文章编号: 1001-0920 (2010) 04-0614-05

基于蕴涵的区间值直觉模糊粗糙集

张植明[1], 田景峰[2]

(1. 河北大学 数学与计算机学院，河北 保定 071002；2. 华北电力大学 科技学院，河北 保定 071051)

摘 要: 提出一种基于区间值直觉模糊蕴涵的区间值直觉模糊粗糙集模型. 首先, 介绍了区间值直觉模糊集、区间值直觉模糊关系和区间值直觉模糊逻辑算子的概念; 然后, 利用区间值直觉模糊三角模和区间值直觉模糊蕴涵, 在区间值直觉模糊近似空间中定义了区间值直觉模糊集的上近似和下近似; 最后, 给出并证明了这些近似算子的一些性质.

关键词: 粗糙集；区间值直觉模糊集；区间值直觉模糊逻辑算子；区间值直觉模糊粗糙集

中图分类号: TP181 **文献标识码:** A

Interval-valued intuitionistic fuzzy rough sets based on implicators

ZHANG Zhi-ming[1], *TIAN Jing-feng*[2]

(1. College of Mathematics and Computer Sciences, Hebei University, Baoding 071002, China；2. Science and Technology College, North China Electric Power University, Baoding 071051, China. Correspondent: ZHANG Zhi-ming, E-mail: zhangzm1978@yahoo.com.cn)

Abstract: A kind of interval-valued intuitionistic fuzzy rough set model based on an interval-valued intuitionistic fuzzy implicator is proposed. Firstly, the concepts of an interval-valued intuitionistic fuzzy set, an interval-valued intuitionistic fuzzy relation and interval-valued intuitionistic fuzzy logical operators are introduced. Then, by employing an interval-valued intuitionistic fuzzy triangle norm and an interval-valued intuitionistic fuzzy implicator, upper approximations and lower approximations of interval-valued intuitionistic fuzzy sets with respect to an interval-valued intuitionistic fuzzy approximation space are defined. Finally, basic properties of these interval-valued intuitionistic fuzzy rough approximation operators are examined.

Key words: Rough sets；Inerval-valued intuitionistic fuzzy sets；Inerval-valued intuitionistic fuzzy logical operators；Inerval-valued intuitionistic fuzzy rough sets

1 引 言

粗糙集理论是由Pawlak[1]提出的一种处理不确定、不完全和不精确信息的数学方法. 它已被成功地应用于人工智能、模式识别、机器学习、数据挖掘和决策分析等众多领域. 等价关系是经典Pawlak粗糙集模型的基本概念. 然而, 在实际应用中, 等价关系是非常严厉的条件. 通过将等价关系替换成诸如二元关系、邻域系统、Boolean代数、论域覆盖等概念, 从而大量推广的粗糙集模型被提出. 近年来, 许多学者也将粗糙集推广到了模糊环境和直觉模糊环境中[2-8]. 例如: Dubois和Prade[2]利用模糊蕴涵和模糊相似关系, 定义了模糊粗糙集并讨论了模糊集的粗糙近似; 吴伟志等[3]利用模糊三角模、模糊蕴涵和任意模糊关系, 构建了一般的模糊粗糙集模型; 徐小来等[6]构建了基于直觉模糊剩余蕴涵和直觉模糊相似关系的直觉模糊粗糙集, 并证明了一些性质. 区间值直觉模糊集是由Atanassov [9]提出的一种处理不完全、不精确数据的概念. 它是模糊集、区间模糊集和直觉模糊集的推广. 由于隶属度和非隶属度都用区间数来表示, 区间值直觉模糊集在处理模糊性和不确定性等方面更具有灵活性和使用性. 许多学者对区间值直觉模糊集运算、区间值直觉模糊拓扑、区间值直觉模糊关系等进行了系统研究[10-14]. 近年来, 区间值直觉模糊集也被成功应用在决策分析、模式识别等实际问题中[15-17]. 尽管粗糙集和区间值直觉模糊集都是处理不精确数据的理论, 但针对这两种理论结合的研究目前还较少. 本文将粗糙集推广到区间值直觉模糊环境中, 利用区间值直觉模糊逻辑算子, 定义了区间值直

收稿日期: 2009-05-13；**修回日期:** 2009-08-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60773062)；教育部科学技术研究重点项目(206012)；河北省自然科学基金项目(2008000633)；河北省教育厅科研计划重点项目(2005001D).

