

文章编号: 1001-0920(2009)10-1477-06

## 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法

胡军华, 陈晓红, 刘咏梅

(中南大学 商学院, 长沙 410083)

**摘要:** 针对风险决策问题, 提出一种基于语言评价和前景理论的多准则决策方法. 该方法首先将基于语言信息的决策矩阵转化为基于区间数的决策矩阵, 并定义一个区间数之间的差函数, 给出各准则的参考点, 得到前景结果矩阵; 然后, 通过价值函数和决策权重函数计算方案在各准则下的前景值, 并通过加权平均获得方案的前景值; 最后, 根据前景值的大小给每个方案排序并得到最优方案. 实例分析结果表明了该方法的可行性.

**关键词:** 语言评价; 前景理论; 多准则决策; 参考点; 前景值

中图分类号: C934

文献标识码: A

## Multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory

HU Jun-hua, CHEN Xiao-hong, LIU Yong-mei

(Business School of Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: HU Jun-hua, E-mail: hujunhua@mail.csu.edu.cn)

**Abstract:** With respect to risk decision making problems, a multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory is proposed. This method firstly transforms decision matrix based on linguistic information into decision matrix based on intervals, and a function of difference between intervals is defined. Prospect result matrix is obtained while reference points of criteria are given. Then, the prospect value of criteria for every alternative is calculated through value function and decision weight function, and the prospect value of alternative is acquired by using weighted average method. Finally, all the alternatives are sorted and the optimal one is chosen according to the prospect values. A simple investment example shows the feasibility of the method.

**Key words:** Linguistic evaluation; Prospect theory; Multi-criteria decision making; Reference point; Prospect result

### 1 引言

针对风险以及不确定性条件下的决策, Von Neumann 和 Morgenstern 于 1944 年提出的期望效用理论占有统治地位. 该理论认为在决策者和备选方案既定的情况下, 若以效用来描述各备选方案, 则每个决策者都会选择期望效用最高的备选方案. 在早期研究所采用的极其简单的决策环境下, 人的行为似乎符合期望效用理论. 但若在决策环境中引进少量的复杂因素, 则实际行为与期望效用理论的预见之间就立即明显地出现了种种背离, 如著名的阿莱悖论 (Allais Paradox) 和 埃尔斯伯格悖论 (Ellsberg Paradox)<sup>[1]</sup>. Kahneman 和 Tversky 认为, 个人在风险情形下的选择所展示出的特性和期

望效用理论的基本原理是不相符的, 并于 1979 年提出前景理论 (PT)<sup>[2]</sup>, 后来发展成为累积前景理论 (CPT)<sup>[3]</sup>.

无论是风险决策还是不确定性决策, 都需要决策者在决策分析中为决策方案提供偏好评价信息. 由于人类思维具有模糊性、不确定性以及决策问题的复杂性, 决策者对方案进行判断时用语言形式给出偏好信息尤为普遍和方便. 关于决策者的评价信息是自然语言的决策研究已经有很多, 如: 基于扩展原理的分析方法<sup>[4,5]</sup>是将语言评价信息转化成模糊数进行处理; 基于符号转移的分析方法<sup>[6,7]</sup>是利用语言评价集自身的顺序和性质对语言评价信息进行处理; 二元语义分析方法<sup>[8,9]</sup>是将决策者给出的偏

收稿日期: 2008-11-25; 修回日期: 2009-03-18.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (70631004); 国家自然科学基金项目 (70771115); 中国博士后科学基金项目 (20070410998); “十一五”国家科技支撑计划重大项目 (2006BAB02A16).

作者简介: 胡军华 (1967—), 男, 江西高安人, 副教授, 博士, 从事决策理论与方法、商务智能等研究; 陈晓红 (1963—), 女, 江西永新人, 教授, 博士生导师, 从事决策支持系统、群决策等研究.

好信息转化为二元语义符号.

作为一种新的理论,前景理论的应用主要集中在金融和投资领域.例如,David K D 等<sup>[10]</sup>研究了前景理论在股票投资回报和分析预测行为方面的应用;Albert S K 等<sup>[11]</sup>研究了前景理论在清算决策中的应用;边泓<sup>[12]</sup>以前景理论为基础,对投资者在不同市场环境中的会计信息需求特征进行了实证研究.前景理论在其他领域也有一些应用研究,如:赵凇和张星臣<sup>[13]</sup>利用前景理论进行了路径选择行为建模及实例分析;Goda 和 Hong<sup>[14]</sup>研究了累积前景理论在地震设计中的参数默认设置问题.但这些应用研究基本上局限于单准则决策问题,而很少用于多准则决策问题.

