

文章编号: 1001-0920(2009)12-1775-06

基于观测器的非线性时变时滞系统自适应重复控制

陈为胜

(西安电子科技大学 应用数学系, 西安 710071)

摘要: 针对一类未知时变时滞非线性系统, 提出一种基于观测器的重复控制方案. 采用线性矩阵不等式设计非线性观测器, 所设计的控制律含有 PID 反馈项, 常值参数自适应律是微分-差分型的, 时变参数学习律是差分型的. 在假设未知时变时滞、时变参数和参考输出的周期有已知的最小公倍数下, 通过构造一个 Lyapunov-Krasovskii 型复合能量函数, 证明了所有闭环信号有界且输出跟踪误差收敛. 仿真实例表明了算法的有效性.

关键词: 自适应重复控制; 非线性观测器; 时变时滞; 复合能量函数

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Observer-based adaptive repetitive control for nonlinear systems with time-varying delays

CHEN Wei-sheng

(Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China. E-mail: wshchen@126.com)

Abstract: An observer-based repetitive control scheme is developed for a class of nonlinear systems with unknown time-varying delays. Linear matrix inequality (LMI) method is employed to design the nonlinear observer. The designed controller contains a PID feedback term. The adaptive law of unknown constant parameter is differential-difference type, and the adaptive law of unknown time-varying parameter is difference type. It is assumed that the least common multiple of periods of unknown time-varying parameters, time-varying delay and reference signal are known. By constructing a Lyapunov-Krasovskii-like composite energy function (CEF), it is proved that all closed-loop signals are bounded and the tracking error converges. Simulation examples show the effectiveness of control algorithm.

Key words: Adaptive repetitive control; Nonlinear observer; Time-varying delays; Composite energy function

1 引言

迭代学习控制(ILC)和重复控制(RC)是两种重要的学习控制方法, 在过去的 20 多年里, 传统的 ILC 和 RC 都取得了很大进展^[1-3]. 最近, 一些学者将自适应控制方法融合于 ILC 和 RC, 提出了自适应 ILC(AILC)^[4-7]和自适应 RC(ARC)^[8-11]. 这些新的学习控制设计方法仅对系统中的未知常值或时变参数采用各种方法进行估计. 例如参数估计在时域中进行^[4], 或在迭代域中进行^[5], 或在两个域中同时进行^[6]. 基于复合能量函数(CEF)的 AILC 或 ARC, 在处理未知周期时变参数的学习问题中起了重要作用, 这种方法最初见于文献[7], 文献[12]将其应用于解决未知周期时变参数的自适应控制问题.

在现有的学习控制文献中, 仅有很少一部分是

研究时滞系统的^[13-16]. 其中: 文献[13, 14]采用了传统的设计方法; [15]采用了傅立叶级数法; 而作者在[16]中首次从 ARC 的角度, 基于 CEF 方法研究了时滞系统的状态反馈自适应学习控制问题. 但状态不可测时, 非线性时变时滞系统的 ARC 问题仍有待于研究.

基于以上讨论, 本文将考虑状态不可测条件下, 不确定非线性时变时滞系统的 ARC 问题, 但其设计思想同样可用于解决该类系统的 AILC 问题. 本文的设计思想部分地受到文献[11]的启示, 但又与[11]有着很大不同, 主要体现在以下几个方面:

1) 从系统结构的角度看, 文献[11]所研究的系统是本文所研究系统的一个特例; 本文研究的系统首次考虑了不匹配的非线性项和匹配的不确定时变时滞项, 这是[11]所不能解决的.

收稿日期: 2009-01-08; 修回日期: 2009-04-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60804021).

作者简介: 陈为胜(1977—), 男, 山东莒县人, 副教授, 博士, 从事学习控制、神经网络控制等研究.

2) 从观测器设计的角度看, 由于系统出现了不匹配的非线性项, 文献[11]所采用的线性观测器不能解决系统状态的估计问题; 本文基于线性矩阵不等式(LMI)设计了一种新型的非线性观测器, 这同时增加了系统稳定性分析的难度.

3) 从控制设计的角度看, 不同于文献[11], 本文的控制律中包含了PID型的反馈项, 并且常值参数自适应学习律是微分-差分型的, 这有助于改善系统的控制性能.

4) 从稳定性分析的角度看, 由于系统中出现了不确定的时变时滞项, 本文构造了一种新型的Lyapunov-Krasovskii型复合能量函数, 用来分析系统的稳定性和跟踪误差的收敛性.