作者简介: 张植明(1978−), 男, 河北黄骅人, 讲师, 硕士, 从事不确定信息处理、粗糙集理论等研究；田景峰(1976−), 男, 河北安新人, 讲师, 硕士, 从事不确定支持向量机、模式识别与人工智能的研究.

觉模糊粗糙集并讨论了一些性质.

2 预备知识

2.1 区间值直觉模糊集

假定$I=[0,1]$, $[I]=\{[a,b]:a\leqslant b,a,b\in I\}$. 对于任意$a\in I$, 定义$\overline{a}=[a,a]$. 设$a_i\in I,i\in J,J=\{1,2,\cdots,m\}$, 定义

$$\bigvee_{i\in J}a_i=\sup\{a_i:i\in J\},\ \bigwedge_{i\in J}a_i=\inf\{a_i:i\in J\},$$

$$\bigvee_{i\in J}[a_i,b_i]=\Big[\bigvee_{i\in J}a_i,\bigvee_{i\in J}b_i\Big],\ \bigwedge_{i\in J}[a_i,b_i]=\Big[\bigwedge_{i\in J}a_i,\bigwedge_{i\in J}b_i\Big].$$

对于$[a_i,b_i]\in[I],i=1,2$, 定义

$$[a_1,b_1]=[a_2,b_2]\Leftrightarrow a_1=a_2,b_1=b_2,$$

$$[a_1,b_1]\leqslant[a_2,b_2]\Leftrightarrow a_1\leqslant a_2,b_1\leqslant b_2.$$

区间$[a_1,b_1]$的补集定义为$\mathrm{co}([a_1,b_1])=\overline{1}-[a_1,b_1]=[1-b_1,1-a_1]$.

定义 1　设U是一个非空集合, U上的一个区间值直觉模糊集A具有如下形式:

$$A=\{\langle x,\mu_A(x),\nu_A(x)\rangle|x\in U\},$$

其中: $\mu_A:U\rightarrow[I]$, $\nu_A:U\rightarrow[I]$, 且满足条件$0\leqslant\sup(\mu_A(x))+\sup(\nu_A(x))\leqslant1,\forall x\in U$.

区间值直觉模糊集A也可以记为

$$A=\{\langle x,[\mu_{AL}(x),\mu_{AU}(x)],[\nu_{AL}(x),\nu_{AU}(x)]\rangle\}.$$

其中: $\mu_A(x)=[\mu_{AL}(x),\mu_{AU}(x)]$和$\nu_A(x)=[\nu_{AL}(x),\nu_{AU}(x)]$分别表示$U$中元素$x$属于$A$的隶属度区间和非隶属度区间, 且满足条件$0\leqslant\mu_{AU}(x)+\nu_{AU}(x)\leqslant1,\forall x\in U$.

本文用IVIF(U)表示U上的区间值直觉模糊集的全体. 定义一个常区间值直觉模糊集为$\overline{(\alpha,\beta)}=\{\langle x,\alpha,\beta\rangle|x\in U\}$. 其中: $\alpha=[\alpha_1,\alpha_2]\in[I],\beta=[\beta_1,\beta_2]\in[I]$, 且$\alpha_2+\beta_2\leqslant1$. 区间值直觉模糊全集为$U=\overline{(\overline{1},\overline{0})}=\{\langle x,\overline{1},\overline{0}\rangle|x\in U\}$, 区间值直觉模糊空集为$\varnothing=\overline{(\overline{0},\overline{1})}=\{\langle x,\overline{0},\overline{1}\rangle|x\in U\}$.

对于任意的$y\in U$, 定义区间值直觉模糊单点集$\overline{1}_y$和补集$\overline{1}_{U-\{y\}}$为

$$\mu_{\overline{1}_y}=\begin{cases}\overline{1},\ x=y;\\\overline{0},\ x\neq y;\end{cases}\ \nu_{\overline{1}_y}=\begin{cases}\overline{0},\ x=y;\\\overline{1},\ x\neq y;\end{cases}$$

$$\mu_{\overline{1}_{U-\{y\}}}=\begin{cases}\overline{0},\ x=y;\\\overline{1},\ x\neq y;\end{cases}\ \nu_{\overline{1}_{U-\{y\}}}=\begin{cases}\overline{1},\ x=y;\\\overline{0},\ x\neq y.\end{cases}$$

