

一种确定奇异值分解降噪有效秩阶次的改进方法

王建国, 李健, 刘颖源

(东北电力大学 自动化工程学院, 吉林 吉林 132012)

摘要: 提出了一种基于奇异值差分谱单边极大值的降噪方法, 实现了对旋转设备故障信号信噪比的提高。首先通过相空间重构 Hankel 矩阵的方法对原始振动信号进行处理, 再进行奇异值分解, 最后采用奇异值差分谱单边极大值原则确定所含的较大峰值降噪阶数。通过数值仿真和实际轴承故障数据的应用分析, 表明了该方法可以有效地提高信号的信噪比, 为后期的故障特征信号提取创造有利条件。

关键词: 降噪; 奇异值分解; Hankel 矩阵; 单边极大值原则

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.12.031

An improved method for determining effective order rank of SVD denoising

WANG Jian-guo, LI Jian, LIU Ying-yuan

(School of Automation Engineering, Northeast Electric Power University, Jilin 132012, China)

Abstract: A new effective method for denoising based on difference spectrum unilateral maxima of singular values was presented to improve the signal-to-noise ratio of a rotating equipment fault signal. Firstly, the phase space reconstruction of Hankel matrix was used to process the original vibration signal, and then the trajectory attractor matrix was decomposed by using Singular Value Decomposition. Finally, according to the difference spectrum unilateral maxima principle of singular values to determine the reconstruction order rank of singular values. Numerical simulation and the practical bearing fault data analysis were done. The results showed that the proposed method can be used to effectively improve the signal-to-noise ratio of a signal, and it is helpful for later fault characteristic signal extraction.

Key words: noise reduction; singular value decomposition (SVD); Hankel matrix; unilateral maxima principle

有效消除噪声影响一直是旋转设备故障诊断研究的重要内容之一^[1], 特别是故障早期, 由于调制源弱, 早期故障信号微弱, 并且受周围设备的噪声干扰, 导致故障特征难以识别^[2]。因此, 最大限度地提高振动测量信号的信噪比^[3-5], 是为故障特征信号的提取做好前期工作的重要环节^[6-7]。

振动信号 Hankel 矩阵奇异值分解, 作为一种非线性滤波方法, 可以用于消除信号中的随机噪声成分, 提取信号中的周期成分, 得到相对纯净的故障信号^[8-9]。

如何确定奇异值有效秩阶次是该方法的关键技术之一, 目前采用方法相对较多的是试凑法和均阀法, 然而这两种方法对操作者的经验要求相对较高, 且不易掌握。另一种方法是根据原始信号主频个数的二倍关系来确定奇异值分解降噪的有效秩阶次的方法^[10], 该

方法对仿真信号进行试验分析取得了较好的效果。但是在实际工程应用中, 由于工况的复杂性, 振动信号的幅值和频率伴随脉动激发力的产生将出现调制现象, 导致频带发生大幅度迁移, 加之噪声信号大量存在, 使原始信号的主频个数往往难以区分, 致使有效秩阶次难以确定。为此本文提出了基于 Hankel 矩阵和奇异值差分谱单边极大值分解技术, 研究奇异值分解降噪特性消除系统信号中混合噪声的改进方法。从奇异值差分谱出发, 避免了主频个数不容易确定问题的发生, 实际测试中取得了较好的效果。

本方法提供了一个确定有效秩阶次的选取原则, 使得操作者能够有效地、快速地确定选取阶次, 而不用在单纯依靠操作者的经验来进行选取, 提高了可操作性和实用性, 避免了传统差分方法只取最大值点的局限性, 采用单边极大值原则使得选取方法有效避免了过降噪现象发生, 为后续故障诊断提供了有利的保证。

1 奇异值分解降噪机理

假设从滚动轴承测得的含有噪声的数据信号为 y

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51176028)

