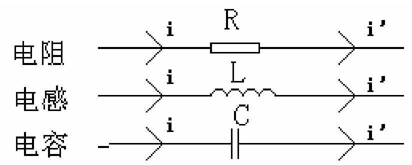
第十章　双口网络

§10—1 双口网络的概念及其网络方程

一、双口网络的概念

1．单端口网络

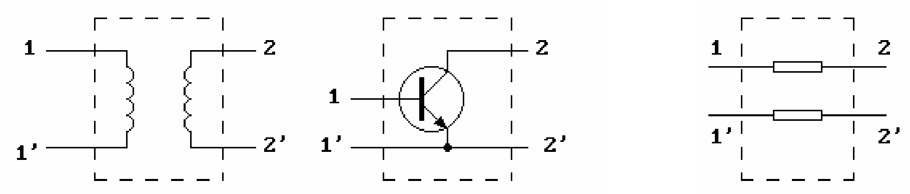
我们前面分析的元件，如：



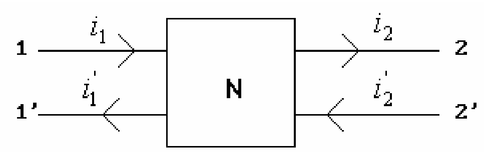
这些元件称之为二端元件，它的特点是：两个端钮， $i=i'$。

2．双口网络(也称二端口网络)与四端网络

1) **四端网络：四个端钮，一个输入口、一个输出口。如** P. 244 **图** 10－1，10－2。**又如下图：**



这些都是四端元件，用框图表示如下：



2) **双口网络：当满足** $i_1=i_1'$，$i_2=i_2'$ **时的四端网络，也称为二端口网络。下图电路不满足上述条件，不属于双口网络，如图** 10－2。

注意：如果 $i_1\neq i_1', i_2\neq i_2'$，**此四端网络就不能称为双口网络。**

3．本书中的双口网络：

当四端网络 N **中只包含线性元件如** R、L、C **及受控源(控制量也**

必须在 N 内)，则 N 必是双口网络。当 N 内有受控源，称之为有源双口网络；反之称为无源双口网络。

二、网络方程：6 个，P.245 划线

对于双口网络，我们感兴趣的仅是其端口电压或电流；对 N 的讨论不在于其内部结构，而在于分析各端口参数间的关系。

1．单端口网络方程：变量为 $\dot{U}$，$\dot{I}$。

在正弦稳态时，一个不含独立源的单端口网络方程依照其端口的 VAR 可表示为：

输入阻抗方程： $\dot{U}=Z\dot{I}$

输入导纳方程： $\dot{I}=Y\dot{U}$

即用它的输入阻抗 Z 或输入电纳 Y 来表征端口特性。

2．双口网络方程：变量为 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$、$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$。对一个不含独立源的二端口网络，为了建立四个端口变量之间的关系，可将其中任意两个看作为自变量，另外两个为因变量，共有($C_4^2=6$)六种取法。因此：在正弦稳态时，可以用六组方程表征二端口网络端口变量的关系，即：

1) Z 参数方程：
$$\begin{cases}\dot{U}_1=Z_{11}\dot{I}_1+Z_{12}\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=Z_{21}\dot{I}_1+Z_{22}\dot{I}_2\end{cases}$$

2) Y 参数方程：
$$\begin{cases}\dot{I}_1=Y_{11}\dot{U}_1+Y_{12}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2=Y_{21}\dot{U}_1+Y_{22}\dot{U}_2\end{cases}$$

3) H 参数方程：
$$\begin{cases}\dot{U}_1=H_{11}\dot{I}_1+H_{12}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2=H_{21}\dot{I}_1+H_{22}\dot{U}_2\end{cases}$$

4) G **参数方程：**

$$\begin{cases}\dot{I}_1 = G_{11}\dot{U}_1 + G_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = G_{21}\dot{U}_1 + G_{22}\dot{I}_2\end{cases}$$

5) **传输参数方程：**

$$\begin{cases}\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B(-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D(-\dot{I}_2)\end{cases}$$

6) **反传输参数方程：**

$$\begin{cases}\dot{U}_2 = A'\dot{U}_1 + B'(-\dot{I}_1) \\ \dot{I}_2 = C'\dot{U}_1 + D'(-\dot{I}_1)\end{cases}$$

六个方程组中的系数分别称为 Z 参数、Y 参数、H 参数、G 参数、传输参数及反传输参数，它们用来表征二端口网络六种可能的方程。以上的六组方程总称为双口网络的网络方程，分别称为 Z 参数方程、Y 参数方程、H 参数方程、G 参数方程、传输参数方程、反传输参数方程，注意最后两组方程中的负号。

若将方程组表示为矩阵形式，则可以得到六个参数矩阵(P.245)。

1) $\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix} = Z\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$，**其中** $\mathrm{Z} = \begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}$，**称为 Z 参数矩阵。**

2) $\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = Y\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix}$，**其中** $\mathrm{Y} = \begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}$，**称为 Y 参数矩阵。**