定义 2　设$A,B\in$ IVIF(U), 定义运算如下:

$$A\subseteq B\Leftrightarrow\mu_A(x)\leqslant\mu_B(x),\nu_A(x)\geqslant\nu_B(x),\forall x\in U;$$

$$A\supseteq B\Leftrightarrow B\subseteq A;$$

$$A=B\Leftrightarrow A\subseteq B,B\subseteq A;$$

$$A\cap B=\{\langle x,\mu_A(x)\wedge\mu_B(x),\nu_A(x)\vee\nu_B(x)\rangle\};$$

$$A\cup B=\{\langle x,\mu_A(x)\vee\mu_B(x),\nu_A(x)\wedge\nu_B(x)\rangle\};$$

$$\mathrm{co}(A)=\{\langle x,\nu_A(x),\mu_A(x)\rangle|x\in U\}.$$

定义 3　设U,V是两个非空论域, 定义在直积空间$U\times V$上的区间值直觉模糊子集称为从U到V的二元区间值直觉模糊关系, 记为

$$R=\{\langle(x,y),\mu_R(x,y),\nu_R(x,y)\rangle|(x,y)\in U\times V\},$$

其中: $\mu_R=[\mu_{RL}(x,y),\mu_{RU}(x,y)]:U\times V\rightarrow[I]$, $\nu_R=[\nu_{RL}(x,y),\nu_{RU}(x,y)]:U\times V\rightarrow[I]$, 且满足$0\leqslant\mu_{RU}(x,y)+\nu_{RU}(x,y)\leqslant1,\forall(x,y)\in U\times V$.

本文用IVIF$(U\times V)$表示$U\times V$上的区间值直觉模糊子集的全体.

2.2 区间值直觉模糊逻辑算子

定义 4　设$L=\{(\alpha,\beta)|\alpha=[\alpha_1,\alpha_2]\in[I],\beta=[\beta_1,\beta_2]\in[I],\alpha_2+\beta_2\leqslant1\}$, 在$L$上定义如下关系$\leqslant_L$:

$$\forall(\alpha,\beta),(\xi,\eta)\in L,(\alpha,\beta)\leqslant_L(\xi,\eta)\Leftrightarrow$$

$$\alpha\leqslant\xi,\beta\geqslant\eta\Leftrightarrow$$

$$[\alpha_1,\alpha_2]\leqslant[\xi_1,\xi_2]\text{ 且 }[\beta_1,\beta_2]\geqslant[\eta_1,\eta_2].$$

可以看出, $(L,\leqslant_L)$是一个完备格, 最小的元素是$0_L=(\overline{0},\overline{1})$, 最大的元素是$1_L=(\overline{1},\overline{0})$. 定义$\forall(\alpha,\beta),(\xi,\eta)\in L$,有

$$(\alpha,\beta)\wedge(\xi,\eta)=\{\min(\alpha,\xi),\max(\beta,\eta)\}=$$

$$\{[\alpha_1\wedge\xi_1,\alpha_2\wedge\xi_2],[\beta_1\vee\eta_1,\beta_2\vee\eta_2]\},$$

$$(\alpha,\beta)\vee(\xi,\eta)=\{\max(\alpha,\xi),\min(\beta,\eta)\}=$$

$$\{[\alpha_1\vee\xi_1,\alpha_2\vee\xi_2],[\beta_1\wedge\eta_1,\beta_2\wedge\eta_2]\}.$$

定义 5　如果$\mathcal{N}:L\rightarrow L$是一个递减的映射且满足$\mathcal{N}(0_L)=1_L$和$\mathcal{N}(1_L)=0_L$, 则称$\mathcal{N}$是一个区间值直觉模糊否定算子. 特别地, 假如对于任意的$x\in L$, $\mathcal{N}(\mathcal{N}(x))=x$, 则称$\mathcal{N}$是一个对合的区间值直觉模糊否定算子. 假如$\forall(\alpha,\beta)\in L$, 映射$\mathcal{N}_S$满足$\mathcal{N}_S(\alpha,\beta)=(\beta,\alpha)$, 则称$\mathcal{N}_S$是一个标准的区间值直觉模糊否定算子.

定义 6　如果$\mathcal{T}:L\times L\rightarrow L$是一个递增、可交换、可结合的映射且满足$\mathcal{T}(1_L,x)=x,\forall x\in L$, 则称$\mathcal{T}$为一个区间值直觉模糊三角模, 或简称为区间值直觉模糊T模.