本文研究准则偏好为语言评价信息的多准则决策问题,通过将语言信息转化为区间数,提出了一种基于前景理论的多准则决策方法.

### 2 问题描述及语言评价

在多准则决策问题中,假设备选方案集  $D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$ , 其中  $D_i$  表示第  $i$  个方案; 方案的评价准则集  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ , 其中  $c_j$  表示第  $j$  个准则; 而准则相对重要程度权值  $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ , 其中  $\omega_i$  表示准则  $c_j$  的权重,  $\omega_i \geq 0$  且  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ . 决策者给出基于语言评价信息的决策矩阵  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ , 其中  $a_{ij}$  为决策者从预先定义好的有序语言短语集  $S$  中选择一个元素作为方案  $D_i$  对应于准则  $c_j$  的评价值. 这里, 有序语言短语集  $S = \{s_0, s_1, \dots, s_{2g}\}$  为由奇数个语言短语构成的有序集合, 且随着  $s_i$  下标  $i$  的增加, 其语言短语所代表的评价含义也随之提高. 一般地,  $g (g \leq 8)$  为正整数, 并且  $S$  有以下属性: 1) 有序性: 当  $i > j$  时, 有  $s_i > s_j$ ; 2) 可逆性: 存在一个逆运算算子“neg”, 当  $i + j = 2g$  时, 有  $s_i = \text{neg}(s_j)$ ; 3) 极值运算: 当  $i \geq j$  时, 有  $\max\{s_i, s_j\} = s_i, \min\{s_i, s_j\} = s_j$ .

本文借鉴文献<sup>[15]</sup>中将语言信息转化为区间数的方法. 设  $S = \{\text{增幅大, 增幅小, 基本不变, 减幅小, 减幅大}\}$  为模糊语言标度, 则与该标度相对应的区间数表达形式为: 增幅大 =  $[0.8, 1]$ ; 增幅小 =  $[0.6, 0.8]$ ; 基本不变 =  $[0.4, 0.6]$ ; 减幅小 =  $[0.2, 0.4]$ ; 减幅大 =  $[0, 0.2]$ . 这样可将基于语言评价信息的决策矩阵  $A$  转化为基于区间数的决策矩阵  $\tilde{R}, \tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}$ . 其中:  $\tilde{r}_{ij}$  为决策矩阵  $\tilde{A}$  中  $\tilde{a}_{ij}$  所对应的区间数,  $\tilde{r}_{ij} \in \{[0.8, 1], [0.6, 0.8], [0.4, 0.6], [0.2, 0.4], [0, 0.2]\}$ .

**定义 1<sup>[16]</sup>** 设区间数  $\tilde{a} = [a^L, a^U], \tilde{b} = [b^L, b^U]$ , 当  $a^L \geq b^U$  时, 称  $\tilde{a}$  大于  $\tilde{b}$ , 记为  $\tilde{a} > \tilde{b}$ ; 当  $a^L =$

$b^L$  和  $a^U = b^U$  时, 称  $\tilde{a}$  等于  $\tilde{b}$ , 记为  $\tilde{a} = \tilde{b}$ ; 当  $a^U \geq b^L$  时, 称  $\tilde{a}$  小于  $\tilde{b}$ , 记为  $\tilde{a} < \tilde{b}$ .

**定义 2** 设区间数  $\tilde{a} = [a^L, a^U], \tilde{b} = [b^L, b^U]$ ,  $\tilde{a}$  和  $\tilde{b}$  之间的距离定义为

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \|\tilde{a} - \tilde{b}\| = \frac{1}{2} \sqrt{(a^L - b^L)^2 + (a^U - b^U)^2}.$$

定义 1 中的两区间数之间均不存在交叉区域. 本文中下述有关区间数定义也只考虑这种情况, 不包含两端坐标相同成为一个点的“退化区间”.

