

文章编号: 1001-0920(2010)01-0137-04

## 基于博弈论和 VMI 的收益共享机制协调模型

张成堂<sup>1,2</sup>, 周永务<sup>2</sup>

(1. 安徽农业大学 理学院, 合肥 230036; 2. 合肥工业大学 物流与供应链管理研究所, 合肥 230009)

**摘要:** 以供应商和零售商组成的二阶段供应商管理库存(VMI)供应链系统为研究对象, 考虑随机需求下的 VMI 系统中可能存在的滞销成本或缺货惩罚, 建立了传统、Stackelberg 博弈、Nash 协商的 3 种收益共享机制的协调模型, 并得出 Nash 协商能完美协调分散式 VMI 供应链的结论. 最后, 通过数值算例对相关结论进行了验证和分析.

**关键词:** 供应商管理库存; 收益共享; Nash 协商; 供应链协调

中图分类号: F274

文献标识码: A

## Revenue sharing mechanism coordination model based on game theory and VMI

ZHANG Cheng-tang<sup>1,2</sup>, ZHOU Yong-wu<sup>2</sup>

(1. Institute of Science, Anhui Agricultural University, Hefei 230036, China; 2. Institute of Logistics and Supply Chain Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China. Correspondent: ZHANG Cheng-tang, E-mail: zhangchentang@ahau.edu.cn)

**Abstract:** Taking the two-stage vendor managed inventory (VMI) supply chain system composed of suppliers and retailers as the research object, considering the possibility of unsalable cost or out punishment under the stochastic demand of the VMI system, a coordination model with three kinds of revenue sharing mechanisms of traditional, Stackelberg game and Nash negotiation is built up. It is derived that Nash negotiation can coordinate distributed VMI supply chain perfectly. Finally, through numerical examples, the relevant conclusions are verified and analyzed.

**Key words:** Vendor managed inventory; Revenue sharing; Nash negotiation; Supply chain coordination

### 1 引言

供应商管理库存(VMI)是一种建立在零售商与供应商之间合作型的库存管理模式,已引起众多学者的普遍关注<sup>[1-5]</sup>. 实施 VMI 策略能有效降低供应链成本,提高供应链柔性,从而提升供应链的整体竞争力,但供应商也可能因承担客户的库存成本而增加自身的管理和处理成本. 如何保证供应链成员的互利性是 VMI 实施的动力源泉,用收益共享机制去协调 VMI 下的供应链,也成为目前研究的热点之一<sup>[6-9]</sup>. 收益共享机制是通过制订供应链总收入在成员间的比例分配关系,达到供应链系统的协调<sup>[1]</sup>. Yigal Gerchak 等<sup>[2]</sup>考虑的是存在多个销售期的 VMI 环境,供应商和零售商之间的利润分配通过收益分享的形式给定,零售商根据每期期末向供应商报告销售量支付所获收益,供应商根据零售商报告

的销售量来确定下一期给予零售商的产品补充数量. 供应商因而处于 Stackelberg 领导者地位,他们假定收益分享比例是给定的. 刘鹏飞等<sup>[9]</sup>研究了随机需求下的供应商管理库存模型,通过调节收益共享系数实现供应链成员收益的分配. 但此模型假设商品残值为零,没有考虑缺货惩罚问题.

在实际的 VMI 系统中,销售季末商品常常出现剩余或供不应求. 本文在文献[6,9]的基础上,考虑到掌握库存控制权的供应商在承担库存成本的同时,还须担负商品库存数量不足带来的缺货损失. 因此给出一体化 VMI 供应链下的最优库存补充数量及系统最优收益值;然后建立了传统、Stackelberg 博弈、Nash 协商的 3 种收益共享机制协调模型;最后实现分散式 VMI 供应链的完美协调,使其应用更具有可操作性和广泛性.

收稿日期: 2009-02-25; 修回日期: 2009-05-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70771034); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20060359007).

作者简介: 张成堂(1977—),男,安徽六安人,讲师,从事供应链管理、运筹与决策等研究;周永务(1964—),男,安徽庐江人,教授,博士生导师,从事物流与供应链管理、运筹优化等研究.

