{(1)}\rangle,\cdots,\langle u_m,a_{ij}^{(m)}\rangle)=\sum_{t=1}^m w_tF_Q(b_{ij}^{(t)}); \tag{17}$$

$$g_Q(a_{ij})=1-g_Q(a_{ji}),g_Q(a_{ii})=0.5,\forall i,j; \tag{18}$$

$$F_Q(A^{(t)})=(F_Q(a_{ij}^{(t)}))_{n\times n},\ \forall t=1,2,\cdots,m. \tag{19}$$

若 $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(m)}$ 为一致性区间数互补判断矩阵,则 $g_Q(A)$ 是一致性数字互补判断矩阵.

证明　因为 $F_Q(A^{(1)}),F_Q(A^{(2)}),\cdots,F_Q(A^{(m)})$ 为 $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(m)}$ 相应的连续偏好矩阵,故对于 $\forall i,j=1,2,\cdots,n$,有

$$F_Q(a_{ij}^{(t)})=1-F_Q(a_{ji}^{(t)}),F_Q(a_{ii}^{(t)})=0.5,$$
$$g_Q(a_{ij})=f(\langle u_1,a_{ij}^{(1)}\rangle,\cdots,\langle u_m,a_{ij}^{(m)}\rangle)=\sum_{t=1}^m w_tF_Q(b_{ij}^{(t)}),$$
$$g_Q(a_{ji})=f(\langle u_1,a_{ji}^{(1)}\rangle,\cdots,\langle u^m,a_{ji}^{(m)}\rangle)=\sum_{t=1}^m w_tF_Q(b_{ji}^{(t)}).$$

因而

$$g_Q(a_{ij})+g_Q(a_{ji})=\sum_{t=1}^m w_t(F_Q(b_{ij}^{(t)})+F_Q(b_{ji}^{(t)}))=1,$$
$$g_Q(a_{ii})=\sum_{t=1}^m w_tF_Q(b_{ii}^{(t)})=0.5.$$

即综合矩阵 $g_Q(A)=(g_Q(a_{ij}))_{n\times n}$ 为连续偏好矩阵.

若 $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(m)}$ 为一致性区间数互补判断矩阵,则 $F_Q(A^{(1)}),F_Q(A^{(2)}),\cdots,F_Q(A^{(m)})$ 为一致性互补判断矩阵.对于 $\forall t=1,2,\cdots,m,i,j=1,2,\cdots,n$, 有 $F_Q(a_{ij}^{(t)})+F_Q(a_{jk}^{(t)})=F_Q(a_{jj}^{(t)})+F_Q(a_{ik}^{(t)})$,因而有

$$g_Q(a_{ij})+g_Q(a_{jk})=\sum_{t=1}^m w_t(F_Q(b_{ij}^{(t)})+F_Q(b_{jk}^{(t)}))=\sum_{t=1}^m w_t(F_Q(b_{jj}^{(t)})+F_Q(b_{ik}^{(t)}))=\sum_{t=1}^m w_tF_Q(b_{jj}^{(t)})+\sum_{t=1}^m w_tF_Q(b_{ik}^{(t)})=g_Q(a_{jj})+g_Q(a_{ik}).$$

由定义 7 知 $g_Q(A)=(g_Q(a_{ij}))_{n\times n}$ 为一致性矩阵. □

4 基于专家评判水平偏差的 DIC-OWA 算子

文献[7]提出一种关于互补判断矩阵群决策的专家评判水平偏差,通过该评判水平偏差可对专家决策结果的重要性进行排序. 本文将该评判水平偏差与诱导连续区间有序加权平均算子相结合,提出一种基于专家评判水平偏差的诱导连续区间有序加权平均(DIC-OWA)算子.