**定义 3** 设区间数  $\tilde{a} = [a^L, a^U], \tilde{b} = [b^L, b^U]$ ,  $\tilde{a}$  和  $\tilde{b}$  之间不存在交叉部分, 则  $\tilde{a}$  与  $\tilde{b}$  之差定义为

$$\tilde{a} - \tilde{b} = \begin{cases} d(\tilde{a}, \tilde{b}), & \tilde{a} > \tilde{b}; \\ 0, & \tilde{a} = \tilde{b}; \\ -d(\tilde{a}, \tilde{b}), & \tilde{a} < \tilde{b}. \end{cases}$$

**定理 1** 对于基于区间数决策矩阵  $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}$ , 若  $\{[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{k-1}, t_k]\}$  是  $[t_0, t_k]$  的一个划分,  $\tilde{r}_{ij}$  和  $\tilde{r}_{uv}$  为决策矩阵  $\tilde{R}$  中的任意两元素, 且  $\tilde{r}_{ij}, \tilde{r}_{uv} \in \{[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{k-1}, t_k]\}$ , 则  $\tilde{r}_{ij}$  与  $\tilde{r}_{uv}$  之差为

$$\tilde{r}_{ij} - \tilde{r}_{uv} = \begin{cases} d(\tilde{r}_{ij}, \tilde{r}_{uv}), & \tilde{r}_{ij} > \tilde{r}_{uv}; \\ 0, & \tilde{r}_{ij} = \tilde{r}_{uv}; \\ -d(\tilde{r}_{ij}, \tilde{r}_{uv}), & \tilde{r}_{ij} < \tilde{r}_{uv}. \end{cases}$$

**证明** 因为  $\{[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{k-1}, t_k]\}$  是  $[t_0, t_k]$  的一个划分, 所以  $\{[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{k-1}, t_k]\}$  中的任意两个区间数元素之间不交叉. 又因为  $\tilde{r}_{ij}$  和  $\tilde{r}_{uv}$  为决策矩阵  $\tilde{R}$  中的任意两元素, 且  $\tilde{r}_{ij}, \tilde{r}_{uv} \in \{[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{k-1}, t_k]\}$ , 所以  $\tilde{r}_{ij}$  和  $\tilde{r}_{uv}$  之间不存在交叉部分, 即  $\tilde{r}_{ij} > \tilde{r}_{uv}$ , 或  $\tilde{r}_{ij} = \tilde{r}_{uv}$ , 或  $\tilde{r}_{ij} < \tilde{r}_{uv}$ . 根据定义 3, 可得

$$\tilde{r}_{ij} - \tilde{r}_{uv} = \begin{cases} d(\tilde{r}_{ij} - \tilde{r}_{uv}), & \tilde{r}_{ij} > \tilde{r}_{uv}; \\ 0, & \tilde{r}_{ij} = \tilde{r}_{uv}; \\ -d(\tilde{r}_{ij}, \tilde{r}_{uv}), & \tilde{r}_{ij} < \tilde{r}_{uv}. \end{cases} \quad \square$$

### 3 累积前景理论

Kahneman 和 Tversky 在前景理论<sup>[2]</sup>中定义前景是一个不确定事件. 不确定前景  $f$  是从自然状态集  $S$  到结果集  $X$  的一个函数, 即  $f: S \rightarrow X$ . 通常将前景  $f$  表示为序偶  $(x_i, A_i)$  的一个序列, 其中  $(A_i)$  是  $S$  的一个划分, 称为  $A_i$  事件. 事件  $A_i$  发生时会产生结果  $x_i > x_j$ , 当且仅当  $i > j$ . 将每个前景的结果  $x_i$  按递增顺序排列, 即  $x_{-m} \leq x_{-m+1} \leq \dots \leq x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_n$ . 参考点处的  $x_0$  值为 0, 表示中性状态, 对于获得有  $x_i > 0$ , 对于失去有  $x_i < 0$ .

累积前景理论<sup>[3]</sup>提出, 存在一个严格递增的价值函数  $v$ , 满足  $v(x_0) = v(0) = 0$ , 且存在容量  $W^+$  和  $W^-$ , 对于  $f = (x_i, A_i) (-m \leq i \leq n)$ , 使得前景

$f$  的值  $V(f) = V(f^+) + V(f^-)$ . 其中:  $V(f^+) = \sum_{i=0}^n \pi_i^+ v(x_i)$ ,  $V(f^-) = \sum_{i=m}^0 \pi_i^- v(x_i)$ . 这里: 决策权重函数  $\pi^+(f^+) = (\pi_0^+, \dots, \pi_n^+)$  和  $\pi^-(f^-) = (\pi_{-m}^-, \dots, \pi_0^-)$  分别定义如下:

$$\begin{aligned} \pi_n^+ &= W^+(A_n); \pi_{-m}^- = W^-(A_{-m}); \\ \pi_i^+ &= W^+(A_i \cup \dots \cup A_n) - \\ &\quad W^+(A_{i+1} \cup \dots \cup A_n), \\ &\quad 0 \leq i \leq n-1; \\ \pi_i^- &= W^-(A_{-m} \cup \dots \cup A_i) - \\ &\quad W^-(A_{-m} \cup \dots \cup A_{i-1}), \\ &\quad 1-m \leq i \leq 0. \end{aligned}$$

