

一维波在水下多层介质中传播的时域解析解

金泽宇, 殷彩玉, 谌 勇, 黄修长, 华宏星

(上海交通大学 振动、冲击、噪声研究所, 上海 200240;

上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240)

摘 要: 为研究水中压力波在覆盖层-钢板等介质中多次反射透射后对输入压力波的影响, 采用波动理论建立一维多层介质声学模型, 提出一种计算湿表面(水与覆盖层的交界面)压力的时域解析方法。该方法可以考虑波在多层介质中发生多次反射和透射的复杂情况, 并得到时域解析解。针对输入为指数衰减波的情况, 该方法的结果通过与有限元结果进行对比, 验证了结果的正确性, 将该方法的结果与只计及一、两次反射透射影响的近似结果进行对比, 结果表明, 对于刚性边界条件, 该结果与近似结果相比吻合较好; 对于气背边界和水背边界, 与近似结果相比误差较大。为研究覆盖层参数的影响, 对指数衰减波进行无量纲化和参数分析, 分析结果表明, 随着覆盖层特性阻抗的减小, 压力波峰值先减小后增大再减小; 随着覆盖层厚度的增大, 压力波峰值逐渐减小; 入射压力波衰减速度快, 压力波峰值减小。该方法对于 $q(q \geq 3)$ 层介质中波的多次反射透射分析依然适用。

关键词: 多层介质; 一维波传播; 时域瞬态解析解

中图分类号: O347.4+4

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.13.002

Time-domain analytical solution of one-dimensional wave propagating through underwater multilayer mediums

JIN Ze-yu, YIN Cai-yu, CHEN Yong, HUANG Xiu-chang, HUA Hong-xing

(Institute of Vibration, Shock and Noise, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The underwater pressure wave generates a series of complex reflection and transmission waves when it spreads between the coating and the steel plate which will influence the input pressure wave. A time-domain analytical method to calculate the pressure on the wetted surface (the interface of water and coating) was developed based on the wave theory. The method can take all complicated reflections and transmissions into account and obtain the analytical solution. For the exponential decay wave input, the comparisons between the analytical results and FEM results indicate the correctness of the method. At the same time, the results were also compared with the approximate results in which merely the effects of once or twice reflection and transmission for the exponential decay wave input were considered. Through the comparison, it is shown that the results are highly consistent with the approximate results under rigid boundary condition, but there will appear large error under air-back and water-back boundary conditions. Furthermore, the dimensional analysis on exponential decay wave was done to study the influence of coating parameters on the results. The results of the analysis indicate that the peak pressure will decrease first, then increase and again decrease with the decreasing of coating characteristic impedance. Besides, the peak pressure will decrease as the thickness of coating increases or the input wave decay speed increases. The method is still applicable for q -layer ($q \geq 3$) mediums.

Key words: multilayer mediums; one-dimensional wave propagation; time-domain transient analytical method

随着现代武器的发展和对舰艇生命力要求的提

高, 对舰艇低辐射噪声和高抗爆炸冲击性能的研究越来越受到各国海军的重视。目前通常在舰艇的艇体表面敷设一层多孔介质覆盖层以达到抗冲隔声的目的。因此研究在水下爆炸冲击波输入情况下, 表面敷设覆盖层后对舰艇艇体表面压力波的影响显得极为重要。

波在多层介质传播的问题有过很多研究。书

基金项目: 国家自然科学基金(11172173); 国家自然科学基金(11272215); 自然科学基金创新群体(51221063)

收稿日期: 2013-05-08 修改稿收到日期: 2013-07-17

第一作者 金泽宇 男, 博士生, 1987年8月生

通信作者 华宏星 男, 博士, 教授, 博士生导师, 1955年生

籍^[1-2]介绍了许多计算简谐问题的公式,得到了解析和半解析的解。然而这些解不能解决考虑到全部复杂反射和透射情况的波在多层介质中传播的问题。在本文中边值问题是主要考虑的对象,这个问题的解通常采用频域方法或者时域方法。在频域(傅里叶对时间做变换)方法中,波有限元法(WFE method)^[3-7]是很好的选择,虽然这些方法会产生数值困难,但可以通过使用一些代数技巧避免。