本文规定 $\|\cdot\|$ 表示向量或矩阵的 2-范数, $\|\cdot\|_s = \max_{t \in [0, +\infty)} \|\cdot\|$; 对于函数 $r(t), t \in [t-T, t)$, 定义 L^2_{T-} 范数为 $\int_{t-T}^t \|r(\sigma)\|^2 d\sigma$, 采用 $C^0\{R^{m \times n}, [a, b)\}$ 和 $C^1\{R^{m \times n}, [a, b)\}$ 分别表示定义在区间 $[a, b)$ 上的 m 行 n 列矩阵值连续函数集合.

2 问题描述

考虑一类不确定非线性输出时变时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x, t) + \\ B[u + \Theta(t)\xi(x, t) + \\ \eta(y(t - \tau(t)), t)], \\ y = Cx, \\ y(t) = \tilde{\omega}(t), t \in [-\tau_{\max}, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$ 是系统状态向量, $y \in R^m$ 是系统输出, $u \in R^m$ 是控制输入向量; $f: R^{n+1} \rightarrow R^n$ 和 $\xi: R^{n+1} \rightarrow R^{n_1}$ 是已知的向量值函数; $\Theta(t) \in C^0\{R^{m \times n_1}, [a, b)\}$ 表示时变参数化不确定项, $\eta: R^{m+1} \rightarrow R^m$ 表示时变时滞不确定项; $\tau(t) \in C^1\{R^{1 \times 1}, [a, b)\}$ 是系统输出 $y(t)$ 的未知时变延迟, 满足 $0 < \tau(t) \leq \tau_{\max}$, $\tau_{\max} > 0$ 是未知参数; $\tilde{\omega}(t) \in C^0\{R^{m \times 1}, [-\tau_{\max}, 0)\}$ 表示系统(1)的初始条件; A, B 和 C 是相应维数的常值矩阵, 且满足 $\text{rank}(CB) = m$, 仅输出 $y(t)$ 可测.

本文控制设计和稳定性分析将基于以下假设:

假设 1 未知参数 $\Theta(t)$ 是周期的, 并且周期 T_Θ 已知, 即 $\Theta(t + T_\Theta) = \Theta(t)$. 这同时表明 $\|\Theta(t)\|$ 是有界的, 记 $\theta_m = \|\Theta(t)\|_s < +\infty$, 但 θ_m 未知.

假设 2 不确定函数 $\eta(v, t)$ 关于第 2 个变量 t 是周期的, 且周期 T_η 已知, 即 $\eta(v, t + T_\eta) = \eta(v, t)$. 同时对于 $\forall v_1, v_2 \in R^m$, 有

$$\|\eta(v_1, t) - \eta(v_2, t)\| \leq \|v_1 - v_2\| \phi(v_1, v_2) \vartheta. \quad (2)$$

其中: $\phi(v_1, v_2)$ 是已知的连续非线性函数, ϑ 是未知参数.

假设 3 时变时滞 $\tau(t)$ 是周期的, 且周期 T_τ 已知, 且满足 $\dot{\tau} \leq \mu < 1$, 即 $-(1 - \dot{\tau}) / (1 - \mu) < -1$.

假设 4 $f(x, t)$ 和 $\xi(x, t)$ 满足全局 Lipschitz 条件, 即 $\forall \chi_1, \chi_2 \in R^n$, 有

$$\|f(\chi_1, t) - f(\chi_2, t)\| \leq \|\chi_1 - \chi_2\| \rho, \quad (3)$$

$$\|\xi(\chi_1, t) - \xi(\chi_2, t)\| \leq \|\chi_1 - \chi_2\| l. \quad (4)$$

其中: ρ 是已知的 Lipschitz 常数, l 是未知的 Lipschitz 常数.

本文的 ARC 问题描述如下: 对于给定的周期为 T_r 的输出参考信号 $y_r(t) \in C^1\{R^{m \times 1}, [0, +\infty)\}$, 设计合适的控制输入 $u(t)$, 使得系统输出跟踪误差 $y - y_r$ 依 L^2_{T-} 范数收敛于零.

为了简化设计过程, 记 T 为 T_Θ, T_η, T_τ 和 T_r 的最小公倍数, 这意味着 T 是 $\Theta(t), \tau(t), y_r(t)$ 和 $\eta(y, t)$ (关于 t) 的共同周期. 类似于文献[11], 本文将用到以下关于矩阵迹的两个重要结论: 对于 $A_1, A_2, A_4, W \in R^{m \times n_1}, A_3 \in R^{m \times m}, \omega_1 \in R^{n_1}$ 和 $\omega_2 \in R^m$, 有

$$\begin{aligned} P_1^0: & \text{Tr}(A_1 - A_2)^T A_3 (A_1 - A_2) - \\ & \text{Tr}(A_1 - A_4)^T A_3 (A_1 - A_4) = \\ & 2\text{Tr}(A_4 - A_2)^T A_3 (A_1 - A_2) - \\ & \text{Tr}(A_4 - A_2)^T A_3 (A_4 - A_2), \end{aligned}$$

$$P_2^0: \text{Tr}(\omega_1 \omega_2^T W) = \omega_2^T W \omega_1.$$

以下引理将用于求解非线性观测器:

引理 1 (Schur 补定理^[11]) 矩阵不等式

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} < 0$$

等价于

$$S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0.$$

其中: $S_{11} = S_{11}^T, S_{22} = S_{22}^T$.