如果  $i \geq 0$ , 则令  $\pi_i = \pi_i^+$ ; 如果  $i \leq 0$ , 则令  $\pi_i = \pi_i^-$ . 那么  $V(f)$  可简化定义为

$$V(f) = \sum_{i=-m}^n v(x_i) \pi_i. \quad (1)$$

如果前景  $f = (x_i, A_i)$  由概率分布  $p(A_i) = p_i$  给出, 则决策问题可看成是一个概率前景  $(x_i, p_i)$ . 在这种情况下, 决策权重定义为

$$\begin{aligned} \pi_n^+ &= w^+(p_n); \pi_{-m}^- = w^-(p_{-m}); \\ \pi_i^+ &= w^+(p_i + \dots + p_n) - w^+(p_{i+1} + \dots + p_n), \\ &\quad 0 \leq i \leq n-1; \\ \pi_i^- &= w^-(p_{-m} + \dots + p_i) - w^-(p_{-m} + \dots + p_{i+1}), \\ &\quad 1-m \leq i \leq 0. \end{aligned}$$

其中:  $w^+$  和  $w^-$  是严格递增函数, 且  $w^+(0) = w^-(0) = 0$ ,  $w^+(1) = w^-(1) = 1$ .

前景理论的核心内容是价值函数  $v$  与权重函数  $\pi$ . 价值函数和权重函数的具体形式如下:

1) 价值函数

价值函数将表面价值如金额转化为决策价值. Kahneman 和 Tversky<sup>[3]</sup> 提出的价值函数的具体形式为

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha, & x \geq 0; \\ -\lambda(-x)^\beta, & x < 0. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $x$  为表面价值的得失, 得为正, 失为负;  $\alpha$  和  $\beta$  为风险态度系数,  $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$ ,  $\alpha$  和  $\beta$  越大表明决策者越倾向于冒险;  $\lambda$  为损失规避系数, 若  $\lambda > 1$ , 则决策者对损失更加敏感;  $v$  为决策价值, 很明显,  $v(0) = 0$ .

2) 权重函数

权重函数将概率转化为决策权重. 如前所述, Kahneman 和 Tversky 定义的获得和失去的决策权重分别为<sup>[3]</sup>

$$\pi_i^+ = w^+(\sum_{j=i}^n p_j) - w^+(\sum_{j=i+1}^n p_j), \quad (3)$$

$$\pi_i^- = w^-(\sum_{j=1}^i p_j) - w^-(\sum_{j=1}^{i-1} p_j). \quad (4)$$

与前面不同, 结果的下标集合为  $\{1, 2, \dots, h, \dots, n\}$ , 结果排序为  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_h \leq \dots \leq x_n$ . 其中:  $x_h$  为参考点,  $w^+$  和  $w^-$  分别为获得和失去的非线性权重函数,  $\pi_n^+ = w^+(p_n)$ ,  $\pi_1^- = w^-(p_1)$ . 针对风险前景为两个或两个以上结果的情况, Prelec 给出的  $w^+$  和  $w^-$  函数分别为<sup>[17]</sup>

$$w^+(\sum_{j=1}^n p_j) = \exp(-\gamma^+ (-\ln(\sum_{j=1}^n p_j))^\varphi), \quad (5)$$

$$w^-(\sum_{j=1}^i p_j) = \exp(-\gamma^- (-\ln(\sum_{j=1}^i p_j))^\varphi). \quad (6)$$

其中:  $\gamma^+, \gamma^-$  和  $\varphi$  是模型的参数,  $\gamma^+ > 0, \gamma^- > 0, \varphi > 0$ .

4 基于前景理论的多准则决策方法

设多准则决策问题的方案集  $D = \{D_1, D_2, \dots, D_m\}$ , 方案的评价准则集  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ , 准则相对重要程度权值  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ . 方案  $D_i$  在准则  $c_j$  下的值域  $Z_{ij} = \{(z_{ij1}, p_{ij1}), (z_{ij2}, p_{ij2}), \dots, (z_{ijq}, p_{ijq})\}$  为一组序偶的集合. 其中:  $z_{ij1}, z_{ij2}, \dots, z_{ijq}$  为方案  $D_i$  在准则  $c_j$  下的各个可能取值, 且  $z_{ij1} < z_{ij2} < \dots < z_{ijq}$ ;  $p_{ij1}, p_{ij2}, \dots, p_{ijq}$  分别为各值出现的概率. 依据前景理论参考点概念, 设准则  $a_j$  选定的参考点为  $z_{j0}$ , 则可得如下定义.