设 $v^{(t)}=(v_1^{(t)},v_2^{(t)},\cdots,v_n^{(t)})^{\mathrm{T}}$ 为互补判断矩阵 $P^{(t)}=(p_{ij}^{(t)})_{n\times n}$ 的排序向量. 其中 $v_i^{(t)}$ 为第 i 个方案的排序值或重要性程度,且满足 $v_i^{(t)}\geqslant 0,\sum\limits_{i=1}^{n}v_i^{(t)}=1$. 文献[15]给出一种关于 $v_i^{(t)}$ 的计算公式,即

$$v_i^{(t)}=2\sum_{j=1}^{n}p_{ij}^{(t)}\Big/n^2. \tag{20}$$

定义 9[7] 设 $v^{(t)}=(v_1^{(t)},v_2^{(t)},\cdots,v_n^{(t)})^{\mathrm{T}}$ 为由式(20)确定的排序向量,令 $v^{(t)}=(v_{ij}^{(t)})_{n\times n}$. 其中 $v_{ij}^{(t)}$ 由下式给出:

$$v_{ij}^{(t)}=n(v_i^{(t)}-v_j^{(t)})/2+0.5,\quad \forall i,j=1,2,\cdots,n. \tag{21}$$

则称 $v^{(t)}$ 为互补判断矩阵 $P^{(t)}$ 的特征矩阵.

定义 10[7] 设互补判断矩阵 $P^{(t)}=(p_{ij}^{(t)})_{n\times n}$, $v^{(t)}=(v_1^{(t)},v_2^{(t)},\cdots,v_n^{(t)})^{\mathrm{T}}$ 为由式(20)确定的排序向量,则称矩阵 $C=(c_{ij}^{(t)})_{n\times n}$ 为互补判断矩阵 $P^{(t)}$ 的导出矩阵. 其中

$$c_{ij}^{(t)}=p_{ij}^{(t)}/2v_{ij}^{(t)},\ \forall i,j=1,2,\cdots,n. \tag{22}$$

定理 7[7] 矩阵 $P^{(t)}=(p_{ij}^{(t)})_{n\times n}$ 为一致性互补矩阵,其充要条件是导出矩阵 $C=(c_{ij}^{(t)})_{n\times n}$ 的元素均为 0.5.

定义 11[7] 称 $\mathrm{vec}(P^{(t)})=(p_{11}^{(t)},\cdots,p_{n1}^{(t)},\cdots,p_{12}^{(t)},\cdots,p_{n2}^{(t)},\cdots,p_{1n}^{(t)},\cdots,p_{nn}^{(t)})^{\mathrm{T}}$ 为互补判断矩阵 $P^{(t)}=(p_{ij}^{(t)})_{n\times n}$ 的向量,称 $\mathrm{vec}(C^{(t)})=(c_{11}^{(t)},\cdots,c_{n1}^{(t)},c_{12}^{(t)},\cdots,c_{n2}^{(t)},\cdots,c_{1n}^{(t)},\cdots,c_{nn}^{(t)})^{\mathrm{T}}$ 为 $P^{(t)}$ 的导出矩阵 $C^{(t)}$ 的向量.

若 $P^{(t)}$ 为一致性互补判断矩阵,则 $\mathrm{vec}(C^{(t)})=(0.5,0.5,\cdots,0.5)^{\mathrm{T}}=C_0$. 故可用 $\mathrm{vec}(C^{(t)})$ 与 C_0 的夹角余弦

$$\cos\theta^{(t)}=\Big(0.5\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}c_{ij}^{(t)}\Big)\Big/\Big(0.5n\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}(c_{ij}^{(t)})^2}\Big) \tag{23}$$

来衡量 $P^{(t)}$ 的一致性程度.

定义 12[7] 称

$$d_t=\sqrt{1-\cos^2\theta^{(t)}} \tag{24}$$

为 $P^{(t)}$ 与一致性互补判断矩阵的偏差.

显然, d_t 的大小标志着专家评判水平的高低, d_t 值越小,说明该专家的评判水平越高. 称 d_t 为专家评判水平偏差.