本文的重点是时域方法,它主要包含了两种方法,一种是数值方法,一种是解析方法。前人做过了许多工作,例如有限时域差分法^[8-11],有限元法(FEM)^[12-15]。Desceliers等^[16]发展了一种新的数值杂交方法来仿真在给定瞬态载荷的情况下瞬态波在有多层的可以是液体或者固体的半无限介质中传播的问题。对于有限元法,Brasek^[17-18]得到了一维有覆盖层的铝结构在阶跃载荷下的瞬态响应,并且研究了在指数波输入情况下的金属结构的响应特性。他的研究显示不管覆盖层的类型和边界介质如何,结构的应力和节点速度随着覆盖层刚度的下降而上升。Neilson等^[19]运用有限元和双渐进逼近法(DAA)得到了在平面阶跃压力下沉浸双层弹性球壳的瞬态响应,两层壳之间充满流体。Bergersen^[20]得到了在水下爆炸冲击波下的贴有橡胶材料的金属圆柱的动态响应。他的研究发现在一定的几何条件和覆盖层材料特性条件下,贴覆盖层在动态响应方面有负面的影响。虽然在理论上时域数值方法能解决复杂的问题,但是一些缺点仍然存在。一是数值方法本身不精确,更重要的是我们可能不会完全理解问题的机理,而且在对参数分析时,需要大量的工作。

对于解析解,虽然它们不能获得所有问题特别是复杂问题的精确解,但是它们对于相对简单的问题的结果能够帮助人们透彻地理解机理。此外,还能够为复杂问题提供指导。在过去的研究中,一些人做了解析方面的工作。Taylor^[21]研究了弱冲击与气背板的作用,得到了一维解析解。Snay等^[22]运用特征线法考虑了强冲击和气背板作用,改进了Taylor的结果。Schechter等^[23]考虑的与弱冲击作用的板可以是气背或者水背的。Huang^[24]运用Laplace和Hankel变换研究了在球面冲击波作用下的大弹性平板的初始瞬态响应。童宗鹏^[25]采用波动理论,拓展Taylor平板模型,研究了水下爆炸冲击波在水、覆盖层、空气层、船体钢中的传播过程,建立了实心覆盖层结构和含空腔覆盖层结构的流固耦合模型,但其只考虑了一次反射波。谌勇等^[26]运用多自由度系统模拟舰船覆盖层的动态模型。然而这些解存在一些假设,并且没有给出考虑多重反射透射的解析解。

本文的目的是基于波动理论提出一种解决一维波在多层介质中传播的时域解析解。这种新方法通过考虑在多层介质中任意输入下的多次反射透射获得准确的瞬态解。通过无量纲参数分析获得峰值压力随覆盖层阻抗、厚度和指数波衰减常数的变化。

1 时域解析解

水中压力波经覆盖层-钢板后,会产生一系列的反射和透射现象,随着反射和透射次数的增多,情况越来越复杂。本文所提出的方法不考虑压力波在覆盖层-钢板中反射透射的具体传播方式,而是从某一特定时刻出发,分析在该时刻压力波在覆盖层和钢板中可能的传播方式,将这些传播方式组合即可得到压力波在多层介质中的响应。具体的思路如下:对于某一特定时刻 $t_{m,n}$,从覆盖层透射到水中的压力增量记为 $f(t_{m,n}, t)$,该透射波在覆盖层中传播 m 次,在钢板中传播 n 次。对这一特定时刻, m 和 n 是定值,但从整体的时间上看, m 可以取 $1 \rightarrow \infty$, n 可以取 $0 \rightarrow \infty$, m 和 n 的任意组合都有可能,对于这一特定时刻,就是所有组合中的一种。基于上述想法,若波在覆盖层以及在钢板中传播一次的时间已知,则可计算出所有 m 和 n 的组合所对应的时刻,对这些时刻从小到大排序,就得到每次从覆盖层中透射到水中的压力波的情况,获得波在多层介质中传播的时域解析解。

1.1 基本假设

在压力波波幅不大的情况下,将水、覆盖层、钢板简化为一维问题,并做以下假设:

- (1) 假设应力波在各介质中的传播形式为纵波;
- (2) 假设各个介质为均匀介质,有固定线性阻抗;
- (3) 忽略波传播过程中阻尼的影响;
- (4) 忽略覆盖层、钢板的刚体运动;
- (5) 忽略波传播引起的介质变形对波在每层介质中传播时间的影响。

1.2 系统简化模型及模型参数

对于有水、覆盖层和钢板三层介质的系统,简化后的模型为:介质1是水,且左边是无限的;中间介质2是有限厚度的覆盖层;右侧介质3是钢板,钢板右侧边界Ⅲ可以是不同的边界条件,如气背、水背、刚性边界等。系统简化模型图如图1所示。

简化后的系统的物理参数如下:密度: ρ_1, ρ_2, ρ_3 ;波速: c_1, c_2, c_3 ;阻抗率: R_1, R_2, R_3 ;介质厚度: h_2, h_3 。

波在不同介质中传播参数如下:反射系数与透射系数: $r_{12}, s_{12}, r_{21}, s_{21}, r_{23}, s_{23}, r_{32}, s_{32}, r_{\text{III}}$ (其中 r_{ab} 为波由介质 a 到介质 b 的反射系数, s_{ab} 为波由介质 a 到介质 b 的透射系数, r_{III} 为边界Ⅲ的反射系数)。