**定义 4** 决策者对方案  $D_i$  在准则  $c_j$  下的值估计称为状态集  $S_{ij}$ .  $S_{ij}$  的一个子集称为事件, 代表某一个可能的值估计.

**定义 5** 决策者进行的某个值估计所得到的各种可能结果的集合称为结果集  $X$ .  $x_{ijk} \in X$  表示可能的获得或损失,  $x_{ijk} = z_{ijk} - z_{j0}$ ,  $z_{ijk} \in Z_{ij}, 1 < k < q$ . 这里将下标集合  $\{1, 2, \dots, q\}$  划分为两部分, 包括损失区域下标集合  $\{1, 2, \dots, b-1\}$  和获得区域下标集合  $\{b, b+1, \dots, q\}$ . 若  $k \in \{1, 2, \dots, b-1\}$ , 则  $z_{ijk} < z_{j0}$ , 即  $x_{ijk} < 0$ ,  $x_{ijk}$  表示损失; 反之, 若  $k \in \{b, b+1, \dots, q\}$ , 则  $z_{ijk} \geq z_{j0}$ , 即  $x_{ijk} \geq 0$ ,  $x_{ijk}$  表示获得.

**定义 6** 方案  $D_i$  在准则  $a_j$  下的前景值

$$V(f_{ij}) = \sum_{k=1}^q v(x_{ijk}) \pi_{ijk}. \quad (7)$$

其中: 根据式(2) 可得价值函数为

$$v(x_{ijk}) = \begin{cases} x_{ijk}^\alpha, & x_{ijk} \geq 0; \\ -\lambda(-x_{ijk})^\beta, & x_{ijk} < 0. \end{cases} \quad (8)$$

再根据式(3) ~ (6) 可得权重函数为

$$\pi_{ijk}^+ = w^+(\sum_{l=k}^q p_{ijl}) - w^+(\sum_{l=k+1}^q p_{ijl}), \quad (9)$$

$$\pi_{ijk}^- = w^-(\sum_{l=1}^k p_{ijl}) - w^-(\sum_{l=1}^{k-1} p_{ijl}), \quad (10)$$

$$\omega^+ \left( \sum_{l=k}^q p_{ijl} \right) = \exp(-\gamma^+ (-\ln(\sum_{l=k}^q p_{ijl}))^\varphi), \quad (11)$$

$$\omega^- \left( \sum_{l=1}^k p_{ijl} \right) = \exp(-\gamma^- (-\ln(\sum_{l=1}^k p_{ijl}))^\varphi). \quad (12)$$

这里:  $\pi_n^+ = \omega^+(p_n), \pi_1^- = \omega^-(p_1)$ .

基于前景理论进行的多准则决策的具体步骤如下:

Step1: 给出基于语言评价信息的决策矩阵  $A = [\{(a_{ijk}, p_{ijk}) \mid k \in K\}]_{m \times n}$ . 其中  $\{(a_{ijk}, p_{ijk}) \mid k \in K\}$  为方案  $D_i$  在准则  $c_j$  下的值域;  $K = \{1, 2, \dots, q\}$ ,  $q$  表示  $D_i$  在  $c_j$  下的值域中元素的个数;  $a_{ijk}$  表示方案  $D_i$  在准则  $c_j$  下的第  $k$  个值;  $p_{ijk}$  表示方案  $D_i$  在准则  $c_j$  下第  $k$  个值的概率.  $D_i$  在  $c_j$  下的值域中元素按由小到大的顺序排列, 即  $u < v$ , 则  $a_{iju} < a_{ijv}$ .

Step2: 根据第 2 节语言评价信息转化为区间数的方法, 将基于语言评价信息的决策矩阵  $A$  转化为基于区间数的决策矩阵  $\tilde{R} = [\{(\tilde{r}_{ijk}, p_{ijk}) \mid k \in K\}]_{m \times n}$ .

Step3: 选定各准则的参考点. 若  $a_{j0}$  为准则  $c_j$  的参考点,  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ , 根据语言评价与区间数的转换方法, 可得准则  $c_j$  的区间数参考点  $\tilde{r}_{j0}$ .

Step4: 根据方案在准则中的取值及参考点, 计算各方案在各准则下的结果. 根据定义 5, 方案  $D_i$  在准则  $a_j$  下的第  $k$  个结果  $x_{ijk} = \tilde{r}_{ijk} - \tilde{r}_{j0}$ . 若  $x_{ijk} < 0$ , 表示损失; 反之, 若  $x_{ijk} \geq 0$ , 表示获得.