3 观测器和控制器设计

3.1 观测器设计

由于系统状态不可测, 设计以下状态观测器估计系统状态:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = v - Dy, \\ \dot{v} = (FA - LC)v + Ff(\hat{x}, t) + \\ [L(I_m + CD) - FAD]y. \end{cases} \quad (5)$$

其中: \hat{x} 表示 x 的估计, $v \in R^n$ 且 $v(0) = 0, D = -B(CB)^{-1} \in R^{n \times m}, F = I_n + DC \in R^{n \times n}, I_m$ 和 I_n 分别表示 m 阶和 n 阶单位矩阵, 观测器增益 $L \in R^{n \times m}$ 满足

$$\begin{aligned} (FA - LC)^T P + P(FA - LC) + \\ \iota^{-1} P^2 + \varphi^2 \|F\|^2 I_n < -Q. \end{aligned} \quad (6)$$

这里: P, Q 是正定矩阵; ι 是正的常数. 基于引理 1, 不等式(6)等价于以下 LMI:

$$\begin{bmatrix} M & P \\ P & -\iota I_n \end{bmatrix} < 0.$$

其中： $M = (FA)^T P - C^T W^T + PFA - WC + \iota^{-1} \rho^2 \|F\|^2 I_n + Q$, Q 是给定的正定矩阵. 事实上, 可以采用 Matlab 工具箱求解 P, Q 和 ι , 然后计算观测器增益 $L = P^{-1}W$.

定义观测误差 $\epsilon = x - \hat{x}$, 由式(1) 和(5) 可得 $\dot{\epsilon} = (FA - LC)\epsilon + F(f(x, t) - f(\hat{x}, t))$. (7)

3.2 控制器设计

为了推导自适应学习控制算法, 重写输出跟踪误差 $e = y - y_r$ 的动态方程如下:

$$\dot{e} = h(x, t) + CB[u + \beta(t)\Xi(x, t) + \Lambda] + CB[u + \beta(t)\Xi(\hat{x}, t)] + h(\hat{x}, t) + g. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} h(x, t) &= CAx + Cf(x, t), \\ \beta(t) &= [\Theta(t) \mid \eta(y_r(t - \tau(t)), t) - (CB)^{-1} \dot{y}_r(t)], \\ \Xi(x, t) &= [\Xi(x, t)^T \mid 1]^T, \\ \Lambda &= \eta(y(t - \tau(t)), t) - \eta(y_r(t - \tau(t)), t), \\ g &= h(x, t) - h(\hat{x}, t) + CB\beta(t)(\Xi(x, t) - \Xi(\hat{x}, t)) + CBA. \end{aligned} \quad (9)$$

基于式(8), 控制律和学习律设计如下:

$$\begin{aligned} u &= -\hat{\beta}(t)\Xi(\hat{x}, t) - (CB)^{-1}(h(\hat{x}, t) + \hat{\Psi}e + K_P e + K_I \int_0^t e(\sigma) d\sigma + K_D \dot{e} + \frac{\lambda}{4(1-\mu)} e \phi^2(y, y_r)); \end{aligned} \quad (10)$$

$$\hat{\beta}(t) = \begin{cases} \Gamma_0(t)(CB)^T e \Xi^T(\hat{x}, t), & t \in [0, T]; \\ \hat{\beta}(t - T) + \Gamma(CB)^T e \Xi^T(\hat{x}, t), & t \in [T, \infty); \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} (1 - \zeta) \dot{\hat{\Psi}} = -\zeta \hat{\Psi} + \zeta \hat{\Psi}(t - T) + \delta \|e\|^2, \\ \hat{\Psi}(t) = 0, & t \in [-T, 0]. \end{cases} \quad (12)$$

其中: $K_P, K_I, K_D \in R^{m \times m}$ 是正定矩阵, K_P 的最小特征值记为 γ , λ 是 Q 的最小特征值; $\Gamma \in R^{m \times m}$ 是对角型正定增益矩阵; $\Gamma_0(t) \in C^0\{R^{m \times m}, [0, T]\}$ 是第 1 个周期 $[0, T)$ 上的对角型正定学习时变增益矩阵, 且满足 $\Gamma_0(0) = 0, \Gamma_0(T) = \Gamma, \Gamma_0(t)$ 中的每一个元素均严格递增; $\hat{\beta}(t)$ 是未知周期时变参数 $\beta(t)$ 的估计, $\hat{\Psi}$ 是未知常值参数 $\Psi = ((\|CA\| + \|C\|\rho + \|CB\|\theta_m l)^2 + \|BC\|^2 \rho^2) / \lambda$ 的估计; $0 < \zeta < 1$ 和 $\delta > 0$ 是设计参数.