收稿日期: 2013-09-30 修改稿收到日期: 2014-01-02

第一作者 王建国 男, 博士, 教授, 1963 年出生

通信作者 李健 男, 硕士, 1988 年 2 月生

$= [y_1, y_2, \dots, y_N]$, 基于相空间重构理论, 可以将上述数据构造成 $p \times q$ 阶 Hankel 矩阵:

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_q \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{q+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_p & y_{p+1} & \cdots & y_N \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 \mathbf{H}_m 为 $p \times q$ 阶矩阵, 其中 N 为信号长度, $n = p + q - 1$ 并且 $p \geq q$ 。

矩阵 \mathbf{H}_m 通过重构吸引子的特征揭示了它在重构空间的动态特性, 因此可以将 \mathbf{H}_m 表示为 $\mathbf{H}_m = \mathbf{D} + \mathbf{W}$ 的形式, \mathbf{D} 表示光滑信号在重构空间的 $p \times q$ 矩阵, \mathbf{W} 表示噪声干扰信号的 $p \times q$ 矩阵。所以如何对原始信号进行降噪, 就是怎样寻找到 \mathbf{D} 的最佳逼近矩阵^[11]。

对 \mathbf{H}_m 进行奇异值分解可以得到:

$$\mathbf{H}_m = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (2)$$

式中 \mathbf{U} 和 \mathbf{V}^T 分别为 $p \times p$ 和 $q \times q$ 矩阵, \mathbf{S} 为 $p \times q$ 的对角矩阵, 主对角线元素为 $\lambda_i (1, 2, \dots, k)$, $k = \min(p, q)$ 即:

$$\mathbf{S} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k) \quad (3)$$

式中 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ 为矩阵 \mathbf{H}_m 的奇异值, 且 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k \geq 0$, \mathbf{U} 和 \mathbf{V}^T 表示左右奇异阵。根据奇异值分解理论和 Frobenius 范数意义下矩阵最佳逼近定理得到: 有用的信号主要由前 r 个较大的奇异值反映, 噪声信号由后面较小的奇异值反映, 去掉代表噪声信号的较小奇异值, 则源信号中的噪声被去除, 再进行奇异值分解的逆过程演算, 最终得到矩阵 $\hat{\mathbf{H}}_m$, 那么矩阵 $\hat{\mathbf{H}}_m$ 就是 \mathbf{H}_m 的秩为 r 的最佳逼近矩阵^[12]。 $\hat{\mathbf{H}}_m$ 相对于 \mathbf{H}_m 而言其噪声已被大大压缩。将矩阵 $\hat{\mathbf{H}}_m$ 中的反对角线元素相加平均, 就可以得到降噪后的信号^[13]。

由此可见, 如何确定重构矩阵的维数和有效秩的阶数, 是解决上述方法的至关重要问题。

2 重构矩阵的维数和有效秩阶数的确定

2.1 重构矩阵的维数确定

Hankel 重构矩阵维数的确定, 直接影响降噪效果的好坏。文献[10]通过对多组不同长度及频率的源信号进行分析后发现, 最佳维数基本在 $p = N/2$ 处的一个邻域内产生, 并且在此邻域所取的维数值的降噪效果比较理想, 而且能满足工程要求。因此, 重构矩阵的结构可以根据振动信号长度 N 来确定, 工程应用中可以取 $p = N/2$ 。经验证该方法可行且效果较好, 本文不再赘述。

2.2 有效秩阶数的确定

奇异值的差分谱序列 $b_i = \lambda_i - \lambda_{i+1}, i = 1, 2, \dots, q - 1$ 描述了奇异值序列的具体变化情况。

差分后形成序列 $B = (b_1, b_2, \dots, b_{q-1})$ 充分的反应了相邻的两个奇异值的变化。根据定义的差分谱序列可知, 两个相邻的奇异值差别越大, 那么他们在整个差分谱中所表现出的特征也越明显, 也就是说它们之间产生的峰值也就相对越大。而这些较大的峰值通常携带有非常重要的状态信息, 因此较大峰值尤其应受到关注, 这其中也包含着最大峰值, 但并不意味着最大峰值就是最值得关注的信息。而这些较大峰值的出现就是由于有用信号和噪声信号的不相关而导致的。因此, 根据所得峰值的不同, 选则较恰当的奇异值有效秩阶次就可以去除噪声信号从而得到有用信号。