定义 7　如果$\mathcal{S}:L\times L\rightarrow L$是一个递增、可交换、可结合的映射且满足$\mathcal{S}(0_L,x)=x,\forall x\in L$, 则称$\mathcal{S}$为一个区间值直觉模糊三角余模, 或简称为区间值直觉模糊T余模.

定义 8　如果

$$\mathcal{T}(\mathcal{N}(x),\mathcal{N}(y))=\mathcal{N}(\mathcal{S}(x,y)),\forall x,y\in L;$$

$$\mathcal{S}(\mathcal{N}(x),\mathcal{N}(y))=\mathcal{N}(\mathcal{T}(x,y)),\forall x,y\in L.$$

则称区间值直觉模糊T模$\mathcal{T}$和区间值直觉模糊T余模$\mathcal{S}$关于$\mathcal{N}$对偶.

定义 9　如果映射$\mathcal{I}:L\times L\rightarrow L$关于第1个变元递减, 关于第2个变元递增并且满足边界条件

$\mathcal{I}(0_L,0_L)=1_L,\mathcal{I}(1_L,0_L)=0_L,\mathcal{I}(0_L,1_L)=1_L,\mathcal{I}(1_L,1_L)=1_L$, 则称$\mathcal{I}$是定义在$L$上的区间值直觉模糊蕴涵.

根据$\mathcal{I}$的左递减性, 能够得到$\forall(\alpha,\beta)\in L$, $\mathcal{I}((\alpha,\beta),1_L)=1_L$; 根据$\mathcal{I}$的右递增性, 能够得到$\forall(\alpha,\beta)\in L,\mathcal{I}(0_L,(\alpha,\beta))=1_L$.

定义 10 设$\mathcal{S}$是一个定义在L上的区间值直觉模糊T余模, $\mathcal{N}$是一个区间值直觉模糊否定算子, 则称$\mathcal{I}_{\mathcal{S},\mathcal{N}}(x,y)=\mathcal{S}(\mathcal{N}(x),y)$是由$\mathcal{S}$和$\mathcal{N}$生成的区间值直觉模糊$S$-蕴涵.

定义 11 设$\mathcal{T}$是一个定义在L上的区间值直觉模糊T模, 则称

$$\mathcal{I}_{\mathcal{T}}(x,y)=\sup\{\gamma\in L|\mathcal{T}(x,\gamma)\leqslant_L y\},\forall x,y\in L$$

是由$\mathcal{T}$生成的区间值直觉模糊R-蕴涵.

假设$\mathcal{N}$是一个区间值直觉模糊否定算子, $\mathcal{T}$是一个区间值直觉模糊T模, $\mathcal{S}$是一个区间值直觉模糊T余模, $\mathcal{I}$是定义在L上的区间值直觉模糊蕴涵, 则定义如下一些区间值直觉模糊集:

$$(\mathrm{co}_{\mathcal{N}}(A))(x)=\mathcal{N}(A(x)),\forall x\in U;$$

$$\Big(A\bigcap_{\mathcal{T}}B\Big)(x)=\mathcal{T}(A(x),B(x)),\forall x\in U;$$

$$\Big(A\bigcup_{\mathcal{S}}B\Big)(x)=\mathcal{S}(A(x),B(x)),\forall x\in U;$$

$$(A\to_{\mathcal{I}}B)(x)=\mathcal{I}(A(x),B(x)),\forall x\in U.$$

3 区间值直觉模糊粗糙集

定义 12 设R是论域U的区间值直觉模糊关系, 称二元组(U,R)是一个区间值直觉模糊近似空间. 假设$\mathcal{T}$是L上连续区间值直觉模糊T模, $\mathcal{I}$是定义在L上的区间值直觉模糊蕴涵, 对于任意的$A\in\mathrm{IVIF}(U)$, A关于近似空间(U,R)的$\mathcal{T}$-上近似和$\mathcal{I}$-下近似, 是定义在U上的一对区间值直觉模糊集. 其中

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)(x)=\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}(R(x,y),A(y)),\forall x\in U;$$

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(A)(x)=\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}(R(x,y),A(y)),\forall x\in U.$$

这里: 算子$\overline{R}^{\mathcal{T}},\underline{R}_{\mathcal{I}}:\mathrm{IVIF}(U)\to\mathrm{IVIF}(U)$称为$\mathcal{T}$-上和$\mathcal{I}$-下区间值直觉模糊粗糙近似算子; 二元组$(\underline{R}_{\mathcal{I}}(A),\overline{R}^{\mathcal{T}}(A))$称为$A$关于$(U,R)$的$(\mathcal{I},\mathcal{T})$-区间值直觉模糊粗糙集.