## 2 模型分析

考虑由一个供应商和一个零售商组成的两层 VMI 供应链,二者均为风险中性. 其中供应商以批发价格  $w$  提供成本价格  $c$  的一种单周期产品给零售商;零售商以零售价格  $p$  直接销售产品给顾客,面临的市场需求为非负、连续的随机变量  $d$ ,且服从均匀分布: $d \sim U[0, m]$ . 本文其他相关记号约定: $h$  为产品的单位库存持有成本; $g$  为单位产品的缺货损失; $s(\cdot, q)$  和  $r(\cdot, q)$  分别为供应商和零售商的收益,其中  $\cdot$  和  $q$  为决策变量; $s(q)$  为订货数量为  $q$  时的期望销售数量, $I(q)$  为期望库存量, $L(q)$  为期望缺货量;对理性的决策者,可假定  $p > w > c > g > h$ .

### 2.1 一体化 VMI 供应链

在分散式 VMI 供应链下,供应商负责对零售商处的库存进行监控及执行补货决策,并承担相应的库存成本及缺货损失. 该模式下供应商和零售商的收益分别为

$$\begin{aligned} s(q) &= ws(q) - hI(q) - gL(q) - cq = \\ & (w + g - c)q - (w + g + h) \frac{q^2}{2m} - \frac{gm}{2}, \\ r(q) &= (p - w)s(q) = \\ & pq - wq - \frac{pq^2}{2m} + \frac{wq^2}{2m}. \end{aligned} \quad (1)$$

在一体化 VMI 供应链下,供应商和零售商作为整体进行集中决策,此时 VMI 供应链系统整体收益为

$$\begin{aligned} j(q) &= s(q) + r(q) = \\ & (p + g - c)q - (p + g + h) \frac{q^2}{2m} - \frac{gm}{2}. \end{aligned}$$

为使系统整体收益最大,可确定最优库存补充数量

$$q^* = \frac{(p + g - c)m}{p + g + h}.$$

一体化 VMI 下,供应链整体最优收益为

$$j(q^*) = \frac{m}{2} \left[ \frac{(p + g - c)^2}{p + g + h} - g \right].$$

### 2.2 VMI 下收益共享协调机制

在分散式 VMI 下,供应链成员均追求各自利益最大化,难以达到供应链整体收益最优,因此引入收益共享机制(RSM),使供应商和零售商之间的利益进行再分配. 通过适当地分配比例系数去协调,从而能有效提高供应链整体效率. 设  $\alpha$  为收益共享系数(即零售商对售出单位商品的收益共享保留比例),  $0 < \alpha < 1$ .

#### 2.2.1 传统的 RSM 协调

实施收益共享机制后,供应商和零售商的收益分别为

$$\begin{aligned} s(\alpha, q) &= \\ & (1 - \alpha)ps(q) - hI(q) - gL(q) - cq = \\ & [(1 - \alpha)p + g - c]q - [(1 - \alpha)p + \\ & g + h] \frac{q^2}{2m} - \frac{gm}{2}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$r(\alpha, q) = pq - \frac{pq^2}{2m}. \quad (3)$$

令  $\frac{\partial s(\alpha, q)}{\partial q} = 0$ , 得最优库存补充数量为

$$q^* = \frac{[(1 - \alpha)p + g - c]m}{(1 - \alpha)p + g + h}.$$

令  $q^* = q^*$ , 得最优收益共享系数  $\alpha^* = 0$ , 此时

$$s(\alpha^*, q^*) + r(\alpha^*, q^*) =$$

$$\frac{m}{2} \left[ \frac{(p + g - c)^2}{p + g + h} - g \right] = j(q^*),$$

即供应链的整体效益达到了一体化时的最优水平. 但供应商占有了全部收益,零售商丧失了所有利润空间,传统的 RSM 协调显然难以实行.