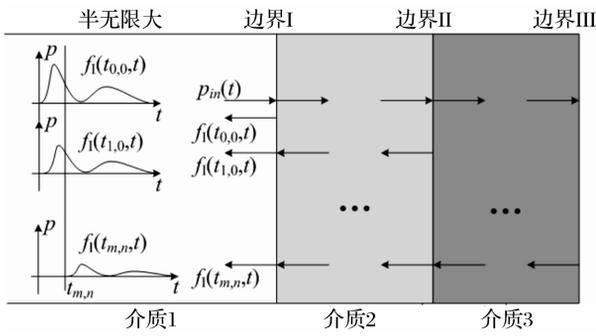


图1 系统简化模型

Fig. 1 Simplified model

1.3 时域解析解

根据声学理论知,均匀理想弹性媒质中一维小振幅线性声波方程为:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1)$$

由之前的假设可知,本文考虑的波满足此方程。在边界 II 处反射波返回到边界 I 之前,介质 1 中存在行波解:

$$p_1 = F_1 \left(t - \frac{x}{c_1} \right) + G_1 \left(t + \frac{x}{c_1} \right) \quad (2)$$

介质 2 中的透射波:

$$p_2 = F_2 \left(t - \frac{x}{c_1} \right) \quad (3)$$

粒子振动速度满足欧拉方程:

$$v = - \frac{1}{\rho} \int \frac{\partial p}{\partial x} dt \quad (4)$$

可得:

$$v_1 = \frac{F_1}{\rho_1 c_1} - \frac{G_1}{\rho_1 c_1}, \quad v_2 = \frac{F_2}{\rho_2 c_2} \quad (5)$$

由此可知:对于任意 F, G , 压力 p 与粒子振动速度 v 的关系与简谐入射波是等同的。所以输入可取简谐波、指数衰减波、三角波等任意波。

(1) 特定时刻湿表面压力增量

设压力波在介质 2 和介质 3 传播一次的时间分别为:

$$t_{s2} = \frac{2h_2}{c_2}, \quad t_{s3} = \frac{2h_3}{c_3} \quad (6)$$

对于某一特定时刻,有一压力波从覆盖层透射到水中,该压力波在覆盖层中传播 m 次,在钢板中传播 n 次,则对应的时刻 $t_{m,n}$ 为:

$$t_{m,n} = m \times t_{s2} + n \times t_{s3} \quad (7)$$

设在特定时刻 $t_{m,n}$ 由介质 2 透射到介质 1 中的压力波增量为 $f(t_{m,n}, t)$, $p_{in}(t)$ 为初始时刻入射波, $f(t_{0,0}, t)$ 为初始时刻的反射波。其中初始时刻反射波可以表示为:

$$f(t_{0,0}, t) = r_{12} \cdot p_{in}(t) \quad (8)$$

在初始时刻以后的时间里(即 $m \geq 1$), 当 $n = 0$ 时,

波没有透射到介质 3 中,此时从介质 2 透射到介质 1 中的波记为 $f(t_{m,0}, t)$:

$$f(t_{m,0}, t) = s_{12} s_{21} (r_{21} r_{23})^{m-1} r_{23} \cdot p_{in}(t - t_{m,0}) \quad (9)$$

其过程可以简述为入射波透射进入介质 2, 在介质 2 中来回传播 $m - 1$ 次, 最终透射回到介质 1 中。

当 $n \neq 0$ 时, 此时波从介质 2 透射到介质 3 的次数从 $1 \rightarrow k$ 都有可能。

波从介质 2 到介质 3 透射 1 次

$$f^1(t_{m,n}, t) =$$

$$\binom{1}{m} s_{12} s_{21} (s_{23} r_m s_{32}) (r_{21} r_{23})^{m-1} (r_m r_{32})^{n-1} \times p_{in}(t - t_{m,n}) \quad (10)$$

其中 $\binom{1}{m}$ 为组合数, 表示从 m 种由介质 2 到介质 3 的可能性中取出一种, 而 n 次在介质 3 中的反射就是在这一种之下的。

波从介质 2 到介质 3 透射 2 次

$$f^2(t_{m,n}, t) =$$

$$\binom{1}{n-1} \binom{2}{m} s_{12} s_{21} (s_{23} r_m s_{32})^2 r_{21} (r_{21} r_{23})^{m-2} (r_m r_{32})^{n-2} \times p_{in}(t - t_{m,n}) \quad (11)$$

其中组合数 $\binom{1}{n-1}$ 表示 n 次在介质 3 中传播的波被分为两份的不同份数。

更一般地, 波从介质 2 到介质 3 透射 k 次:

$$f^k(t_{m,n}, t) =$$

$$\binom{k-1}{n-1} \binom{k}{m} s_{12} s_{21} (s_{23} r_m s_{32})^k (r_{21})^{k-1} (r_{21} r_{23})^{m-k} (r_m r_{32})^{n-k} \times p_{in}(t - t_{m,n}) \quad (12)$$