故本文提出一种单边极大值原则选取方法, 即在奇异值差分谱中从右至左, 选择第一个至少单边与其相邻峰值比较, 差距绝对值最大的极大峰值的对应点位置, 来确定重构信号的有效秩阶次, 从而完成对有用信号的重构和对噪声的有效消除。

3 有效性验证

3.1 仿真验证及分析

为验证上述方法的有效性, 分别用不同频率的信号源加载不同能量分贝的噪声对该方法进行验证。现选取 $x(t)_1$ 和 $x(t)_2$ 两个信号进行分析, 并通过对比降噪后信号和加噪前信号的图谱接近程度和信噪比的大小来衡量该方法的高效实用性。

$$\begin{aligned} x(t)_1 &= (1 + 0.6t) \sin(80\pi t) + 2\cos(30\pi t) + \zeta(n) \\ x(t)_2 &= 5\sin(3\pi t) + 4\sin(8\pi t) \cos(2\pi t + 3\pi) + \\ &\quad 8\sin(8\pi t) + \zeta(n) \end{aligned}$$

式中: $\zeta(n)$ 分别表示强度为 5 dB 和 15 dB 的高斯白噪声。

以上两个信号源采样长度均取 1 024, Hankel 矩阵行数取 512。 $x(t)_1$ 采样频率为 1 024 Hz, $x(t)_2$ 采样频率为 200 Hz。跟据奇异值差分谱我们可以看到 $x(t)_1$ 较大峰值处大奇异值分别为 2 和 4, 其中最大峰值处为 4, $x(t)_2$ 较大峰值处大奇异值分别是 2、4 和 8, 其中最大峰值处为 2, 根据本文提到的奇异值差分谱单边极大值原则, 所以两个信号源有效秩阶数分别确定为 4 和 8, 降噪后分别对应于图 1 和图 2 中的图 d。为了进行比较, 对信号 $x(t)_1$ 的奇异值 2、6 和 $x(t)_2$ 的奇异值 6、10 也做了相应处理, 对应于图 1 和图 2 中的图(e)和图(f), 降噪前后的 SNR 如表 1 所示。

表 1 信号降噪前后 SNR

Tab. 1 Signal SNR before and after noise reduction

信号	图 1(a) 降噪前	图 1(d) 降噪后	图 1(e) 降噪后	图 1(f) 降噪后
$x(t)_1$	-1.3118	44.7469	8.4296	34.5839
$x(t)_2$	3.3758	43.8084	37.5909	24.6574

从表1中可以看出,噪声信号通过奇异值差分谱单边极大值原则降噪,SNR得到大大提高,而图(d)是选取有效秩阶数为4和8的信噪比,为最大。 $x(t)_1$ 信号图a降噪前的SNR之所以出现负值,是由于源信号的能量小于噪声能量的原因,即源信号被噪声信号所覆盖所造成。为了能更清晰的观察,将图1和图2中奇异值差分谱值分别取前100个奇异值进行放大,从中可以看到差分谱有效地反映了所包含大信息量的奇异值个数,并且根据单边极大值原则选择了有效秩阶数分别为4和8进行降噪,而不是选取了最大峰值所对应的有效秩阶数。

$x(t)_1$ 选择有效秩阶数为4,是因为4的峰值与其相邻峰值的2比较差距最大,而 $x(t)_2$ 之所以选择8是因为遵循本文所提原则,从右至左8与4所对应峰值

的差距最大,虽然比较后为负值但是原则提到绝对值最大,且从右至左8点为第一个符合要求的点,所以选择8为 $x(t)_2$ 有效秩阶数。降噪后的信号图谱比较光滑并且与加噪之前的信号图谱对比基本吻合。