可以看出: 1) 如果A是一个直觉模糊集, $\mathcal{T}$是连续的直觉模糊T模, $\mathcal{I}$是直觉模糊蕴涵, 则$\mathcal{T}$-上和$\mathcal{I}$-下区间值直觉模糊粗糙近似算子就退化为文献[4]中所定义的$\mathcal{T}$-上和$\mathcal{I}$-直觉模糊粗糙近似算子; 2) 如果T和S分别是定义在I上的模糊T模和模糊T余模, $\mathcal{T}=(T,S)$, $\mathcal{S}=(S,T)$, $\mathcal{N}$是一个对合的直觉模糊否定算子, $\mathcal{I}=\mathcal{I}_{\mathcal{S},\mathcal{N}}(x,y)$是由$\mathcal{S}$和$\mathcal{N}$生成的直觉模糊$S$-蕴涵, R是直觉模糊$\mathcal{T}$-相似关系, 则定义12退化为文献[5]中定义的直觉模糊粗糙集; 3) 如果T和S是定义在I上的对偶模糊T模和模糊T余模, $\mathcal{T}=(T,S)$, $\mathcal{S}=(S,T)$, $\mathcal{I}$是由$\mathcal{T}$ 生成的直觉模糊剩余蕴涵, R是直觉模糊$\mathcal{T}$-相似关系, 则定义12退化为文献[6]中定义的直觉模糊粗糙集; 4) 如果$\mathcal{T}=\min$, $\mathcal{S}=\max$, $\mathcal{N}=\mathcal{N}_S$, 则定义12退化为文献[7]中定义的直觉模糊粗糙集; 5) 如果$\mathcal{T}$是定义在I上的模糊T模, $\mathcal{I}$是定义在I上的模糊蕴涵, R是定义在U上的任意模糊关系, 则$(\mathcal{I},\mathcal{T})$-区间值直觉模糊粗糙集退化为文献[3]中定义的$(\mathcal{I},\mathcal{T})$-模糊粗糙集.

例 1 设论域$U=\{a,b,c\},A(a)=\langle[0.1,0.2],[0.2,0.7]\rangle,A(b)=\langle[0.5,0.6],[0.2,0.3]\rangle,A(c)=\langle\overline{1},\overline{0}\rangle$. 则$U$上的区间值直觉模糊关系$R$为

$$R(a,a)=\langle\overline{1},\overline{0}\rangle,R(a,b)=\langle[0.3,0.5],\overline{0}\rangle,$$

$$R(a,c)=\langle[0.2,0.7],[0.2,0.3]\rangle,$$

$$R(b,a)=\langle\overline{0},[0.6,0.7]\rangle,$$

$$R(b,b)=\langle[0.6,0.7],[0,0.2]\rangle,$$

$$R(b,c)=\langle[0.1,0.3],[0.6,0.7]\rangle,$$

$$R(c,a)=\langle[0.2,0.4],[0.3,0.5]\rangle,$$

$$R(c,b)=\langle\overline{0},\overline{1}\rangle,R(c,c)=\langle[0.1,0.6],[0.2,0.3]\rangle.$$

$\forall(\alpha,\beta),(\xi,\eta)\in L$, 定义区间值直觉模糊$T$模$\mathcal{T}((\alpha,\beta),(\xi,\eta))=(\alpha,\beta)\wedge(\xi,\eta)$, 区间值直觉模糊$T$余模$\mathcal{S}((\alpha,\beta),(\xi,\eta))=(\alpha,\beta)\vee(\xi,\eta)$, $\mathcal{N}$是一个标准的区间值直觉模糊否定算子, 以及$\mathcal{I}((\alpha,\beta),(\xi,\eta))=\mathcal{I}_{\mathcal{S},\mathcal{N}}((\alpha,\beta),(\xi,\eta))=(\beta,\alpha)\vee(\xi,\eta)$. 根据定义12, 有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)(a)=\langle[0.3,0.7],[0.2,0.3]\rangle,$$

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)(b)=\langle[0.5,0.6],[0.2,0.3]\rangle,$$

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)(c)=\langle[0.1,0.6],[0.2,0.3]\rangle;$$

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(A)(a)=\langle[0.1,0.2],[0.2,0.7]\rangle,$$

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(A)(b)=\langle[0.5,0.6],[0.2,0.3]\rangle,$$