其中, $k = \min(m, n)$, $\binom{k}{m}$ 表示介质 2 中的 m 次传播的 k 次产生透射, $\binom{k-1}{n-1}$ 表示介质 3 中的 n 次传播被分成 k 份。

综上所述: 当 $m \geq 1$, $n \neq 0$ 时, $t_{m,n}$ 时刻由介质 2 透射到介质 1 的波为上述 k 种可能性的叠加, 即:

$$f(t_{m,n}, t) = \sum_{i=1}^k f^i(t_{m,n}, t) \quad (13)$$

当 $m \geq 1$, $n = 0$ 时, $t_{m,n}$ 时刻由介质 2 透射到介质 1 的波由方程(9)给出结果, 当 $m = 0, n = 0$, 即初始时刻时的反射波由方程(8)给出结果。

(2) 每一时刻湿表面的压力

(1) 中介绍了对于特定时刻 $t_{m,n}$ 从介质 2 透射到介质 1 中的压力波增量的计算方法, 即 m, n 所有组合中的一种。现在算出 m, n 所有组合所对应的时刻 $t_{m,n}$ 和该时刻从介质 2 透射到介质 1 的压力增量 $f(t_{m,n}, t)$ 。

先对 $t_{m,n}$ 进行升序排列,根据 $t_{m,n}$ 的升序排列,将对应该时刻的 $f(t_{m,n}, t)$ 重新排列,就得到顺序的每一时刻从介质 2 透射到介质 1 的压力增量。而对于每一时刻湿表面压力,则为该时刻及以前所有顺序的时刻从介质 2 透射到介质 1 的压力增量的和。

若入射波为指数衰减波 $p_m(t) = p_0 \exp(-t/\theta)$, t'_i 表示时间升序排列后的时间序列, $f(t'_i, t)$ 表示对应时间压力增量, $p(t)$ 表示湿表面的压力, 则

$$p(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^k f(t'_i, t) & t'_k \leq t < t'_{k+1} \\ 0 & t < t' \end{cases} \quad (14)$$

其中 t'_k 表示所取的时间长度。

2 数值验证和算例

为了验证时域解析解的正确性,将图 1 中各介质材料参数赋值如表 1 所示。取入射波为指数衰减波 $p_0 \exp(-t/\theta)$, 取衰减时间常数 $\theta = 0.6 \text{ ms}$, 压力峰值 p_0 为 1 Pa。波在水、覆盖层和钢板中传播,边界 III 可以是刚性边界、气背边界和水背边界。有限元模型由 8 节点的线性声学的方形六面体单元构成。在 ABAQUS 中的几何模型如图 2 所示,覆盖层和钢板包括 740 个线性声学单元,水和空气各包括 50 个单元,整个系统包括 3 376 个节点。

表 1 三种介质的材料参数
Tab. 1 Medium properties

介质	材料参数			厚度 h/m
	密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	波速 $c/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	阻抗率 $R/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$	
1. 水	998	1 483	1 480 034	-
2. 覆盖层	1 200	1 570	1 884 000	0.05
3. 钢板	7 800	5 050	39 390 000	0.024

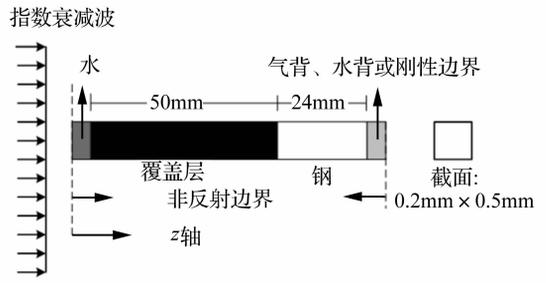


图 2 一维系统在 ABAQUS 中的模型

Fig. 2 One-dimensional system in ABAQUS

图 3、图 4 和图 5 分别为湿表面压力时域解析解和有限元解在刚性边界、气背边界和水背边界下的对比。图中有限元解开始时有一个下降,而解析解没有,是因为有限元解采样间隔小,在开始时采样点比解析解多导致的。开始时刻有限元解的下降是由于指数衰减波的衰减作用造成的,而不是有透射波到水中造成的。

从图中可以看出解析解与有限元解吻合得很好,解析解每次突变的时间和压力与有限元解对比都相差不大。不大的压力差是由于有限元存在数值阻尼和误差造成的。解析解与有限元解的对比可以说明解析解的正确性。