图1(e)为有效秩阶数为2的降噪图形,可以看出降噪后的图形明显失真,主要原因是因为有效秩阶数的选取偏低,造成过降噪后果,图1(f)为有效秩阶数为6的降噪图形,由于有效秩阶数选取偏高导致降噪后的效果存在大量毛刺,说明噪声没有完全去掉,仍有保留。图2(e)选取6为有效秩阶数,出现了过降噪的现象,那么由此可见,如果选取最大峰值为4的点,过降噪现象将会更加明显,而图2(f)也是由于有效秩的选取偏高进而出现了欠降噪的结果。

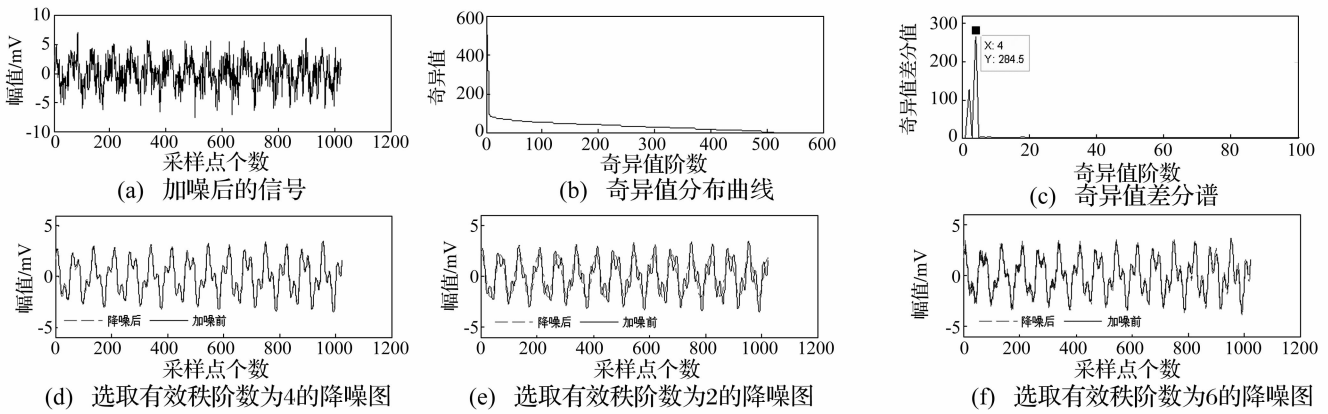


图1 信号 $x(t)_1$ 降噪结果

Fig. 1 signal $x(t)_1$ de-noising results

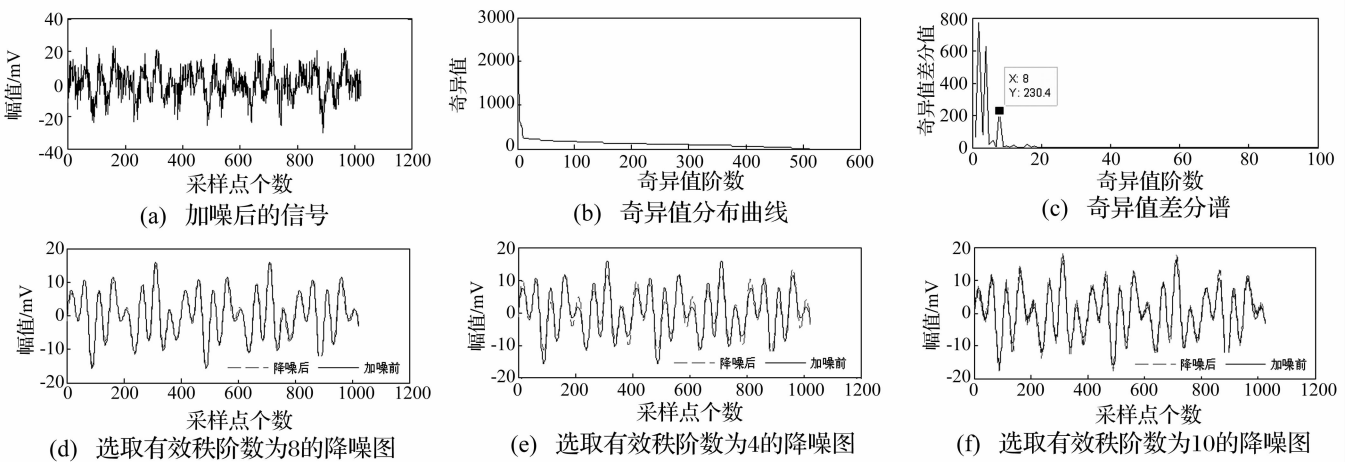


图2 信号 $x(t)_2$ 降噪结果

Fig. 2 Signal $x(t)_2$ de-noising results

3.2 实验验证及分析

本次研究对象为型号 N205 的轴承外圈故障信号,滚动体个数 $Z = 12$,轴承节圆直径 $D = 39$ mm,滚动体

直径 $d = 7.5$ mm,压力角 0。信号采集频率为 12 800 Hz,转速为 1 440 r/min,采样点个数取 3 000,实验结果如下:

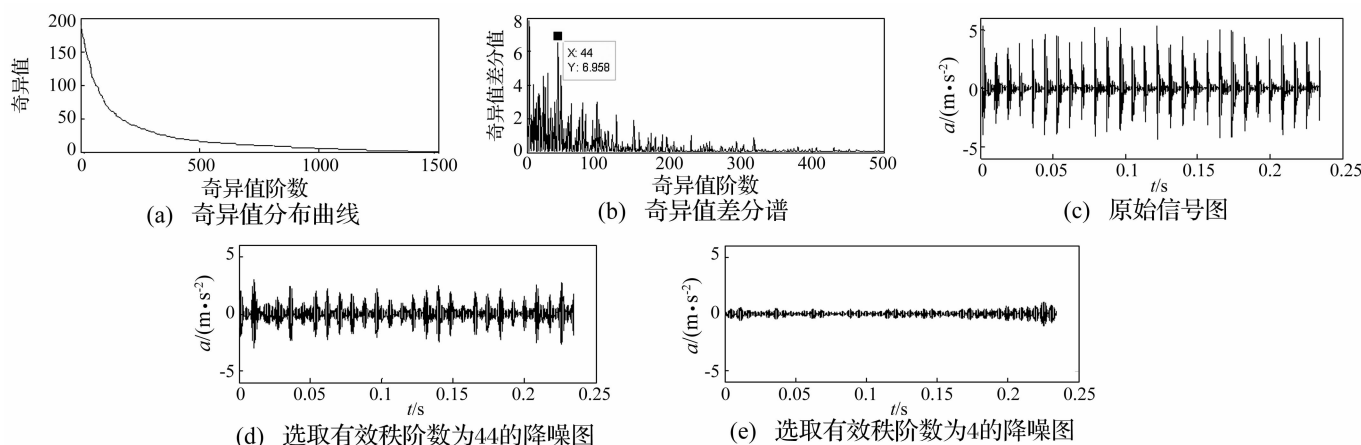


图 3 轴承外圈故障信号降噪结果

Fig. 3 bearing outer ring fault signal de-noising results

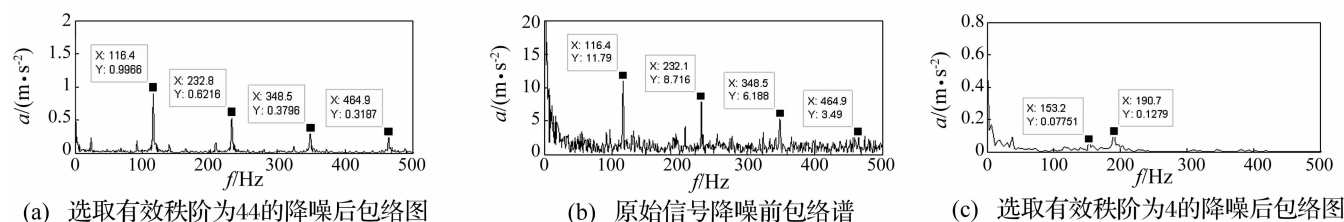


图 4 轴承外圈故障信号降噪后包络谱

Fig. 4 Bearing outer envelope spectrum after the fault signal de-noising

从图 3 中可以看出,根据本文提出的单边极大值原则选择有效秩阶数为 44,而没有选择最大峰值阶数 4。从图(d)和图(c)的比较可以看出,降噪后的信号有效地保留了源信号的周期部分,去除了噪声干扰信号,为后期的故障特征信号提取创造了条件。本文同时作了经验法经常容易选取的有效秩为 4 的降噪效果图,如图(e)所示,幅值同样降低很多,但是为了进一步表征轴承故障的物理意义,对图(c)、图(d)和图(e)三组信号做了如下处理。

根据轴承外圈故障特征频率公式可得:

$$f_o = 0.5Zf\left(1 - \frac{d}{D}\cos\beta\right) =$$

$$0.5 \times 12 \times 24 \times \left(1 - \frac{7.5}{39}\right) = 116.2 \text{ Hz}$$

为了提取外圈故障特征频率,进一步对降噪后的信号做 Hilbert 包络并进行频率谱分析,结果如图 4 所示。