Step5: 根据式(7) ~ (12), 计算各方案在各准则下的前景值.  $V(f_{ij})$  表示方案  $D_i$  在准则  $c_j$  下前景值,  $i \in \{1, 2, \dots, m\}, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

Step6: 计算各个方案的前景值  $V(f)$ . 方案  $D_i$  的前景值  $V(f_i) = \sum_{j=1}^n \omega_j * V(f_{ij}), \omega_j$  为准则  $a_j$  的

权重;

Step7: 根据前景值对所有方案进行排序, 前景值最大的方案为最优方案.

### 5 实例分析

本文通过个人投资者股票投资的一个多准则决策实例来说明前景理论的应用. 作为个人投资者, 进行股票投资的一个重要原则是“低买高卖”. 因此, 投资者购买股票除了要关注该股票目前的基本情况外, 更要看重股票的未来. 在市场信息透明度较高的情况下, 投资者选择买入某一种股票而不是另一种股票, 主要是考虑该股票在将来一段时间内涨幅会更大. 在宏观基本面相同的情况下, 本文选定投资者判断股票的未来走势是根据以下 4 个准则值的变化趋势来作综合判断, 即根据每股净值、每股收益、每股资本公积金和每股未分配利润的变化来判断该买入何种股票. 这 4 个准则的未来变化用前面定义的评语集  $S = \{\text{增幅大、增幅小、基本不变、减幅小、减幅大}\}$  中的评价短语来描述.

表 1 为一个关于股票投资的语言评价决策矩阵. 股票投资方案有 3 个, 分别为股票  $D_1$ , 股票  $D_2$  和股票  $D_3$ , 而决策准则包括每股净值  $c_1$ , 每股收益  $c_2$ , 每股资本公积金  $c_3$ , 每股未分配利润  $c_4$ , 这 4 个准则的权重为  $[0.20, 0.35, 0.23, 0.22]$ . 每种股票在各准则下的取值都是一个序偶集, 如股票  $D_1$  在准则“每股收益”上的取值 =  $\{(基本不变, 45\%), (增幅小, 55\%)\}$ , 表示  $D_1$  在未来一段时间内预期每股收益“基本不变”的概率是 45%, “增幅小”的概率为 55%.

将表 1 中的各语言评价价值按照“增幅大 =  $[0.8, 1]$ , 增幅小 =  $[0.6, 0.8]$ , 基本不变 =  $[0.4,$

表 1 基于语言评价的决策矩阵

股票	每股净值	每股收益	每股资本公积金	每股未分配利润
$D_1$	$\{(基本不变, 10\%), (增幅小, 20\%), (增幅大, 70\%)\}$	$\{(基本不变, 45\%), (增幅小, 55\%)\}$	$\{(减幅大, 15\%), (基本不变, 45\%), (增幅大, 40\%)\}$	$\{(减幅大, 10\%), (基本不变, 20\%), (增幅小, 30\%), (增幅大, 40\%)\}$
$D_2$	$\{(减幅大, 60\%), (增幅大, 40\%)\}$	$\{(减幅小, 15\%), (基本不变, 30\%), (增幅大, 55\%)\}$	$\{(减幅小, 24\%), (基本不变, 56\%), (增幅小, 20\%)\}$	$\{(减幅大, 10\%), (基本不变, 40\%), (增幅大, 50\%)\}$
$D_3$	$\{(减幅小, 25\%), (增幅小, 45\%), (增幅大, 30\%)\}$	$\{(减幅大, 25\%), (基本不变, 35\%), (增幅小, 30\%), (增幅大, 10\%)\}$	$\{(减幅大, 5\%), (减幅小, 20\%), (基本不变, 25\%), (增幅小, 30\%), (增幅大, 20\%)\}$	$\{(减幅小, 55\%), (增幅小, 45\%)\}$