3) $\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = H\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix}$，**其中** $\mathrm{H} = \begin{bmatrix}H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22}\end{bmatrix}$，**称为 H 参数矩阵。**

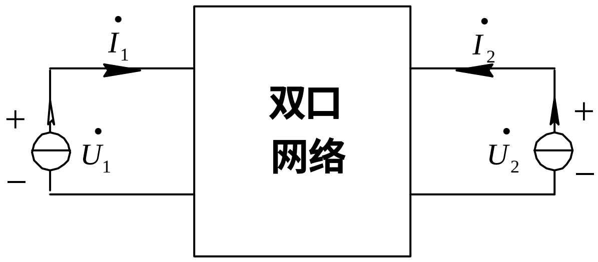
4) $\begin{bmatrix}\dot{I}_1 \\ \dot{U}_2\end{bmatrix} = G\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$，**其中** $\mathrm{G} = \begin{bmatrix}G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22}\end{bmatrix}$，**称为 G 参数矩阵。**

5) $\begin{bmatrix}\dot{U}_1 \\ \dot{I}_1\end{bmatrix} = T\begin{bmatrix}\dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2\end{bmatrix}$，**其中** $\mathrm{T} = \begin{bmatrix}A & B \\ C & D\end{bmatrix}$，**称为传输矩阵。**

6) $\begin{bmatrix}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2\end{bmatrix} = H\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ -\dot{I}_1\end{bmatrix}$，**其中**$T' = \begin{bmatrix}A' & B'\\ C' & D'\end{bmatrix}$，**称为反传输矩阵。**

三、利用叠加原理解释双口网络方程

以 Z **参数方程为例，电流源** $\dot{I}_1$ **和** $\dot{I}_2$ **为激励，** $\dot{U}_1$ **与** $\dot{U}_2$ **为响应。假设电流源** $\dot{I}_1$ **和** $\dot{I}_2$ **分别作用于输入端口和输出端口。**



依叠加原理，对线性网络，响应可表示为激励的线性组合，故：

$$\begin{cases}\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2\\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{cases}$$

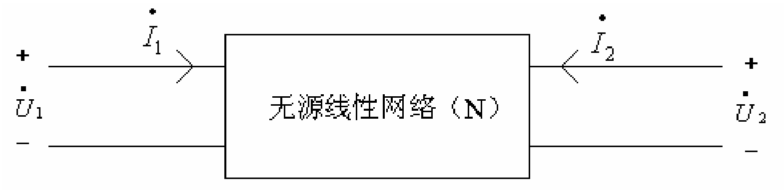
式中 Z_{ij} **与双口网络的结构、元件参数及激励频率有关。**

有关叠加的详细分析见 P. 245。

§10 —2　　双口网络参数的计算

一、 导纳参数方程、导纳参数

1．**概念**：



在$1-1'$**端口加**$\dot{U}_1$， $2-2'$**端口加**$\dot{U}_2$，**设** N **内部有网孔数**l，**第** 1、2 **网孔有**$\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$，**其网孔电流方程为**：

$$\begin{cases} Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 + \cdots\cdots + Z_{1l}\dot{I}_l = \dot{U}_1 \\ Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 + \cdots\cdots + Z_{2l}\dot{I}_l = \dot{U}_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Z_{l1}\dot{I}_1 + Z_{l2}\dot{I}_2 + \cdots\cdots + Z_{ll}\dot{I}_l = 0 \end{cases}$$

解得：

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \dfrac{\Delta_{11}}{\Delta}\dot{U}_1 + \dfrac{\Delta_{21}}{\Delta}\dot{U}_2 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = \dfrac{\Delta_{12}}{\Delta}\dot{U}_1 + \dfrac{\Delta_{22}}{\Delta}\dot{U}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$$

式中：Δ **为系数矩阵的行列式**，Δ_{ij} **是在**Δ **中去除第**i **行**、**第** j **列所得的代数余子式**。

写成矩阵形式：
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

这就是导纳参数方程。

其中：$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$ **称为导纳参数矩阵**。Y_{11}—Y_{22} **称为双口网络的** Y **参数(即导纳参数)**，**可以通过计算或测试求得**。

2、Y **参数的确定**：

在 $1-1'$ **上加** $\dot{U}_1$，**将** $2-2'$ **短路(即** $\dot{U}_2=0$)

则有：

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 \dashrightarrow Y_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}$$ （**称之为**$1-1'$**输入导纳**）

$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 \dashrightarrow Y_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}$$ （**称之为**$2-2'$**转移导纳**）

同理：**将**$1-1'$ **端口短路**($\dot{U}_1=0$)，$2-2'$ **端口加**$\dot{U}_2$

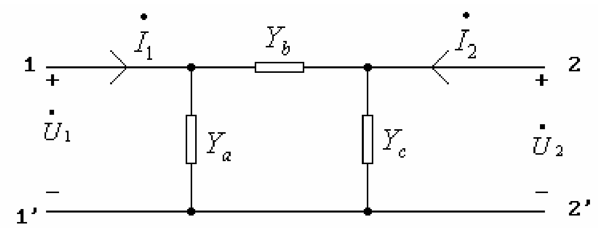
则有：

$$\dot{I}_1 = Y_{12}\dot{U}_2 \dashrightarrow Y_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$$ （**称之为**$1-1'$**转移导纳**）

$$\dot{I}_2 = Y_{22}\dot{U}_2 \dashrightarrow Y_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}$$ （**称之为**$2-2'$**输入导纳**）