从图(a)功率谱的分析可以发现存在一个明显的峰值 116.4 Hz,对应轴承外圈故障特征频率,同时存在 232.8 Hz、348.5 Hz 和 464.9 Hz 频率成分,这刚好与故障特征频率的二倍频、三倍频、四倍频相对应,跟轴承外圈故障特征相吻合。如图(b)所示为原始信号包络谱,与图(a)降噪后的包络谱相比较可知,信号的低频和低频成分得到了很好的抑制,并且图(b)中的轴承故

障特征频率的三倍频和四倍频几乎被边频带和噪声信号所淹没,其中四倍频尤为明显,经过降噪后,如图(a)所示,三倍频和四倍频都有清晰显露,使故障特征频率更加精准的表现出来,更加有利于对轴承振动信号进一步分析。而图(c)中不但没有显示出明确的故障频率信息,而且功率谱图像严重失真,缺少大量信息。故此可以分析,该谱是由于降噪的有效秩阶数过高,从而导致严重过降噪,失去有用信号所造成。所以,通过对比试验,进一步的验证了本文的降噪方法的有效性。

4 结 论

(1) 奇异值分解降噪有效秩单纯的选取差分谱中最大值峰值所对应的点,并非能得到最佳降噪效果,且容易丢失有用信号。

(2) 采用单边极大值原则能够方便、有效地选取有效秩降噪阶数,和传统的方法相比,给出选取原则,很大程度上减少了对操作人员经验的依赖,且在一定程度上避免了过降噪现象的产生。

(3) 针对旋转设备故障信号的噪声干扰问题,本文经过数值仿真和对实际轴承的实验研究表明,基于奇异值差分谱单边极大值降噪的原则,不但可以直观有效地确定奇异值有效秩降噪阶数,而且具有良好的降噪效果,一定程度上提高了信号的信噪比,为后续的故障诊断工作提供了有利条件。