图 6 为指数衰减波对于不同边界湿表面压力的变化,从图中可以看出:① 三种边界下,湿表面总压力最终都趋于 0;② 衰减速度:气背最快、水背次之、刚性边界最慢;③ 气背边界时,总压力先衰减到负压再趋于 0。如果压力充分大,气背产生的负压大于静水压,板将和水脱离。水背和刚性边界从正压直接衰减为 0。

图 7 为指数衰减波对于三种边界湿表面振动速度的变化,振动速度可以由压力通过方程(4)求得,从图中可以看出刚性边界振动速度基本在 0 附近变化,而水背边界、气背边界振动速度则有较大变化。这是由于边界 III 的约束能力影响的,如果边界 III 自由,约束能力弱,振动速度有较大变化。而水背、和刚性边界对边界 III 约束能力强,使得振动速度不易有大变化。

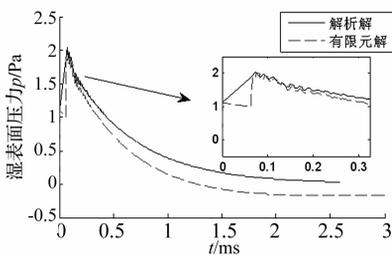


图 3 刚性边界湿表面压力解析解与有限元解对比曲线

Fig. 3 Comparison between the analytical method and FEM on wetted surface with the rigid boundary

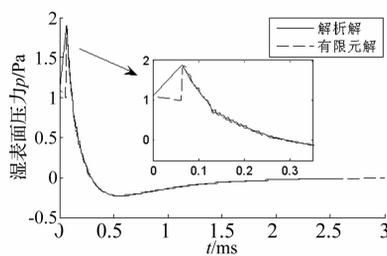


图 4 气背边界湿表面压力解析解与有限元解对比曲线

Fig. 4 Comparison between the analytical method and FEM on wetted surface with the air-backed boundary

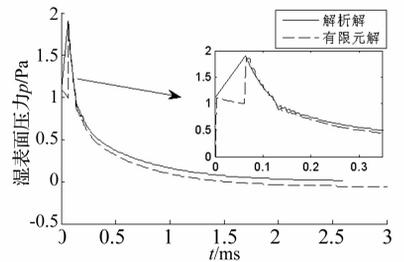


图 5 水背边界湿表面压力解析解与有限元解对比曲线

Fig. 5 Comparison between the analytical method and FEM on wetted surface with the water-backed boundary

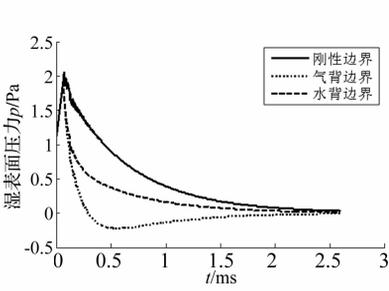


图6 指数衰减波输入对于三种边界湿表面压力曲线

Fig. 6 The pressure on wetted surface with exponential decay wave input

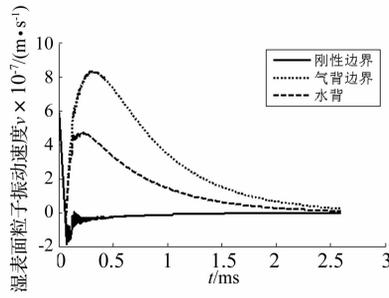


图7 指数衰减波输入湿表面振动速度曲线

Fig. 7 The particle velocity on wetted surface with exponential decay input

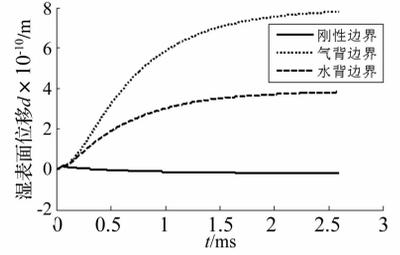


图8 指数衰减波输入湿表面位移曲线

Fig. 8 The displacement on wetted surface with exponential decay wave

图8为指数衰减波湿表面位移的变化,位移曲线是由振动速度曲线积分得到。从图中可以看出:刚性边界时,湿表面位移为0;水背和气背边界时,湿表面有刚体位移。因此,如果压力波过大,则计算结果将不再准确。

3 指数衰减波输入的近似结果比较

上面提出的解析方法可考虑所有反射及透射的影响,得到的湿表面压力的精确结果。下面针对边界条件为刚性边界、气背边界以及水背边界时,将精确结果与仅考虑前几次反射透射的近似结果进行比较。

图9、图10、图11分别为刚性边界、气背边界、水背边界的近似结果与解析结果的对比图。从这3个图中

可以看出:

(1) 仅考虑湿表面第一次反射波而不考虑在介质2与3中波的情况,所得近似结果与实际结果相差很大;