#### 2.2.2 Stackelberg 博弈的 RSM 协调

在 VMI 模式下,供应商承担库存成本和缺货损失. 作为 Stackelberg 博弈主导方的零售商首先确定收益共享系数,并使跟从方(即供应商)的收益不低于其在分散式 VMI 下的收益,保证收益共享机制的实行. 给出基于完全信息的两阶段 Stackelberg 博弈过程

$$\max r(\alpha, q) = pq - \frac{pq^2}{2m}; \quad (4)$$

$$\text{s. t. } \arg \max_q s(\alpha, q) =$$

$$\begin{aligned} & [(1 - \alpha)p + g - c]q - \\ & [(1 - \alpha)p + g + h] \frac{q^2}{2m} - \frac{gm}{2}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$s(\alpha, q) \geq s(q). \quad (6)$$

在预料到零售商的反应之后,理性的供应商将根据式(5)确定自身利润最大化的最优库存补充数量

$$q^* = \frac{[(w + g - c)m]}{w + g + h}. \quad (7)$$

将式(7)代入(4)和(6),得零售商的最优收益共享系数  $\alpha^*$ ,从而将  $\alpha^*$  和  $q^*$  代入式(2)和(3),可确定供应商和零售商的最优收益分别为

$$\begin{aligned} s(\alpha^*, q^*) &= \\ & [(1 - \alpha^*)p + g - c]q^* - \\ & [(1 - \alpha^*)p + g + h] \frac{q^{*2}}{2m} - \frac{gm}{2}, \\ r(\alpha^*, q^*) &= \alpha^* pq^* - \frac{\alpha^* pq^{*2}}{2m}. \end{aligned}$$

#### 2.2.3 Nash 协商的 RSM 协调

比较 Stackelberg 博弈的 RSM 协调与一体化

VMI 供应链下, 供应商的库存补充数量

$$q^* = \left[ 1 - \frac{h+c}{w+g+h} \right] m <$$

$$\left[ 1 - \frac{h+c}{p+g+h} \right] m = q^*.$$

显然只有供应商将最优库存补充数量从  $q^*$  增加到  $q^*$  时, 供应链整体绩效才会提高. 考虑以 Stackelberg 博弈的 RSM 协调中供应商和零售商的最优收益为谈判起点, 即以  $s(2^*, q^*)$  和  $r(2^*, q^*)$  为谈判起点, 建立 Nash 协商优化模型

$$\max Q(\cdot) = [s(\cdot, q^*) - s(2^*, q^*)] \cdot [r(\cdot, q^*) - r(2^*, q^*)];$$

s. t.  $s(\cdot, q^*) \geq s(2^*, q^*)$ ,  
 $r(\cdot, q^*) \geq r(2^*, q^*)$ .

其中

$$s(\cdot, q^*) = \frac{[(1-\alpha)p+g-c](p+g-c)m}{p+g+h} - \frac{[(1-\alpha)p+g+h](p+g-c)^2m}{2(p+g+h)^2} - \frac{gm}{2}, \quad (8)$$

$$r(\cdot, q^*) = \frac{mp(p+g-c)}{p+g+h} - \frac{mp(p+g-c)^2}{2(p+g+h)^2}. \quad (9)$$

将 Nash 协商优化模型转化为非线性规划问题

$$\min \bar{Q}(\cdot) = \left\{ \frac{[(1-\alpha)p+g-c](p+g-c)m}{p+g+h} - \frac{gm}{2} - \frac{[(1-\alpha)p+g+h]}{2(p+g+h)^2} \cdot (p+g-c)^2m - s(2^*, q^*) \right\} \times [r(2^*, q^*) - \frac{mp(p+g-c)}{p+g+h} + \frac{mp(p+g-c)^2}{2(p+g+h)^2}],$$

$$f_1(\cdot) = s(\cdot, q^*) - s(2^*, q^*) = 0,$$

$$f_2(\cdot) = r(\cdot, q^*) - r(2^*, q^*) = 0.$$

其目标函数和约束函数的梯度为

$$\nabla \bar{Q}(\cdot) = \left( \frac{pq^*}{2m} - pq^* \right) [(p+g-c)q^* - (p+g+h)\frac{q^{*2}}{2m} - \frac{gm}{2} - s(2^*, q^*) + 2pq^*(\frac{q^*}{2m} - 1) + r(2^*, q^*)],$$