参考文献

- [1] 陈恩利, 吴勇军, 申永军. 基于改进奇异值分解技术的齿轮调制故障特征提取[J]. 振动工程学报, 2008, 21(5): 530-534.
CHEN En-li, WU Yong-jun, SHEN Yong-jun. An improved method of detecting modulated gear fault characteristic based on singularity value decomposition [J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(5): 530-534.
- [2] 汤宝平, 蒋永华, 张详春. 基于形态奇异值分解和经验模式分解的滚动轴承故障特征提取方法[J]. 机械工程学报, 2010, 46(5): 37-42.
TANG Bao-ping, JIANG Yong-hue, ZHANG Xiang-chun. Feature extraction method of rolling bearing fault based on singular value decomposition-morphology filter and empirical mode decomposition [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(5): 37-42.
- [3] 陈志新, 徐金梧, 杨德斌. 基于复小波块阈值的降噪方法及其在机械故障诊断中的应用[J]. 机械工程学报, 2007, 43(6): 200-204.
CHEN Zhi-xin, XU Jin-wu, YANG De-bin. Denoising method of block thresholding based on DT-CWT and its application in mechanical fault diagnosis [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(6): 200-204.
- [4] 彭志科, 卢文秀, 褚福磊. 新的基于小波变换的振动信号降噪方法[J]. 机械工程学报, 2006, 42(4): 18-22.
PENG Zhi-ke, LU Wen-xiu, CHU Fu-lei. Novel wavelet based method for vibration signal noise cancellation. [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(4): 18-22.
- [5] 李富才, 何正嘉, 陈进. 小波域相关滤波法及其早期故障预示应用[J]. 振动工程学报, 2005, 18(2): 145-148.
LI Fu-cai, HE Zheng-jia, CHEN Jin. Wavelet transform domain correlation filter and its application in incipient fault prognosis [J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(2): 145-148.
- [6] 胡爱军, 唐贵基, 安连锁. 基于数学形态学的旋转机械振动信号降噪方法[J]. 机械工程学报, 2006, 43(4): 127-130.
HU Ai-jun, TANG Gui-ji, AN Lian-suo. De-noising technique for vibration signal of rotating machinery based on mathematical morphology filter [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2006, 43(4): 127-130.
- [7] 王成栋, 朱永生, 张优云. 转子振动信号降噪方法研究[J]. 振动、测试与诊断, 2003, 23(4): 252-255.
WANG Cheng-dong, ZHU Yong-sheng, ZHANG You-yun. Study on denoising rotor vibration signals contaminated by electromagnetic interference [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2003, 23(4): 252-255.
- [8] 张波, 李健君. 基于 Hankel 矩阵与奇异值分解(SVD)的滤波方法以及在飞机颤振试验数据预处理中的应用[J]. 振动与冲击, 2009, 28(2): 162-166.
ZHANG Bo, LI Jian-jun. Denoising method based on Hankel matrix and SVD and its application in flight flutter testing data preprocessing [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(2): 162-166.
- [9] 陈恩利, 张玺, 申永军, 等. 基于 SVD 降噪和盲信号分离的滚动轴承故障诊断[J]. 振动与冲击, 2012, 31(23): 185-190.
CHEN En-li, ZHANG Xi, SHEN Yong-jun, et al. Fault diagnosis of rolling bearings based on SVD denoising and blind signals separation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(23): 185-190.
- [10] 钱征文, 程礼, 李应红. 利用奇异值分解的信号降噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(4): 599-463.
QIAN Zheng-wen, CHENG Li, LI Ying-hong. Noise reduction method based on singular value decomposition [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(4): 599-463.
- [11] 王太勇, 王正英, 胥永刚, 等. 基于 SVD 降噪的经验模式分解及其工程应用[J]. 振动与冲击, 2005, 24(4): 96-98.
WANG Tai-yong, WANG Zheng-ying, XU Yong-gang, et al. Empirical mode decomposition and its engineering applications based on SVD denoising [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(4): 96-98.
- [12] 朱启兵, 刘杰, 李允公. 基于结构风险最小化原则的奇异值分解降噪研究[J]. 振动工程学报, 2005, 18(2): 204-207.
ZHU Qi-bing, LIU Jie, LI Yun-gong, WEN Bang-chun. Study on noise reduction in singular value decomposition based on structural risk minimization [J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(2): 204-207.
- [13] 孙鑫晖, 张令弥, 王彤. 基于奇异值分解的频响函数降噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2009, 29(3): 325-328.
SUN Xin-hui, ZHANG Ling-mi, WANG Tong. Noise reduction of frequency response function using singular value decomposition [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(3): 325-328.