(2) 仅考虑波在边界II上反射一次,不考虑波在介质3中的传播情况,对于刚性边界近似结果与实际结果相差不大,但是近似结果无法反映压力由于多次反射、透射所造成的震荡效应;对于气背边界和水背边界,结果则相差很大,考虑多次反射、透射的结果衰减的速度远大于仅考虑波在边界II上反射一次的结果。

所以仅考虑几次反射、透射而认为后续反射波、透射波很小可以忽略的近似方法存在缺陷。想得到准确的结果,需要考虑足够多的反射、透射波的作用。

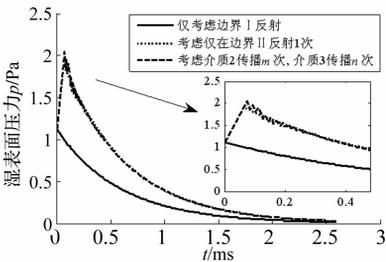


图9 刚性边界下近似结果与解析结果比较

Fig. 9 Comparison between approximate solution and analytical solution with rigid boundary

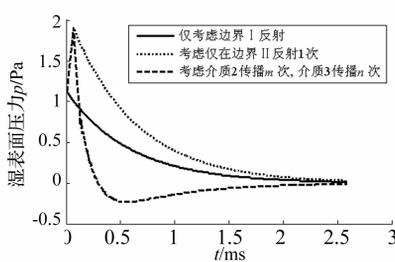


图10 气背边界下近似结果与解析结果比较

Fig. 10 Comparison between approximate solution and analytical solution with air-backed boundary

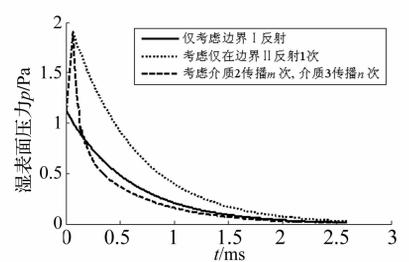


图11 水背边界下近似结果与解析结果比较

Fig. 11 Comparison between approximate solution and analytical solution with water-backed boundary

4 指数衰减波的无量纲化参数分析

对指数衰减波进行无量纲化,设 $t_{d2} = t_{s2}/\theta$, $t_{d3} = t_{s3}/\theta$, $n_1 = R_1/R_2$, $n_2 = R_2/R_3$, 四个变量加上 r_3 五个变量,构成无量纲化后的5个参数。以下研究各个参数变化对结果的影响。

4.1 覆盖层阻抗的影响

保持介质1和介质3(即水和钢板)特性不变,改变覆盖层阻抗。保持 t_{d2} 、 t_{d3} 不变, $n_1 \times n_2$ 保持定值。由

于 $n_1/n_2 = R_1 R_3 / R_2^2$, 所以 n_1/n_2 大代表覆盖层阻抗小, n_1/n_2 小表示覆盖层阻抗大。

图12为湿表面压力峰值随 n_1/n_2 比值变化曲线。从图中可以看出:随着覆盖层阻抗减小(即 n_1/n_2 增大),各个边界压力波峰值先减小后增大再减小。当 n_1/n_2 的比值近似为0.06时,刚性边界的峰值出现最小值;比值近似为0.5时,气背边界、水背边界的峰值出现最小值;当 n_1/n_2 的比值近似为3时,刚性边界峰值出现最大值,超过了覆盖层为刚性层时的峰值;比值近

似为 5 时,气背边界、水背边界峰值出现最大值,但小于覆盖层为刚性层时的峰值。当 n_1/n_2 的比值继续增大,三种边界压力波的峰值出现明显减小。

峰值曲线先减小后增大再减小的原因可分析如下:① 对于刚性边界,压力的峰值主要是由第一次反射波、第二次透射波、第三次透射波(第三次透射是入射波进入介质 2 再进入介质 3 在边界 III 上反射后透射到介质 2 再透射回介质 1 的波)的叠加结果决定。在阻抗较大时,起决定作用的是第一次反射波,随着阻抗的减小,第一次反射波幅值减小,峰值曲线下降。阻抗继续减小达到最低点,此时起决定作用的是第二次和第三次透射波,随着阻抗减小,第二次和第三次透射波幅值增强,峰值曲线上升到最大值。随着阻抗继续减小,覆盖层的特性趋于空气,第一次透射波趋于 0,后续作用越来越小,而第一次入射波和反射波之和也趋于

0,所以最终结果使峰值越来越小;② 对于气背边界和水背边界的情况,压力峰值主要是由第一次反射波、第二次透射波的叠加结果决定,此处与刚性边界不同,由于第三次透射波对于边界 III 刚性,压力波变为原来 2 倍,而若是气背、水背边界反射波相位相反,叠加将减小压力波峰值,其余讨论与刚性边界相同。