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(A)(c)=\langle[0.3,0.5],[0.2,0.4]\rangle.$$

定理 1 设(U,R)是一个区间值直觉模糊近似空间, $\mathcal{T}$是L上的连续区间值直觉模糊T模, $\mathcal{I}$是由$\mathcal{S}$和对合区间值直觉模糊否定算子$\mathcal{N}$生成的区间值直觉模糊S-蕴涵, $\mathcal{T}$和$\mathcal{S}$关于$\mathcal{N}$对偶, 则有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)=\mathrm{co}_{\mathcal{N}}(\underline{R}_{\mathcal{I}}(\mathrm{co}_{\mathcal{N}}(A))),\forall A\in\mathrm{IVIF}(U);$$

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(A)=\mathrm{co}_{\mathcal{N}}(\overline{R}^{\mathcal{T}}(\mathrm{co}_{\mathcal{N}}(A))),\forall A\in\mathrm{IVIF}(U).$$

定理 2 设(U,R)是一个区间值直觉模糊近似空间, $\mathcal{T}$是L上的连续区间值直觉模糊T模, $\forall A,B,A_i\in\mathrm{IVIF}(U)$, $\forall i\in J$, J是一个指标集, $\forall(\alpha,\beta)\in L$, $\mathcal{T}$-上区间值直觉模糊粗糙近似算子有以下性质:

1) $\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\overline{(\alpha,\beta)}\bigcap_{\mathcal{T}}A\Big)=\overline{(\alpha,\beta)}\bigcap_{\mathcal{T}}\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)$;

2) $\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\bigcup_{i\in J}A_i\Big)=\bigcup_{i\in J}\overline{R}^{\mathcal{T}}(A_i)$;

3) $\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{(\alpha,\beta)})\subseteq\overline{(\alpha,\beta)}$;

4) $\overline{R}^{\mathcal{T}}(\varnothing)=\varnothing$;

5) $\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{(\alpha,\beta)})=\overline{(\alpha,\beta)}\Leftrightarrow\overline{R}^{\mathcal{T}}(U)=U$;

6) $\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\bigcap_{i\in J}A_i\Big)\subseteq\bigcap_{i\in J}\overline{R}^{\mathcal{T}}(A_i)$;

7) $A\subseteq B\Rightarrow\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)\subseteq\overline{R}^{\mathcal{T}}(B)$;

8) $\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\overline{1}_y\bigcap_{\mathcal{T}}\overline{(\alpha,\beta)}\Big)(x)=\mathcal{T}(R(x,y),(\alpha,\beta))$;

9) $\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{1}_y)(x)=R(x,y)$;

10) $\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{1}_M)(x)=\bigvee_{y\in M}R(x,y)$.

证明 对于性质1), $\forall x\in U$, 有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\overline{(\alpha,\beta)}\bigcap_{\mathcal{T}}A\Big)(x)=$$
$$\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}(R(x,y),\mathcal{T}((\alpha,\beta),A(y)))=$$
$$\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}(\mathcal{T}(R(x,y),A(y)),(\alpha,\beta))=$$
$$\mathcal{T}\Big(\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}(R(x,y),A(y)),(\alpha,\beta)\Big)=$$
$$\mathcal{T}(\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)(x),(\alpha,\beta))=\Big(\overline{(\alpha,\beta)}\bigcap_{\mathcal{T}}\overline{R}^{\mathcal{T}}(A)\Big)(x).$$

对于性质2), $\forall x\in U$, 有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\bigcup_{i\in J}A_i\Big)(x)=\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}\Big(R(x,y),\Big(\bigcup_{i\in J}A_i\Big)(y)\Big)=$$
$$\bigvee_{y\in U}\bigvee_{i\in J}\mathcal{T}(R(x,y),A_i(y))=$$
$$\bigvee_{i\in J}\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}(R(x,y),A_i(y))=$$
$$\bigvee_{i\in J}\overline{R}^{\mathcal{T}}(A_i)(x)=\Big(\bigcup_{i\in J}\overline{R}^{\mathcal{T}}(A_i)\Big)(x).$$

对于性质3), $\forall x\in U$, 利用$\mathcal{T}$的单调性, 有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{(\alpha,\beta)})(x)=\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}(R(x,y),(\alpha,\beta))=$$
$$\mathcal{T}\Big(\bigvee_{y\in U}R(x,y),(\alpha,\beta)\Big)\leqslant_L\mathcal{T}(1_L,(\alpha,\beta))=$$
$$(\alpha,\beta)=\overline{(\alpha,\beta)}(x).$$

性质4)可由性质3)得证.