将式(10) 代入(8) 可得

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -K_P e - K_I \int_0^t e(\sigma) d\sigma - K_D \dot{e} + CB\hat{\beta}(t)\Xi(\hat{x}, t) - \frac{\lambda \phi^2(y, y_r)}{4(1-\mu)} e + g - \hat{\Psi}e, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\tilde{\beta}(t) = \beta(t) - \hat{\beta}(t)$ 表示 $\beta(t)$ 的估计误差.

3.3 稳定性分析

定理 1 对于系统(1), 由控制律(10), 自适应学习律(11) 和(12) 组成的控制方案确保系统观测误差和输出跟踪误差依 L^2_T 范数收敛于零. 同时确保所有闭环信号依 L^2_T 范数有界.

证明 首先定义 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$\begin{aligned} V(t) &= \epsilon^T P \epsilon + \frac{1}{2} e^T e + \frac{1}{2} e^T K_D e + \frac{1}{2} \left(\int_0^t e(\sigma) d\sigma \right)^T K_I \left(\int_0^t e(\sigma) d\sigma \right) + \frac{1 - \zeta}{2\delta} \tilde{\Psi}^2 + \frac{\lambda}{4(1-\mu)} \int_{t-\tau(t)}^t \|e(\sigma)\|^2 \times \phi^2(y(\sigma), y_r(\sigma)) d\sigma, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\tilde{\Psi} = \Psi - \hat{\Psi}$. 沿着式(7), (12) 和(13) 对(14) 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \epsilon^T [(FA - LC)^T P + F(FA - LC)] \epsilon + 2\epsilon^T P F (f(x, t) - f(\hat{x}, t)) + e^T [CB\tilde{\beta}(t)\Xi(\hat{x}, t) - K_P e - \hat{\Psi}e + g] - \frac{\lambda(1-\tau)}{4(1-\mu)} \|e(t-\tau)\|^2 \phi^2(y(t-\tau), y_r(t-\tau)) - \frac{1}{\delta} \tilde{\Psi} [-\zeta \hat{\Psi} + \zeta \hat{\Psi}(t-T) + \delta \|e\|^2]. \end{aligned} \quad (15)$$

采用不等式 $2a^T b \leq \iota^{-1} a^T a + \iota b^T b, a, b \in R^q, \iota > 0$, 同时考虑到不等式(3), 有

$$\begin{aligned} 2\epsilon^T P F (f(x, t) - f(\hat{x}, t)) &\leq \iota^{-1} \epsilon^T P^2 \epsilon + \varphi^2 \|F\|^2 \epsilon^T \epsilon. \end{aligned} \quad (16)$$

采用 Young 不等式 $\bar{a} \bar{b} \leq \bar{c} \bar{a}^2 + \bar{b}^2 / (4c), \forall c > 0$, 令 $c = 1/\lambda$, 由式(9) 可得

$$\begin{aligned} e^T g &\leq \Psi \|e\|^2 + \frac{\lambda}{4} \|\epsilon\|^2 + \frac{\lambda}{4} \|e(t-\tau)\|^2 \phi^2(y(t-\tau), y_r(t-\tau)), \end{aligned} \quad (17)$$

将式(16), (17) 代入(15), 由不等式(6) 和假设 1, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -\frac{3\lambda}{4} \epsilon^T \epsilon + e^T CB\tilde{\beta}(t)\Xi(\hat{x}, t) - \gamma \|e\|^2 - \frac{\zeta}{2\delta} [\tilde{\Psi}^2 - \tilde{\Psi}^2(t-\tau)]. \end{aligned} \quad (18)$$

定义以下 Lyapunov-Krasovskii 型 CEF:

$$\begin{aligned} E(t) &= V(t) + \frac{1}{2} \int_{t-T}^t \text{Tr}(\tilde{\beta}^T(\sigma) \Gamma^{-1} \tilde{\beta}(\sigma)) d\sigma + \frac{\zeta}{2\delta} \int_{t-T}^t \tilde{\Psi}^2(\sigma) d\sigma. \end{aligned} \quad (19)$$

接下来的证明包含 3 部分.