$$\nabla f_1(\cdot) = pq^*(\frac{q^*}{2m} - 1),$$

$$\nabla f_2(\cdot) = pq^*(1 - \frac{q^*}{2m}),$$

其中

$$q^* = \frac{(p+g-c)m}{p+g+h}.$$

对第 1 个和第 2 个约束条件分别引入广义 Lagrange 乘子  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ , 设 Kuhn-Tucker 点为  $\lambda_3^*$ , 写出非线性规划问题的 K-T 条件

$$\nabla \bar{Q}(\lambda_3^*) - \lambda_1 [pq^*(\frac{q^*}{2m} - 1)] - \lambda_2 [pq^*(1 - \frac{q^*}{2m})] = 0,$$

$$\lambda_1 [s(\lambda_3^*, q^*) - s(2^*, q^*)] = 0,$$

$$\lambda_2 [r(\lambda_3^*, q^*) - r(2^*, q^*)] = 0,$$

$$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0.$$

令  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ , 得

$$\lambda_3^* = \frac{p+g+h}{(p+g+2h+c)p} \cdot \left[ \frac{p+g-c}{2} - \frac{(p+g+h)g}{2(p+g-c)} + \frac{p+g+h}{m(p+g-c)} [r(2^*, q^*) - s(2^*, q^*)] \right].$$

$\lambda_3^*$  为 K-T 点, 由于该非线性规划问题为凸规划,  $\lambda_3^*$  便是全局  $\bar{Q}(\cdot)$  的极小点, 即为  $Q(\cdot)$  的极大点.

将  $\lambda_3^*$  代入式(8)和(9), 得供应商和零售商的最优收益  $s(\lambda_3^*, q^*)$  和  $r(\lambda_3^*, q^*)$ , 可以验证

$$s(\lambda_3^*, q^*) + r(\lambda_3^*, q^*) = \frac{m}{2} \left[ \frac{(p+g-c)^2}{p+g+h} - g \right] = s_j(q^*).$$

以上表明 Nash 协商的 RSM 协调可使供应链系统达到一体化时的最优库存补充数量和收益, 并且供应链成员各自收益都不低于 Stackelberg 博弈的 RSM 协调下的水平.

### 3 数值算例

在 VMI 环境下, 需求为随机变量  $d$  服从均匀分布  $d \sim U[0, m]$ , 考虑  $m = 2000$  时, 单位产品的各种成本参数的变化对决策变量  $q$ , 以及收益值的影响.

分析表 1 ~ 表 3 数据可知, 传统的 RSM 协调可使整体收益达到一体化 VMI 下的收益, 但收益共享系数为 0, 即供应商占有全部收益, 零售商的收益为 0. 对理性的零售商而言, 传统的 RSM 协调机制显然难以接受. Stackelberg 博弈的 RSM 协调对成员收益进行了一定比例的分配, 比传统的 RSM 协调具有一定的可操作性, 但收益共享系数在 3 种 RSM 协调中为最高. 供应商对库存补充缺乏积极性, 因此供应商的库存补充量达不到一体化时的最优数量, 供应链渠道效益也难以达到最大. Nash 协商的 RSM 协调下的收益共享系数居中, 能使供应链整体效益和

表 1 传统的 RSM 协调

$p$	$w$	$c$	$h$	$g$	$q_1^*$	$i^*$	$r(1^*, q_1^*)$	$s(1^*, q_1^*)$	$j(1^*, q_1^*)$	$j(q^*)$
60	40	20	12	15	1264	0	0	19770	19770	19770
60	45	24	14	17	1165	0	0	13868	13868	13868
65	45	20	12	15	1304	0	0	24130	24130	24130
70	45	20	14	17	1327	0	0	27446	27446	27446
70	50	28	16	19	1162	0	0	16438	16438	16438