定义 13 设 $A^{(1)},A^{(2)},\cdots,A^{(m)}$ 为群决策中 m 个决策者针对某个决策问题给出的区间数互补判断矩阵, $F_Q(A^{(1)}),F_Q(A^{(2)}),\cdots,F_Q(A^{(m)})$ 为相应的连续偏好矩阵, $d_1,d_2,\cdots,d_m$ 为 m 个专家的评判水平偏差. 令

$$g_Q(a_{ij})=h(\langle d_1,a_{ij}^{(1)}\rangle,\cdots,\langle d_m,a_{ij}^{(m)}\rangle)=\sum_{t=1}^{m}w_tF_Q(b_{ij}^{(t)}), \tag{25}$$

$$g_Q(A^{(t)})=(g_Q(a_{ij}))_{n\times n}. \tag{26}$$

则称 h 为基于专家评判水平偏差的诱导连续区间有序加权平均算子, 简称 DIC-OWA 算子; 称 $g_Q(A^{(1)}),g_Q(A^{(2)}),\cdots,g_Q(A^{(m)})$ 为相应的连续偏好矩阵.

5 基于 DIC-OWA 算子的区间数群决策方法

下面给出一种基于 DIC-OWA 算子的区间数群决策方法,其具体步骤如下:

Step1: 针对某一决策问题, m 个专家 $D_1,D_2,\cdots,D_m$ 对 n 个方案 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 进行两两比较,得到区间数互补判断矩阵 $A^{(t)}=(a_{ij}^{(t)})_{n\times n},t=1,2,\cdots,m$.

Step2: 设 BUM 函数为 $Q(y)$, 构造连续偏好矩阵 $F_Q(A^{(t)})=(F_Q(a_{ij}^{(t)}))_{n\times n}$. 其中 $F_Q(a_{ij}^{(t)})=1-F_Q(a_{ji}^{(t)})$ 是由式(3)确定的区间数, $\forall i,j=1,2,\cdots,n$.

Step3: 由式(24)计算专家的评判水平,即 $F_Q(A^{(1)}),F_Q(A^{(2)}),\cdots,F_Q(A^{(m)})$ 与一致性互补判断矩阵的偏差 $d_1,d_2,\cdots,d_m$.

Step4: 利用 DIC-OWA 算子,由式(25)和(26)计算 $g_Q(A)=(g_Q(a_{ij}))_{n\times n}$.

Step5: 计算第 i 个方案的综合属性值

$$z_i=\sum_{j=1}^{n}g_Q(a_{ij})\Big/n. \tag{27}$$

Step6: 通过 z_i 的大小对方案 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 进行优选, z_i 最大者对应的方案即为最优方案.

Step7: 结束.

6 案例分析

某银行拟从财务部部长、业务部部长、人力资源部部长和审计部部长 4 人中提拔一人为副行长. 现聘请 3 位业内专家对 4 人在工作绩效、工作态度、工作能力和学习成长等因素进行综合考核,得到 4 人的综合评价矩阵为区间数互补判断矩阵

$A^{(1)}=$

$$\begin{bmatrix} [0.5000,0.5000] & [0.7085,0.7851] & [0.5923,0.7085] & [0.5000,0.7085] \\ [0.2149,0.2915] & [0.5000,0.5000] & [0.4188,0.4760] & [0.3183,0.4020] \\ [0.2915,0.4077] & [0.5240,0.5812] & [0.5000,0.5000] & [0.2915,0.3838] \\ [0.2915,0.5000] & [0.5980,0.6817] & [0.6162,0.7085] & [0.5000,0.5000] \end{bmatrix},$$

$$A^{(2)} = \begin{bmatrix} [0.5000,0.5000] & [0.7500,0.8155] & [0.6577,0.7500] & [0.5000,0.6577] \\ [0.1845,0.2500] & [0.5000,0.5000] & [0.3838,0.4492] & [0.2915,0.4492] \\ [0.2500,0.3423] & [0.5508,0.6162] & [0.5000,0.5000] & [0.2915,0.4492] \\ [0.3423,0.5000] & [0.5508,0.7085] & [0.5508,0.7085] & [0.5000,0.5000] \end{bmatrix},$$

$$A^{(3)} = \begin{bmatrix} [0.5000,0.5000] & [0.7851,0.8423] & [0.5000,0.7085] & [0.5000,0.5923] \\ [0.1577,0.2149] & [0.5000,0.5000] & [0.3423,0.4492] & [0.2611,0.3640] \\ [0.2915,0.5000] & [0.5508,0.6577] & [0.5000,0.5000] & [0.2260,0.3423] \\ [0.4077,0.5000] & [0.6360,0.7389] & [0.6577,0.7740] & [0.5000,0.5000] \end{bmatrix}.$$