表 2 基于区间数的决策矩阵

股票	每股净值	每股收益	每股资本公积金	每股未分配利润
$D_1$	$\{([0.4, 0.6], 10\%), ([0.6, 0.8], 20\%), ([0.8, 1], 70\%)\}$	$\{([0.4, 0.6], 45\%), ([0.6, 0.8], 55\%)\}$	$\{([0, 0.2], 15\%), ([0.4, 0.6], 45\%), ([0.8, 1], 40\%)\}$	$\{[0, 0.2], 10\%), ([0.4, 0.6], 20\%), ([0.6, 0.8], 30\%), ([0.8, 1], 40\%)\}$
$D_2$	$\{([0, 0.2], 60\%), ([0.8, 1], 40\%)\}$	$\{([0.2, 0.4], 15\%), ([0.4, 0.6], 30\%), ([0.8, 1], 55\%)\}$	$\{([0.2, 0.4], 24\%), ([0.4, 0.6], 56\%), ([0.6, 0.8], 20\%)\}$	$\{([0, 0.2], 10\%), ([0.4, 0.6], 40\%), ([0.8, 1], 50\%)\}$
$D_3$	$\{([0.2, 0.4], 25\%), ([0.6, 0.8], 45\%), ([0.8, 1], 30\%)\}$	$\{([0, 0.2], 25\%), ([0.4, 0.6], 35\%), ([0.6, 0.8], 30\%), ([0.8, 1], 10\%)\}$	$\{([0, 0.2], 5\%), ([0.2, 0.4], 20\%), ([0.4, 0.6], 25\%), ([0.6, 0.8], 30\%), ([0.8, 1], 20\%)\}$	$\{([0.2, 0.4], 55\%), ([0.6, 0.8], 45\%)\}$

表 3 方案在准则下的前景结果矩阵

股票	每股净值	每股收益	每股资本公积金	每股未分配利润
$D_1$	$\{(0, 10\%), (0.1414, 20\%), (0.2828, 70\%)\}$	$\{(-0.1414, 45\%), (0, 55\%)\}$	$\{(-0.2828, 15\%), (0, 45\%), (0.2828, 40\%)\}$	$\{(-0.1414, 10\%), (0.1414, 20\%), (0.2828, 30\%), (0.4243, 40\%)\}$
$D_2$	$\{(-0.2828, 60\%), (0.2828, 40\%)\}$	$\{(-0.2828, 15\%), (-0.1414, 30\%), (0.1414, 55\%)\}$	$\{(-0.1414, 24\%), (0, 56\%), (0.1414, 20\%)\}$	$\{(-0.1414, 10\%), (0.1414, 40\%), (0.4243, 50\%)\}$
$D_3$	$\{(-0.1414, 25\%), (0.1414, 45\%), (0.2828, 30\%)\}$	$\{(-0.4243, 25\%), (-0.1414, 35\%), (0, 30\%), (0.1414, 10\%)\}$	$\{(-0.2828, 5\%), (-0.1414, 20\%), (0, 25\%), (0.1414, 30\%), (0.2828, 20\%)\}$	$\{(0, 55\%), (0.2828, 45\%)\}$

0.6], 减幅小 = [0.2, 0.4], 减幅大 = [0, 0.2]”的方法转化为区间数, 得到基于区间数的决策矩阵, 如表 2 所示。

假定个人投资者设定基于语言评价的决策准则“每股净值”、“每股收益”、“每股资本公积金”、“每股未分配利润”的参考点分别为“基本不变”、“增幅小”、“基本不变”、“减幅小”, 再转化为基于区间数的各准则参考点, 分别为 [0.4, 0.6], [0.6, 0.8], [0.4, 0.6], [0.2, 0.4]。根据准则参考点的取值和定义 3 中的计算区间数间距离的计算方法, 可得方案在各准则下的结果及相应概率, 如表 3 所示。

根据式 (7) ~ (12), 计算方案在各准则下的前景值, 如表 4 所示。对于式 (8) 中计算价值函数的参数  $\alpha, \beta$  和  $\lambda$  的取值, 采用文献 [3] 中的建议值, 即  $\alpha = \beta = 0.88, \lambda = 2.25$ 。而对于式 (11), (12) 中计算权重函数的参数  $\gamma^+, \gamma^-$  和  $\varphi$ , 根据文献 [14] 中的一个建议值, 取  $\gamma^+ = 0.8, \gamma^- = 0.8, \varphi = 1.0$ 。

方案在各准则下的前景值乘以准则的权重, 得到方案总的前景值。股票  $D_1, D_2$  和  $D_3$  的前景值分

别为 0.0421, -0.0875 和 -0.1123。可以看出, 3 个

表 4 方案在准则下的前景值

股票	每股净值	每股收益	每股资本公积金	每股未分配利润
$D_1$	0.2773	-0.2124	-0.0042	0.2814
$D_2$	-0.3340	-0.1757	-0.0791	0.2680
$D_3$	0.0667	-0.4554	-0.0193	0.1737

方案的排序结果为  $D_1 \succ D_2 \succ D_3$ 。

## 6 结 论

对于具有语言评价信息的多准则决策问题, 本文提出了一种基于前景理论的多准则决策方法, 将原来只在单准则决策问题中应用的前景理论推广应用于多准则决策问题。通过建立基于前景理论的多准则决策模型, 得到各个决策方案的前景值, 再根据前景值给每个方案排序, 并得到最优方案。前景理论的价值函数和决策权重函数中的不同参数取值, 表明决策者对获得和风险的不同态度。决策者根据自己的偏好, 在价值函数和决策权重函数中采用不同的参数值以及采用不同的参考点, 所得到的方案前

景值会不一样,方案间排序结果也会不同.