表 2 Stackelberg 博弈的 RSM 协调

$p$	$w$	$c$	$h$	$g$	$q_2^*$	$z^*$	$r(2^*, q_2^*)$	$s(2^*, q_2^*)$	$j(2^*, q_2^*)$	$j(q^*)$
60	40	20	12	15	1045	0.33	15438	3284	18722	19770
60	45	24	14	17	1000	0.25	11250	2000	13250	13868
65	45	20	12	15	1111	0.31	16049	7222	23271	24130
70	45	20	14	17	1105	0.36	19997	6210	26207	27446
70	50	28	16	19	965	0.28	14461	776	15417	16438

表 3 Nash 协商的 RSM 协调

$p$	$w$	$c$	$h$	$g$	$q^*$	$z^*$	$r(3^*, q^*)$	$s(3^*, q^*)$	$j(3^*, q^*)$	$j(q^*)$
60	40	20	12	15	1264	0.31	15962	3808	19770	19770
60	45	24	14	17	1165	0.23	11559	2309	13868	13868
65	45	20	12	15	1304	0.29	16479	7651	24130	24130
70	45	20	14	17	1327	0.33	20616	6830	27446	27446
70	50	28	16	19	1162	0.26	15151	1287	16438	16438

库存补充水平达到一体化时的最优值,同时保证供应商和零售商均比 Stackelberg 博弈中的收益有进一步提高.因此,Nash 协商的 RSM 协调完美地协调了分散式 VMI 下各供应链成员的利益.

#### 4 结 论

相关研究文献表明,收益共享机制能有效协调 VMI 供应链,有利于提高供应商参与 VMI 机制的积极性.本文针对随机需求下的两层 VMI 供应链模型,考虑 VMI 系统中存在的滞销成本或缺货罚金,优化了传统 RSM 协调中的收益共享系数,理论分析和数值实例均论证了建立 Nash 协商的 RSM 协调模型,能实现供应商和零售商的双赢,使系统整体收益达到 pareto 最优.当然,该协调模型是在假设信息对称、一对一的 VMI 系统上建立的.进一步的研究可以考虑信息不对称、多对多以及多阶段多期供应链等情形,不过在数学分析上会有很大难度和局限性.

#### 参考文献(References)

[1] De Kok A G, Graves S C. Handbooks in operations research and management science — Supply chain management: Design, coordination and operation [M]. Amsterdam: Elsevier B V, 2003: 229-258.

[2] Yigal Gerchak, Eugene Khmelnsky. A consignment system where suppliers cannot verify retailer's sales reports[J]. Int J of Production Economics, 2003, 83 (1): 37-43.

[3] Andres Angulo, Heather Nachtmann, Matthew A Waller. Supply chain information sharing in a vendor managed inventory partnership [J]. Business Logistics, 2004, 25(1): 101-120.

[4] Ben A Chaouch. Stock levels and delivery pates in vendor managed inventory programs [J]. Production and Operations Management, 2001, 10(1): 31-44.

[5] Sila Centinkaya, Chung-Yee Lee. Stock replenishment and shipment scheduling for vendor-managed inventory system[J]. Management Science, 2000, 46(2): 217-232.

[6] Wang Y Z, Jiang L, Shen Z J. Channel performance under consignment contract with revenue sharing [J]. Management Science, 2004, 50(1): 34-47.

[7] 蔡建湖, 黄卫来, 周根贵. 基于收益分享契约的 VMI 模型研究[J]. 中国管理科学, 2006, 14(4): 108-113. (Cai J H, Huang W L, Zhou G G. Study on VMI model based on revenues - sharing contract [J]. Chinese J of Management Science, 2006, 14(4): 108-113.)