对于性质5), "$\Rightarrow$" 令$(\alpha,\beta)=1_L$可证. "$\Leftarrow$" 根据$\overline{R}^{\mathcal{T}}(U)=U$和1), 有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{(\alpha,\beta)})=\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\overline{(\alpha,\beta)}\bigcap_{\mathcal{T}}\overline{1}_L\Big)=$$
$$\overline{(\alpha,\beta)}\bigcap_{\mathcal{T}}\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{1}_L)=\overline{(\alpha,\beta)}.$$

性质6)和性质7)可由性质2)直接得到.

对于性质8), 有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}\Big(\overline{1}_y\bigcap_{\mathcal{T}}\overline{(\alpha,\beta)}\Big)(x)=$$
$$\bigvee_{z\in U}\mathcal{T}(R(x,z),\mathcal{T}(\overline{1}_y(z),(\alpha,\beta)))=$$
$$\mathcal{T}(R(x,y),(\alpha,\beta)).$$

性质9)可由性质8)得到.

对于性质10), 有

$$\overline{R}^{\mathcal{T}}(\overline{1}_M)(x)=\bigvee_{y\in U}\mathcal{T}(R(x,y),\overline{1}_M(y))=$$
$$\bigvee_{y\notin M}\mathcal{T}(R(x,y),0_L)\vee\bigvee_{y\in M}\mathcal{T}(R(x,y),1_L)=$$
$$\bigvee_{y\in M}R(x,y).$$

由此定理2得证. □

定理 3 设(U,R)是一个区间值直觉模糊近似空间, $\mathcal{I}$是L上的连续区间值直觉模糊蕴涵, $\forall A,B,A_i\in\mathrm{IVIF}(U)$, $\forall i\in J$, J是一个指标集, $\forall(\alpha,\beta)\in L$, $\mathcal{I}$-下区间值直觉模糊粗糙近似算子有如下性质:

1) $\underline{R}_{\mathcal{T}}\Big(\bigcap_{i\in J}A_i\Big)=\bigcap_{i\in J}\underline{R}_{\mathcal{I}}(A_i)$;

2) $\underline{R}_{\mathcal{I}}(U)=U$;

3) $\underline{R}_{\mathcal{I}}\Big(\bigcup_{i\in J}A_i\Big)\supseteq\bigcup_{i\in J}\underline{R}_{\mathcal{I}}(A_i)$;

4) $A\subseteq B\Rightarrow\underline{R}_{\mathcal{I}}(A)\subseteq\underline{R}_{\mathcal{I}}(B)$;

5) $\underline{R}_{\mathcal{I}}(\overline{1}_{U-\{y\}})(x)=\mathcal{I}(R(x,y),0_L)$;

6) $\underline{R}_{\mathcal{I}}(\overline{1}_M)(x)=\bigwedge_{y\notin M}\mathcal{I}(R(x,y),0_L)$.

证明 对于性质1), $\forall x\in U$, 有

$$\underline{R}_{\mathcal{T}}\Big(\bigcap_{i\in J}A_i\Big)(x)=\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}\Big(R(x,y),\Big(\bigcap_{i\in J}A_i\Big)(y)\Big)=$$
$$\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}\Big(R(x,y),\bigwedge_{i\in J}A_i(y)\Big)=$$
$$\bigwedge_{i\in J}\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}(R(x,y),A_i(y))=\bigwedge_{i\in J}\underline{R}_{\mathcal{I}}(A_i)(x)=$$
$$\Big(\bigcap_{i\in J}\underline{R}_{\mathcal{I}}(A_i)\Big)(x).$$

对于性质2), $\forall x\in U$, 利用$\mathcal{I}$的单调性, 有

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(U)(x)=\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}(R(x,y),U(y))=$$
$$\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}(R(x,y),1_L)\geqslant_L\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}(1_L,1_L)=1_L=U(x).$$

此外, $\underline{R}_{\mathcal{I}}(U)(x)\leqslant_L 1_L$, 因此$\underline{R}_{\mathcal{I}}(U)=U$.

性质3)和性质4)可由性质1)直接得到.