4.2 覆盖层厚度与衰减常数的影响

(1) 改变 t_{d2} 、 t_{d3} 使之同比增大或减小

t_{d2} 、 t_{d3} 同比增大或减小相当于介质 2、3 的厚度同比增加,或者波速同比减小,亦或 θ 减小。

图 13 为同比例改变 t_{d2} 、 t_{d3} ,湿表面压力峰值曲线,从图中可以看出:随着 t_{d2} 、 t_{d3} 同比例增大,压力波峰值减小;衰减的速度越快。即同比增加介质 2、3 的厚度或者减小输入波的衰减常数,可使湿表面上的总压力峰值减小,衰减更快。

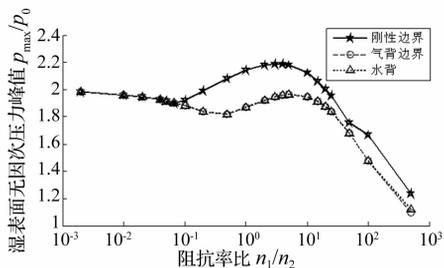


图 12 改变 n_1/n_2 湿表面无因次压力峰值曲线
Fig. 12 Effect of changing n_1/n_2 on normalized peak pressure

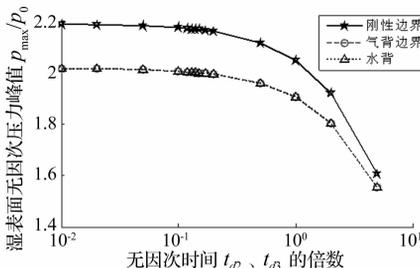


图 13 同比例改变 t_{d2} 、 t_{d3} ,湿表面无因次压力峰值曲线
Fig. 13 Effect of changing multiples of t_{d1} and t_{d2} on normalized peak pressure

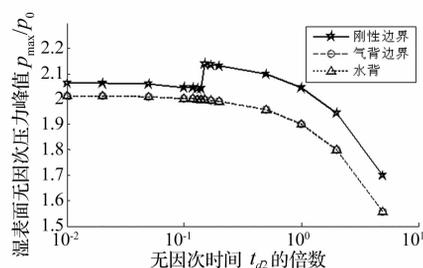


图 14 固定 t_{d3} ,改变 t_{d2} 湿表面无因次压力峰值曲线
Fig. 14 Effect of fixing t_{d3} and changing t_{d2} on normalized peak pressure

(2) 固定 t_{d3} ,改变 t_{d2}

固定 t_{d3} ,改变 t_{d2} 中的参数,使 t_{d2} 、 t_{d3} 具有不同的比例。这样做相当于改变覆盖层厚度。

图 14 为固定 t_{d3} ,改变 t_{d2} 中的参数湿表面压力峰值变化的曲线。从图中可以看出对于刚性边界随着 t_{d2} 增大,压力波峰值先减小再突变增大再减小;对于气背和水背边界随着 t_{d2} 增大时,压力波峰值减小。对于刚性边界,压力波峰值是由衰减作用和第三次透射作用共同决定的,曲线的前半段后半段的下降趋势是由于反射波与入射波叠加时的时间延长,入射波的衰减作用导致的。也可以理解为覆盖层厚度变大,储存能量的能力大了,等到释放能量的时候,入射波已经衰减很多了,导致叠加后的波峰减小,而峰值曲线的突变增大则是由第三次透射作用导致的,厚度小时压力波在介质 2 中传播多次才有一次从介质 3 中传播回来的波,但第一次从介质 3 传播回来的波压力峰值最大,而且由于边界 III 刚性,传播回来的波是原压力的二倍,随着介质 2 的厚度增大,当这个波成为第三个传播回介

质 1 的波时,压力峰值就会出现突变。对于气背和水背边界第一次从介质 3 传播回来的波相位相反,叠加作用使波的峰值减小,不会出现压力波峰值突变的作用,峰值随厚度减小的原理同刚性边界原理。

5 结论

本文基于波动理论对一维波在覆盖层-钢板中的传播情况进行了理论推导,得到了波在 3 层介质中传播的一维时域解析解,计算了输入为指数衰减波时湿表面压力的时域解析结果。同时,针对输入为指数衰减波的情况,该方法的结果通过与有限元的结果的对比证明了该方法的正确性。将该方法的结果与只计一、两次反射透射影响的近似结果进行了对比,结果发现,对于刚性边界条件,精确结果与近似结果吻合较好;对于气背边界和水背边界,近似结果误差较大。对指数衰减波进行无量纲化,分析了改变覆盖层的厚度、特性阻抗以及指数衰减波的衰减时间常数对结果的影响。分析结果表明,当覆盖层的特性阻抗减小时,压力