(下转第 144 页)

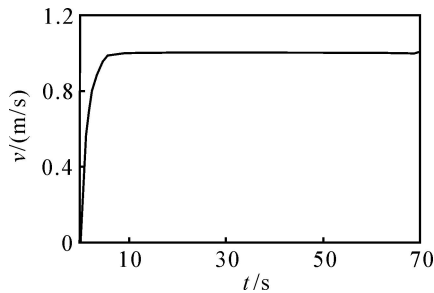


图4 深海采矿车专家模糊控制车体速度曲线

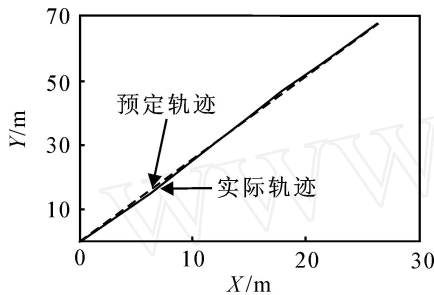


图5 深海采矿车轨迹仿真曲线

## 5 结 论

本文针对深海采矿车工作环境的多变性特点和采矿车控制系统的各参数的时变性、非线性特点,提出了控制规则专家模糊控制策略.采用 Matlab 进行仿真,仿真结果表明,采用专家模糊控制算法可使采矿车有效跟踪给定的规划路径,深海采矿车的直线行走轨迹控制精度满足深海采矿行走要求,验证了算法的可行性和有效性.该研究结果对履带机器人的运动控制也具有一定的指导意义.

## 参考文献(References)

[1] 陈峰,王随平,韩晓英.深海集矿机器人的自修正专家模糊控制[J].中南大学学报,2005,36(6):1059-1062.  
(Chen F, Wang S P, Han X Y. Self-adjustable expert fuzzy control of deep ocean mining robot [J]. J of

Central South University of Technology, 2005, 36(6): 1059-1062.)

- [2] 韩晓英,王随平,陈峰,等.深海采矿车的自修正专家模糊控制[J].计算技术与自动化,2005,3(1):10-12.  
(Han X Y, Wang S P, Chen F, et al. Self-adjustable expert fuzzy control of deep ocean mining robot [J]. Computing Technology and Automation, 2005, 3(1): 10-12.)
- [3] 王随平,熊光辉,陈勇.深海集矿机模型车避障系统设计[J].控制技术,2008,16(5):640-642.  
(Wang S P, Xiong G H, Chen Y. The design of obstacle avoidance system in the mould of deep-sea mining vehicle [J]. Control Technology, 2008, 16(5): 640-642.)
- [4] Zhang Q, Yang Y M, Li Y. Soccer robot anti-collision control based on modified artificial potential method[J]. Robot, 2007, 24(1): 13-15.
- [5] 刘永,彭正洪.基于 MATLAB 的模糊逻辑控制系统的设计与仿真[J].武汉大学学报,2008,41(2):132-135.  
(Liu Y, Peng Z H. Design and simulation of fuzzy logic control system based on MATLAB[J]. Engineering J of Wuhan University, 2008, 41(2): 132-135.)
- [6] Reignier P. Fuzzy technique for mobile robot obstacle avoidance [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 12(12): 143-153.
- [7] Wang J S, Liu X J. Analysis of a novel cylindrical 3-DoF parallel robot [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2008, 42(1): 31-46.
- [8] 韩晓英.深海集矿机行走控制研究[D].长沙:中南大学,2006.  
(Han X Y. Research on the walking control of deep-sea mining vehicle [D]. Changsha: Central South University, 2006.)

(上接第140页)

[8] 曹武军,李成刚,王学林,等.VMI环境下收入共享契约分析[J].管理工程学报,2007,21(1):51-55.  
(Cao W J, Li C G, Wang X L, et al. Analysis on the revenue sharing contract in VMI[J]. J of Industrial Engineering / Engineering Management, 2007, 21(1): 51-55.)

[9] 刘鹏飞,谢如鹤,刘广海.基于收益共享机制的VMI协调[J].系统工程,2008,26(7):81-85.

(Liu P F, Xie R H, Liu G H. Vendor-managed inventory coordination based on revenue sharing mechanism[J]. Systems Engineering, 2008, 26(7): 81-85.)

- [10] 张维迎.博弈论与信息经济学[M].上海:上海人民出版社,2004.  
(Zhang W Y. Game theory and information economics [M]. Shanghai: Shanghai People Press, 2004.)