这里需要指出,期望效用理论和前景理论是互补的.正如 Tversky 和 Kahneman 所表达的观点:两种理论事实上都是需要的,期望效用理论描述了理性行为,而前景理论描述的是个人实际的决策行为,尽管期望效用理论能够对明显的、简单的决策问题提供精确的指导,但实际生活是复杂的,需要更加基于个人行为的决策理论.仅仅关注长期决策行为结果是没有意义的.

### 参考文献 (References)

- [1] Katie S. Distinguishing indeterminate belief from “risk-averse” preferences[J]. *Synthese*, 2007, 158(2): 189-205.
- [2] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263-291.
- [3] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty[J]. *J of Risk and Uncertainty*, 1992, 5(4): 297-323.
- [4] Delgado M, Verdegay J L, Vila M A. Linguistic decision making models[J]. *Int J of Intelligent Systems*, 1992, 7(5): 479-492.
- [5] Delgado M, Verdegay J L, Vila M A. A model for linguistic partial information in decision making problem [J]. *Int J of Intelligent Systems*, 1994, 9(4): 365-378.
- [6] Herrera F, Herrera-Viedma E. Aggregation operators for linguistic weighted information[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 1997, 27(5): 646-656.
- [7] Herrera F, Herrera-Viedma E. Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 115(1): 67-82.
- [8] Herrera F, Martinez L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(6): 746-752.
- [9] Herrera F, Martinez L. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranularity hierarchical linguistic contexts in multiexpert decision making [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2001, 31(2): 227-234.
- [10] David K D, Charlie C, Raymond S. Prospect theory, analyst forecasts, and stock returns [J]. *J of Multinational Financial Management*, 2004, 14(4/5): 425-442.
- [11] Albert S K, Hui O Y, Wei X. Prospect theory and liquidation decisions[J]. *J of Economic Theory*, 2006, 129(1): 273-288.
- [12] 边泓. 投资者在不同市场环境中的会计信息需求特征——基于前景理论和数据挖掘的实证研究[J]. *南开管理评论*, 2007, 10(4): 52-57.  
(Bian H. The investors' needs of accounting information contrapose different stock market—the positive research based on prospect theory and data mining method[J]. *Nankai Business Review*, 2007, 10(4): 52-57.)
- [13] 赵凛, 张星臣. 基于前景理论的路径选择行为建模及实例分析[J]. *土木工程学报*, 2007, 40(7): 82-86.  
(Zhao L, Zhang X C. A traveler route choice model based on prospect theory and case study [J]. *China Civil Engineering J*, 2007, 40(7): 82-86.)
- [14] Goda K, Hong H P. Application of cumulative prospect theory: Implied seismic design preference[J]. *Structural Safety*, 2008, 30(6): 506-516.
- [15] 徐泽水, 达庆利. 基于模糊语言评估的多属性决策方法[J]. *东南大学学报*, 2002, 32(4): 656-658.  
(Xu Z S, Da Q L. Multi-attribute decision making based on fuzzy linguistic assessments [J]. *J of Southeast University*, 2002, 32(4): 656-658.)
- [16] 张全, 樊治平, 潘德惠. 区间数多属性决策中一种带有可能度的排序方法[J]. *控制与决策*, 1999, 14(6): 703-706, 711.  
(Zhang Q, Fan Z P, Pan D H. A ranking approach with possibilities for multiple attribute decision making problems with intervals [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(6): 703-706, 711.)
- [17] Prelec D. Compound invariant weighting functions in prospect theory [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

(上接第 1476 页)

- [11] Karan M G. Monte carlo localization for robots using dynamically expanding occupancy grids[J]. *Computer Science*, 2005: 10-14.
- [12] Huang Y L, Chen Z H, Gui W S. Grey qualitative simulation[J]. *The J of Grey System*, 2004, 16(1): 5-20.
- [13] 黄元亮. 灰色定性仿真基础的研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2004.  
(Huang Y L. Research on grey qualitative simulation base[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2004.)
- [14] Harris K D, Recce M. Experimental modeling of time-of-flight sonar[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 1998, 24(1): 33-42.