对于性质5), 有

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(\overline{1}_{U-\{y\}})(x)=\bigwedge_{z\in U}\mathcal{I}(R(x,z),\overline{1}_{U-\{y\}}(z))=$$
$$\bigwedge_{z\neq y}\mathcal{I}(R(x,z),1_L)\wedge\mathcal{I}(R(x,y),0_L)=\mathcal{I}(R(x,y),0_L).$$

对于性质6), 有

$$\underline{R}_{\mathcal{I}}(\bar{1}_M)(x)=\bigwedge_{y\in U}\mathcal{I}(R(x,y),\bar{1}_M(y))=$$

$$\bigwedge_{y\notin M}\mathcal{I}(R(x,y),0_L)\wedge\bigwedge_{y\in M}\mathcal{I}(R(x,y),1_L)=$$

$$\bigwedge_{y\notin M}\mathcal{I}(R(x,y),0_L).$$

由此定理3可证. □

4 结 论

本文在区间值直觉模糊逻辑算子的基础上, 构建了一种区间值直觉模糊粗糙集, 并推导出一些性质. 可以看出, 模糊粗糙集、粗糙模糊集、Pawlak经典粗糙集、直觉模糊粗糙集都是该模型的特殊情况. 这就为细腻地描述和处理一般的不确定数据提供了理论依据, 使得不确定理论的更广泛应用拥有了更好的数学基础. 下一步将研究特殊区间值直觉模糊关系和区间值直觉模糊粗糙近似算子之间的关系, 以及区间值直觉模糊信息系统中的知识约简和知识发现.

参考文献(References)

[1] Pawlak Z. Rough set [J]. Int J of Computer and Information Science, 1982, 11(5): 341-356.

[2] Dubios D, Prade H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets [J]. Int J of General Systems, 1990, 17(2): 191-209.

[3] Wu W Z, Leung Y, Mi J S. On characterizations of fuzzy rough approximation operators[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 154(1): 76-102.

[4] Zhou L, Wu W Z, Zhang W X. On characterization of intuitionistic fuzzy rough sets based on intuitionistic fuzzy implicators[J]. Information Sciences, 2009, 179(7): 883-898.

[5] Cornelis C, Cock M D, Kerre E E. intuitionistic fuzzy rough sets: At the crossroads of imperfect knowledge[J]. Expert Systems, 2003, 20(5): 260-270.

[6] 徐小来, 雷英杰, 谭巧英. 基于直觉模糊三角模的直觉模糊粗糙集[J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 900-904.
(Xu X L, Lei Y J, Tan Q Y. Intuitionistic fuzzy rough sets based on triangle norm[J]. Control and Decision, 2008, 23(8): 900-904.)

[7] Zhou L, Wu W Z. On generalized Intuitionistic fuzzy approximation operators[J]. Information Sciences, 2008, 178(11): 2448-2465.

[8] 路艳丽, 雷英杰, 华继学. 基于直觉模糊粗糙集的属性约简[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 335-341.
(Lu Y L, Lei Y J, Hua J X. Attribute reduction based on intuitionistic fuzzy set[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 335-341.)

[9] Atanassov K, Gargov G. Interval valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[10] Gutierrez G J, Rodabaugh S E. Order-theoretic, topological, categorical redundancies of interval-valued sets, grey sets, vague sets, interval-valued "intuitionistic" sets, "intuitionistic" fuzzy sets and topologies [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 156(3): 445-484.

[11] Hong D H. A note on correlation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 95(1): 113-117.

[12] Bustince H, Burillo P. Correlation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 74(2): 237-244.

[13] Atanassov K. Operators over interval valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 64(2): 159-174.

[14] Mondal T K, Samanta S K. Topology of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 119(3): 483-494.

[15] Ye J. Multicriteria fuzzy decision-making method based on a novel accuracy function under interval-valued intuitionistic fuzzy environment[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 6899-6902.

[16] Xu Z S, Chen J. Approach to group decision making based on interval-valued intuitionistic judgment matrices[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2007, 27(4): 126-133.

[17] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)

(上接第613页)

[8] Jiang J, Dou W H. A coverage-preserving density control algorithm for wireless sensor networks[C]. Int Conf on AD-HOC Networks and Wireless. Vancouver, 2004: 42-55.

[9] 贾杰, 陈剑, 常桂然. 移动传感器网络基于安全连接的节点位置优化[J]. 软件学报, 2009, 20(4): 1038-1047.
(Jia J, Chen J, Chang G R. Optimal sensor deployment based on secure connection in mobile sensor network[J]. J of Software, 2009, 20(4): 1038-1047.)