第 1 部分: 计算 CEF 差分. 对于 $t > T$, CEF 在一个周期上的差分为

$$\begin{aligned} \Delta E = & E(t) - E(t - T) = \\ & \int_{t-T}^t \dot{V}(\sigma) d\sigma + \frac{1}{2} \int_{t-T}^t [\text{Tr}\{\tilde{\beta}^T(\sigma)\Gamma^{-1}\tilde{\beta}(\sigma)\} - \\ & \text{Tr}\{\tilde{\beta}^T(\sigma - T)\Gamma^{-1}\tilde{\beta}(\sigma - T)\}] d\sigma + \\ & \frac{\xi}{2\delta} \int_{t-T}^t (\tilde{\Psi}^2(\sigma) - \tilde{\Psi}^2(\sigma - T)) d\sigma. \end{aligned} \quad (20)$$

采用矩阵的性质 P_1^0, P_2^0 和自适应学习律(11),有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{t-T}^t [\text{Tr}\{\tilde{\beta}^T(\sigma)\Gamma^{-1}\tilde{\beta}(\sigma)\} - \\ & \text{Tr}\{\tilde{\beta}^T(\sigma - T)\Gamma^{-1}\tilde{\beta}(\sigma - T)\}] d\sigma \leq \\ & - \int_{t-T}^t e^T(\sigma)CB\tilde{\beta}(\sigma)\Xi(\hat{x}(\sigma), \sigma) d\sigma. \end{aligned} \quad (21)$$

将式(18)和(21)代入(20),得

$$\begin{aligned} \Delta E \leq & -\frac{3\lambda}{4} \int_{t-T}^t \| \varepsilon(\sigma) \|^2 d\sigma - \\ & \gamma \int_{t-T}^t \| e(\sigma) \|^2 d\sigma. \end{aligned} \quad (22)$$

第 2 部分:证明跟踪误差的收敛性. 对于 $t \in [iT, (i+1)T)$, 记 $i = iT + t_0$. 其中: $t_0 \in [0, T), i = 1, 2, \dots$. 很明显, $t \rightarrow \infty$ 等价于 $i \rightarrow \infty$. 重复应用式(22),得

$$\begin{aligned} E(t) \leq & E(t_0) - \gamma \sum_{j=1}^i \int_{(j-1)T+t_0}^{jT+t_0} \| e(\sigma) \|^2 d\sigma - \\ & \frac{3\lambda}{4} \sum_{j=1}^i \int_{(j-1)T+t_0}^{jT+t_0} \| \varepsilon(\sigma) \|^2 d\sigma. \end{aligned} \quad (23)$$

由于 $E(t)$ 是非负的,式(23)表明

$$\begin{aligned} & \gamma \sum_{j=1}^i \int_{(j-1)T+t_0}^{jT+t_0} \| e(\sigma) \|^2 d\sigma + \\ & \frac{3\lambda}{4} \sum_{j=1}^i \int_{(j-1)T+t_0}^{jT+t_0} \| \varepsilon(\sigma) \|^2 d\sigma \leq E(t_0). \end{aligned} \quad (24)$$

从式(24)可知,若 $E(t_0)$ 有界,则

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t \| e(\sigma) \|^2 d\sigma & = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-T}^t \| \varepsilon(\sigma) \|^2 d\sigma & = 0. \end{aligned}$$

现在证明 $E(t_0)$ 有界,即证明 $E(t)$ 在第 1 个周期 $[0, T)$ 上有界. 由系统(1)和控制算法(10)~(12)可以看出,系统等式右边部分是连续的. 根据泛函微分方程解的存在性定理,一定存在一个子区间 $[0, T_1) \subset [0, T)$ 使得系统(1)在该区间上存在有界的解,因此仅考虑区间 $[T_1, T)$ 上系统(1)的解有界即可. 对于 $t \in [T_1, T)$, $E(t)$ 的导数为

$$\dot{E}(t) = \dot{V}(t) + \frac{1}{2} \text{Tr}\{\tilde{\beta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\beta}\} + \frac{1}{2\delta} \tilde{\Psi}^2. \quad (25)$$

在式(25)中,等号右边第 1 项可由(18)给出;对于第 2 项,由于 Γ_0 是对角型的,且每个元素在 $[0, T)$ 上严格递增,在区间 $[T_1, T)$ 上, $\text{Tr}(\Gamma^{-1}) \leq \text{Tr}(\Gamma_0^{-1}) < \infty$, 利用自适应学习律(11)及矩阵迹的性质 P_2^0 , 有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \text{Tr}\{\tilde{\beta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\beta}\} \leq \\ & \frac{1}{2} \text{Tr}\{\beta^T \Gamma_0^{-1} \beta\} - e^T CB\tilde{\beta}(t)\Xi(\hat{x}, t). \end{aligned} \quad (26)$$

将式(18)和(26)代入(25),得

$$\dot{E}(t) \leq \frac{1}{2} \text{Tr}\{\beta^T \Gamma_0^{-1} \beta\}. \quad (27)$$

β 有界意味着 $\dot{E}(t)$ 有界,由于 $E(T_1)$ 有界, $\forall t \in [T_1, T)$, $E(t)$ 也有界.