利用基于专家评判水平偏差的 IC-OWA 算子对候选人进行优选，步骤如下：

Step1：令 $Q(y)=y^2$，则 $\lambda=\int_0^1 y^2\,\mathrm{d}y=1/3$. 由式(15)和(16)得到

$$F_Q(A^{(1)}) = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.7340 & 0.6310 & 0.5695 \\ 0.2660 & 0.5000 & 0.4379 & 0.3462 \\ 0.3690 & 0.5621 & 0.5000 & 0.3222 \\ 0.4305 & 0.6538 & 0.6778 & 0.5000 \end{bmatrix},$$

$$F_Q(A^{(2)}) = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.7718 & 0.6885 & 0.5526 \\ 0.2282 & 0.5000 & 0.4056 & 0.3441 \\ 0.3115 & 0.5944 & 0.5000 & 0.3441 \\ 0.4474 & 0.6559 & 0.6559 & 0.5000 \end{bmatrix},$$

$$F_Q(A^{(3)}) = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.8041 & 0.5695 & 0.5308 \\ 0.1959 & 0.5000 & 0.3779 & 0.2954 \\ 0.4305 & 0.6221 & 0.5000 & 0.2648 \\ 0.4692 & 0.7046 & 0.7352 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

Step2：由式(24)得到

$d_1=0.8707$，$d_2=0.8698$，$d_3=0.8714$.

Step3：令 $w_1=0.2$，$w_2=0.3$，$w_3=0.5$，利用 DIC-OWA 算子，由式(25)和(26)计算得到

$$g_Q(A) = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.7669 & 0.6474 & 0.5533 \\ 0.2331 & 0.5000 & 0.4097 & 0.3350 \\ 0.3526 & 0.5903 & 0.5000 & 0.3217 \\ 0.4467 & 0.6650 & 0.6783 & 0.5000 \end{bmatrix}.$$

Step4：利用式(27)计算各方案综合属性值

$$z_1=0.6169,\ z_2=0.3694,$$
$$z_3=0.4411,\ z_4=0.5725.$$

Step5：因为 $z_1 \succ z_4 \succ z_3 \succ z_2$，所以最佳人选为财务部部长.

7　结　　论

本文首先将诱导有序加权平均算子与连续区间有序加权平均算子相结合，提出一种诱导连续区间有序加权平均算子，并讨论了该算子的优良性质；然后针对区间数互补判断矩阵提出了连续偏好矩阵的概念，定义了基于专家评判水平偏差的诱导连续区间有序加权平均算子，并提出一种基于该算子的区间数群决策方法；最后通过算例说明了该方法的有效性和合理性.

参考文献(References)

[1] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京：清华大学出版社，2004.
(Xu Z S. Uncertain multiple attribute decision making: Methods and applications [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.)

[2] Xu Zeshui. Generalized chi square method for the estimation of weights[J]. J of Optimization Theory and Applications, 2000, 107(1): 183-192.

[3] Xu Zeshui. On consistency of the weighted geometric mean complex judgement matrix in AHP[J]. European J of Operational Research, 2000, 126(3): 683-687.

[4] 周礼刚，陈华友. 互补判断矩阵和积排序法的最优化理论基础及性质[J]. 系统工程与电子技术，2004，26(9)：1209-1211.
(Zhou L G, Chen H Y. Optimization basis and properties of the sum-product method of complementary judgement matrix [J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(9): 1209-1211.)

[5] 陈华友，周礼刚. 互补判断矩阵排序的最小偏差法的性质[J]. 运筹与管理，2004，13(3)：39-43.
(Chen H Y, Zhou L G. The properties of the least deviation priority method for complementary judgement matrix [J]. Operations Research and Management Science, 2004, 13(3): 39-43.)

[6] Xu Zeshui. Two methods for deriving members' weightes in group decision making[J]. J of Systems Science and Systems Engineering, 2001, 10(1): 15-19.