波峰值先减小后增大再减小;覆盖层的厚度增大,会使压力波峰值减小(对于刚性边界压力波峰值先减小后突变增大再减小),衰减速度快,会使压力波峰值减小。

参考文献

- [1] Graff K F. Wave motion in elastic solids [M]. Dover Publications Inc., New York, 1975.
- [2] Cremer L, Heckel M, Petersson B A T. Structure-borne sound [M]. Third ed., Springer, Berlin, 2005.
- [3] Mace B R, Duhamel D, Brennan M J, et al. Finite element prediction of wave motion in structural waveguides [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2005, 117(5): 2835 - 2843.
- [4] Duhamel D, Mace B R, Brennan M J. Finite element analysis of the vibrations of waveguides and periodic structures [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 294 (1 - 2): 205 - 220.
- [5] Mace B J, Manconi E. Modelling wave propagation in two-dimensional structures using finite element analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 318 (4 - 5): 884 - 902.
- [6] Renno J M, Mace B R. On the forced response of wave guides using the wave and finite element method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(26): 5474 - 5488.
- [7] Renno J M, Mace B R. Calculating the forced response of two-dimensional homogeneous media using the wave and finite element method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330: 5913 - 5927.
- [8] Akyurtlu A, Werner D H. BI-FDTD: a novel finite-difference time-domain formulation for modeling wave propagation in bi-isotropic media [J]. IEEE Trans. Antenn. Propag., 2004, 52(2): 416 - 425.
- [9] Gandhi O P, Gao B Q, Chen J Y. A frequency-dependent finite difference time-domain formulation for general dispersive media [J]. IEEE Trans. Microw. Theory Tech, 1993, 41: 658 - 664.
- [10] Luebbers R, Hunsberger F P, Kunz K, et al. A frequency-dependent finite-difference time-domain formulation for dispersive materials [J]. IEEE Trans. Electromagn. Comp, 1990, 32: 222 - 227.
- [11] Taflov A. Review of the formulation and applications of the finite-difference time-domain method for numerical modeling of electromagnetic wave interactions with arbitrary structures [J]. Wave Motion, 1988, 1(6): 547 - 582.
- [12] Bathe K J, Wilson E L. Numerical methods in finite element analysis [M]. Prentice-Hall, New York, 1976.
- [13] Givoli D. Recent advances in the DtN FE method [J]. Arch. Comput. Methods Eng., 1999, 6(2): 71 - 116.
- [14] Givoli D. Nonreflecting boundary-conditions [J]. J. Comput. Phys, 1991, 94(1): 1 - 29.
- [15] Zienkiewicz O C, Taylor R L. The finite element method [J]. McGraw-Hill, NY, 1991.
- [16] Desceliers C, Soize C, Grimal Q, et al. A time-domain method to solve transient elastic wave propagation in a multilayer medium with a hybrid spectral-finite element space approximation [J]. Wave Motion, 2008, 45(4): 383 - 399.
- [17] Brasek T P. Effect of surface coating on one-dimensional system subjected to unit step pressure wave [D]. California: Naval postgraduate School, NPS-ME - 94 - 006, 1994.
- [18] Brasek T P. Response of dual-layered structures subjected to shock pressure wave [D]. California: Naval Postgraduate School, 1994.
- [19] Neilson H C, Everstine G C, Wang Y E. Transient response of a submerged fluid-coupled double-walled shell structure to a pressure pulse [J]. Journal of the Acoustic Society of America, 1981, 70: 1776 - 1782.
- [20] Bergersen J K L. Effect of surface coating on cylinders subjected to underwater shock [D]. Naval postgraduate School, Monterey, California, 1992.
- [21] Taylor G I. The pressure and impulse of submarine explosion waves on plates [J]. In: Underwater Explosion Research, Vol. I, Office of Naval Research, 1950: 1155 - 1173.
- [22] Snay H G, Christian E A. The response of air-backed plates to high-amplitude underwater shockwaves [R]. NAVORD, Report 2462, 1952.
- [23] Schechter R S, Bort R L. The response of two fluid-coupled plates to an incident pressure pulse [R]. Naval Research Laboratory, Memorandum report 4647, 1981.
- [24] Huang H. A qualitative appraisal of the doubly asymptotic approximation for transient analysis of submerged structures excited by weak shock waves [R]. AD-A015941, 1975.
- [25] 童宗鹏. 舰船抗冲瓦结构流固耦合建模及水下抗爆机理研究 [D]. 上海: 上海交通大学, 2006.
- [26] 湛勇, 张志谊, 华宏星, 等. 弹性泡沫夹芯结构的水下爆炸响应分析 [J]. 振动与冲击, 2009, 28(11): 25 - 29.
- CHEN Yong, ZHANG Zhi-yi, HUA Hong-xing, et al. Analytic model for the response to water blast of one-dimensional naval structure with elastic foam coatings [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(11): 25 - 29.