第 3 部分:证明闭环信号有界. 由于对 $\forall t \in [0, \infty)$, $E(t)$ 是有界的,这说明 $y(t), \varepsilon(t)$ 和 $\hat{\Psi}(t)$ 是有界的. 考虑 Lyapunov 函数 $W = v^T P v$ 的导数,容易计算

$$\dot{W} \leq -\frac{\lambda}{2} v^T v + \frac{2}{\lambda} \| P \|^2 \| \Delta(y) \|^2, \quad (28)$$

其中 $\Delta(y) = Fy(-Dy) + [L(I_m + CD) - FAD]y$ 是一个连续向量值函数. 根据式(28), y 的界保证了 v 的界,从而 \hat{x} 也有界. 由于 ε 和 \hat{x} 都有界,状态 x 也有界. 另一方面, $E(t)$ 的界说明 β 依 $L_{T^-}^2$ 范数有界,由式(13)可得

$$\begin{aligned} \dot{e} = & (I + K_D)^{-1} [-K_P e - \\ & K_1 \int_0^t e(\sigma) d\sigma + CB\tilde{\beta}(t)\Xi(\hat{x}, t) - \\ & \frac{\lambda \phi^2(y, y_r)}{4(1-\eta)} e + g - \hat{\Psi}e]. \end{aligned} \quad (29)$$

由于 $e, \tilde{\beta}, x, \hat{x}, y, y_r, \dot{y}_r$ 和 $\hat{\Psi}$ 有界, \dot{e} 依 $L_{T^-}^2$ 范数有界,根据控制律(10), u 也依 $L_{T^-}^2$ 范数有界. \square

4 仿真研究

下面给出两个例子,以表明所提出的控制方法的有效性.

例 1 考虑以下二阶系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x) + B[u + \Theta(t)\xi(x, t) + \\ \quad \eta(y(t - \tau(t)), t)], \\ y = Cx. \end{cases} \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} x &= [x_1, x_2]^T, A = [-1, 2; 3, -4], \\ f(x) &= \sqrt{2}/2[\sin x_1, \cos x_2]^T, B = [1, 1]^T, \\ \xi(x) &= [e^{-x_1}, x_2]^T, \Theta(t) = [|\sin t|, \cos^3 t], \\ \eta(y(t - \tau(t)), t) &= (\sin^2 t)y^2(t - \tau(t)), \\ \tau(t) &= 2 + 0.5\sin t, C = [1, 1]. \end{aligned}$$

参考信号 $y_r(t) = \sin t + 0.5\sin(0.5t)$.

容易验证系统(30)满足假设 1~假设 4. 其中:

$T = 2\pi, \rho = 1, l = \sqrt{2}, \vartheta = 1, \phi^2(y, y_r) = |y + y_r|^2$. 取 $Q = I_2$, 采用 Matlab 中的 LMI 工具箱,解得观测器增益为 $L = [2.0289, 1.0289]$. 根据式(5)设计观测器如下:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = v - \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} y, \\ \dot{v} = \begin{bmatrix} -4.0289 & 0.9711 \\ 0.9711 & -4.0289 \end{bmatrix} v + \\ \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix} f(\hat{x}) + \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} y. \end{cases} \quad (31)$$

基于式(10)设计控制律为

$$\begin{aligned} u = & -\hat{\beta}(t)\Xi(\hat{x}) - \frac{1}{2}(h(\hat{x}) + \hat{\Psi}e + \\ & K_p e + K_1 \int_0^t e(\sigma) d\sigma + K_D \dot{e} + \\ & 0.5e(y + y_r)^2). \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi(\hat{x}) = & [e^{-\hat{x}_1^2}, \hat{x}_2, 1]^T, \\ h(\hat{x}) = & [1, 1] \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \\ & [1, 1] \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \hat{x}_1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \hat{x}_2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