[7] 陈侠,樊治平. 关于互补判断矩阵的群决策的专家评判水平[J]. 系统工程, 2005, 23(6): 119-122.
(Chen X, Fan Z P. The assessment level of experts in group decision making based on reciprocal judgment matrices[J]. Systems Engineering, 2005, 23(6): 119-122.)

[8] 和媛媛,周德群,王强. 基于模糊判断矩阵的群决策方法研究[J]. 中国管理科学, 2008, 16(2): 128-131.
(He Y Y, Zhou D Q, Wang Q. Research on aggregated approach to group decision making with fuzzy judgement matrix[J]. Chinese J of Management Science, 2008, 16(2): 128-131.)

[9] Yager R R. On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1988, 18(1): 183 -190.

[10] Yager R R. Induced ordered weighted averaging operators[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1999, 29(2): 141-150.

[11] 徐泽水,达庆利. 一种基于可能度的区间判断矩阵排序法[J]. 中国管理科学, 2003, 11(1): 63-65.
(Xu Z S, Da Q L. Apossibility based method for priorities of interval judgement matrices[J]. Chinese J of Management Science, 2003, 11(1): 63-65.)

[12] 周礼刚,陈华友. 两类区间数判断矩阵的一致性研究[J]. 运筹与管理, 2005, 14(4): 47-51.
(Zhou L G, Chen H Y. Research on consistency of two interval judgement matrices[J]. Operations Research and Management Science, 2005, 14(4): 47-51.)

[13] Yager R R. OWA aggregation over a continuous interval argument with application to decision making[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part B, 2004, 34(5): 1952-1963.

[14] 徐泽水. 区间数互补判断矩阵排序的一种实用方法[J]. 运筹与管理, 2001, 10(1): 16-19.
(Xu Z S. A practical method for priority of interval number complementary judgement matrix[J]. Operations Research and Management Science, 2001, 10(1): 16-19.)

[15] 姚敏,黄燕君. 模糊决策方法研究[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(11): 61-64.
(Yao M, Huang Y J. Research on methodology of fuzzy decision making[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 1999, 19(11): 61-64.)

(上接第 178 页)

[9] 潘全科,朱剑英. 多工艺路线的批量生产调度优化[J]. 机械工程学报, 2004, 40(4): 36-39.
(Pan Q K, Zhu J Y. Optimization method for a job-shop scheduling problem with alternative machines in the batch process[J]. Chinese J of Mechanical Engineering, 2004, 40(4): 36-39.)

[10] 薛明志,钟伟才,刘静,等. 用于函数优化的正交Multi-agent遗传算法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(9): 1305-1311.
(Xue M Z, Zhong W C, Liu J, et al. Orthogonal multi-agent genetic algorithm and its applicationin the function optimization problem[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(9): 1305-1311.)

[11] 钟伟才,刘静,焦李成. 多智能体遗传算法用于线性系统逼近[J]. 自动化学报, 2004, 30(6): 933-938.
(Zhong W C, Liu J, Jiao L C. Optimal approximation of linear systems by multi-agent genetic algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(6): 933-938.)

[12] Xu Xinli, Wang Wanliang, Guan Qiu. Adaptive immune algorithm for solving job-shop scheduling problem[C]. 1st Int Conf on Advances in Natural Computation. Berlin: Springer Verlag, 2005: 795-799.

[13] Sakawa M, Mori T. An efficient genetic algorithm for job-shop scheduling problems with fuzzy processing time and fuzzy due date[J]. Computers and Industrial Engineering, 1999, 36(2): 325-341.

[14] 方述诚,汪定伟. 模糊数学与模糊优化[M]. 北京:科学出版社, 1997.
(Fang S C, Wang D W. Fuzzy mathematics and fuzzy optimization[M]. Beijing: Science Press, 1997.)

[15] Sakawa M, Kubota R. Fuzzy programming for multi-objective job shop scheduling with fuzzy processing time and fuzzy due date through genetic algorithms[J]. European J of Operational Research, 2000, 120(2): 393-407.

[16] Liu J M, Jing H, Tang Y Y. Multi-agent oriented constraint satisfaction[J]. Artificial Intelligence, 2002, 136(1): 101-144.