参数自适应律设计为

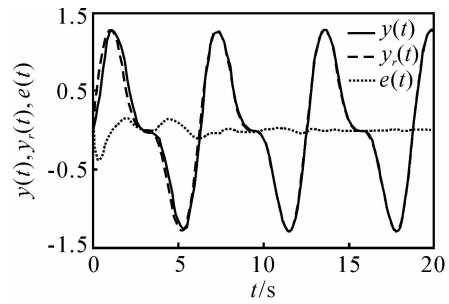
$$\hat{\beta}(t) = \begin{cases} \Gamma_0(t)(CB)^T e \Xi^T(\hat{x}), & t \in [0, 2\pi); \\ \hat{\beta}(t - 2\pi) + \Gamma(CB)^T e \Xi^T(\hat{x}), & \\ t \in [2\pi, \infty); \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} (1 - \zeta)\dot{\hat{\Psi}} = -\zeta\hat{\Psi} + \zeta\hat{\Psi}(t - 2\pi) + \delta \|e\|^2, \\ \hat{\Psi}(t) = 0, & t \in [-2\pi, 0]. \end{cases} \quad (34)$$

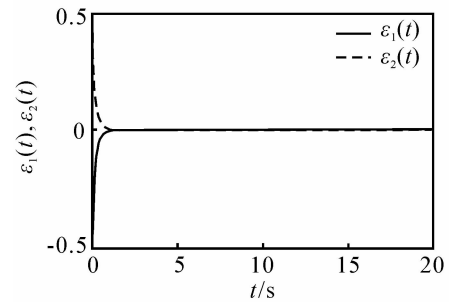
在仿真中,控制参数选择为 $K_p = 1, K_1 = 0.5, K_D = 0.5$;自适应增益设计为 $\zeta = 0.5, \delta = 5, \Gamma = 2.5, \Gamma_0 = 2.5t/(2\pi)$;系统状态初始条件为 $x_1(0) = -0.5, x_2(0) = 0.5$,其余全部为零.仿真结果如图1所示.

图1(a)显示了系统输出 $y(t)$, 参考信号 $y_r(t)$ 和跟踪误差 $e(t) = y(t) - y_r(t)$ 的仿真曲线;图1(b)显示了状态观测误差曲线 $\epsilon_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ 和 $\epsilon_2(t) = x_2(t) - \hat{x}_2(t)$;图1(c)给出了未知时变参数和常值参数的范数 $\|\beta\|_{L_T^2}$ 和 $\|\Psi\|_{L_T^2}$ 的估计曲线;图1(d)给出了控制曲线 $u(t)$.从仿真结果可以看出,系统输出能够很快跟踪给定的周期参考信号,跟踪误差和状态观测误差渐近收敛到零,并且闭环信号都是有界的.这进一步表明了文中给出的控制方法的有效性.

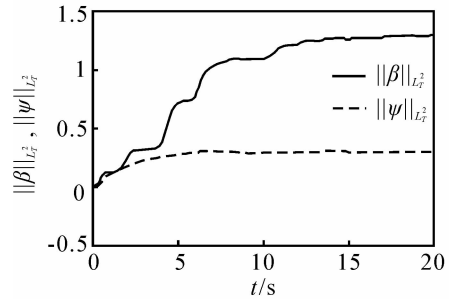
例 2 考虑由两个关联网路节点构成的滞后递归神经网络模型



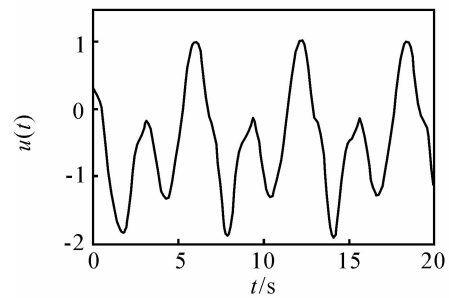
(a) 系统输出 $y(t)$, 参考信号 $y_r(t)$ 和跟踪误差 $e(t)$



(b) 状态观测误差曲线 $\epsilon_1(t)$ 和 $\epsilon_2(t)$



(c) 未知参数估计曲线的范数 $\|\beta\|_{L_T^2}$ 和 $\|\Psi\|_{L_T^2}$



(d) 控制曲线 $u(t)$

图 1 系统(30)的仿真结果

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{R_1}x_1 + f_1(x_1) + \\ g\left(\sum_{j=1}^2 w_{1,j}x_j(t - \tau(t))\right) + \\ \Theta(t)\xi(x, t) + u, \\ \dot{x}_2 = -\frac{1}{R_2}x_2 + f_2(x_2) + \\ g\left(\sum_{j=1}^2 w_{2,j}x_j(t - \tau(t))\right) + \\ \Theta(t)\xi(x, t) + u. \end{cases} \quad (35)$$

其中: $x = [x_1, x_2]$ 为神经元状态; $R_1, R_2 > 0$ 为神经元电阻; f_1 和 f_2 为神经元内部激励函数; $g(\cdot)$ 为关联激励函数; $w_{i,j}$ 为关联权值; u 为控制输入; $\Theta(t)\xi(x, t)$ 为不确定项, 假定 $\Theta(t)$ 未知, $\xi(x, t)$ 已知; 输出为 $y = x_1 + x_2$. 若进一步假定关联权值为 $w_{i,j} = 1$, 则系统(35) 可以表示为系统(1) 的形式. 其中

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix}, f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ f_2(x_2) \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C = [1, 1],$$

$$\eta(y(t - \tau(t)), t) = g(y(t - \tau(t))).$$

为了仿真, 设定 $R_1 = 0.5, R_2 = 0.25, f_1(\cdot) = f_2(\cdot) = \tanh(\cdot), g(\cdot) = 0.5 \arctan(\cdot), \Theta(t) = \cos t, \xi(x, t) = 0.6x_1 \sin x_2, \tau(t) = 1 - 0.5 \cos t$. 容易验证 $l = \rho = \vartheta = 1$, 同样取 $Q = I_2$, 参考输出信号选择为 $y_r(t) = \sin t$.

可以根据与例1 同样的设计过程设计观测器和控制器(限于篇幅, 这里只给出仿真参数). 控制参数选择为 $K_p = K_1 = 1, K_D = 0.2, \zeta = 0.6, \delta = 3, \Gamma = 2$ 和 $\Gamma_0 = t/\pi$; 初始条件为 $x_1(0) = 0.5, x_2(0) = 0.5$, 其余全部为零. 仿真结果如图2 所示. 从图中可以看出, 系统输出仍能很好地跟踪给定的参考信号.

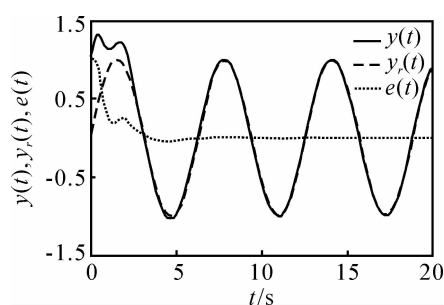


图2 系统(35) 的仿真结果

5 结 论

本文将基于 CEF 的 ARC 方法推广到状态不可测的时变时滞非线性系统, 这种推广进一步拓宽了 CEF 的应用范围. 尽管本文仅考虑了 ARC 问题, 但其设计思想同样可以解决该类系统的 AILC 问题. 此外, 本文假设系统未知时变参数是周期的, 至于更一般的非周期时变参数化系统的自适应学习控制设计问题, 则有待于进一步研究.

参考文献 (References)

- [1] Moor K L. Iterative learning control for deterministic systems[M]. London: Springer-Verlag, 1993.
- [2] Xu J X, Yan R. Linear and nonlinear iterative learning

control[M]. New York: Springer-Verlag, 2003.

- [3] Longman R W. Iterative learning control and repetitive control for engineer practice[J]. Int J of Control, 2000, 73(10): 930-954.
- [4] French M, Rogers E. Non-linear iterative learning by an adaptive Lyapunov technique [J]. Int J of Control, 2000, 73(10): 840-850.
- [5] Tayebi A. Adaptive iterative learning control for robot manipulators[J]. Automatica, 2004, 40 (7): 1195-1203.
- [6] Tayebi A, Chien C J. Unified adaptive iterative learning control framework for uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52 (10): 1907-1913.
- [7] Xu J X, Xu J. A composite energy function-based learning control approach for nonlinear systems with time-varying parametric uncertainties[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1940-1945.
- [8] Dixon W E, Zergeroglu E, Dawsan D M, et al. Repetitive learning control: A Lyapunov-based approach [J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, 2002, 32(4): 538-545.
- [9] Sun M, Ge S S, Mareels I M Y. Adaptive repetitive learning control of robotic manipulators without the requirement for initial repositioning[J]. IEEE Trans on Robotics, 2006, 22(3): 563-568.
- [10] Xu J X, Yan R. On repetitive learning control for periodic tracking tasks[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(11): 1842-1848.
- [11] Xu J X, Xu J. Observer based learning control for a class of nonlinear systems with time-varying parametric uncertainties[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(2): 275-281.
- [12] Xu J X. A new periodic adaptive control approach for time-varying parameters with known periodicity [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(4): 579-583.
- [13] Chen Y, Gong Z, Wen C. Analysis of a high-order iterative learning control algorithm for uncertain nonlinear systems with state delays[J]. Automatica, 1998, 34(2): 345-353.
- [14] Li X D, Chow W S, Ho J K L. 2-D system theory based iterative learning control for linear continuous systems with time delays[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems: I, 2005, 52(7): 1421-1430.
- [15] Chen W S. Novel adaptive learning control of linear systems with completely unknown time-delays[J]. Int J of Automation and Computing, 2009, 6 (2): 177-185.