所以 Y **参数又称为短路导纳参数**。

例：**求** Y **参数**(p **型电路**)。



解：1) **求**Y_{11}、Y_{21}。**将**$2-2'$ **端口短路**，$1-1'$ **加**$\dot{U}_1$；

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1(Y_a+Y_b) \qquad\qquad -\dot{I}_2 = \dot{U}_1 Y_b$$

(**负号是由指定的电压、电流参考方向造成的**)

由定义：

$$Y_{11}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=Y_a+Y_b$$

$$Y_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=-Y_b$$

2) **求**Y_{12}、Y_{22}。**将**1—1'**短路**，2—2'**加**$\dot{U}_2$，**得**

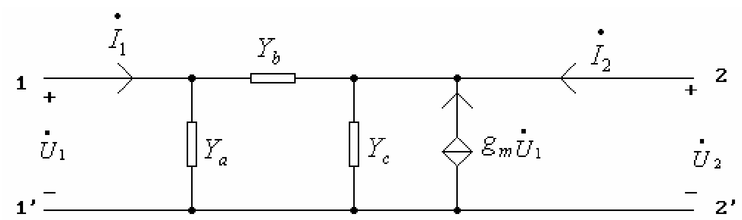
$$\dot{I}_2=\dot{U}_2(Y_b+Y_c) \qquad -\dot{I}_1=\dot{U}_2Y_b$$

由定义：

$$Y_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}=Y_b+Y_c$$

$$Y_{12}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}=-Y_b$$

例：求图示电路 Y **参数。**



解：1) **求**Y_{11}、Y_{21}。**将**1—1'**加**$\dot{U}_1$，2—2'**短路**。

$$\dot{I}_1=\dot{U}_1(Y_a+Y_b) \qquad \dot{I}_2=-\dot{U}_1Y_b-g_m\dot{U}_1$$

由定义：

$$Y_{11}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=Y_a+Y_b$$

$$Y_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=-Y_b-g_m$$

2) **求**Y_{12}、Y_{22}。**将**1—1'**短路**，2—2'**加**$\dot{U}_2$，**得**

$$\dot{I}_2=\dot{U}_2(Y_b+Y_c) \qquad -\dot{I}_1=\dot{U}_2Y_b$$

由定义：

$$Y_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}=Y_{\mathrm{b}}+Y_c$$

$$Y_{12}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{U}_1=0}=-Y_b$$

3．**互易条件**：

从上面两个例题中可以看出：

1) **当** N **内无受控源时**，$Y_{12}=Y_{21}$(**网络**)

2) **当** N **内有受控源时**，$Y_{12}\neq Y_{21}$

二、阻抗参数方程、阻抗参数

1．**概念**：

从前面知：

$$\dot{I}_1=Y_{11}\dot{U}_1+Y_{12}\dot{U}_2$$
$$\dot{I}_2=Y_{11}\dot{U}_1+Y_{22}\dot{U}_2$$

求得 $\dot{U}_1$，$\dot{U}_2$ **为**：

$$\dot{U}_1=\frac{Y_{22}}{\Delta}\dot{I}_1-\frac{Y_{12}}{\Delta}\dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2=-\frac{Y_{21}}{\Delta}\dot{I}_1+\frac{Y_{11}}{\Delta}\dot{I}_2$$

其中：

$$\Delta=\begin{vmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{vmatrix}=Y_{11}Y_{22}-Y_{12}Y_{21}=\det Y$$

令：

$$Z_{11}=\frac{Y_{22}}{\Delta}\qquad Z_{12}=-\frac{Y_{12}}{\Delta}$$
$$Z_{22}=\frac{Y_{11}}{\Delta}\qquad Z_{21}=-\frac{Y_{21}}{\Delta}$$

，**为双口网络的阻抗参数**(Z **参数**)

阻抗参数方程：

$$\dot{U}_1=Z_{11}\dot{I}_1+Z_{12}\dot{I}_2$$
$$\dot{U}_2=Z_{21}\dot{I}_1+Z_{22}\dot{I}_2$$

矩阵形式：

$$\begin{bmatrix}\dot{U}_1\\ \dot{U}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=Z\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$$

2、Z 参数的确定：

若令 $2-2'$ 开路($\dot{I}_2=0$)，在 $1-1'$ 加入 $\dot{I}_1$。则有：

$$\dot{U}_1=Z_{11}\dot{I}_1\ ,\qquad \dot{U}_2=Z_{21}\dot{I}_1$$

∴ $Z_{11}=\left.\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$ ，称之为 $2-2'$ 开路时 $1-1'$ 的输入电阻。

$Z_{21}=\left.\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$ ，称之为 $2-2'$ 开路时的转移电阻。

若令 $1-1'$ 开路($\dot{I}_1=0$)，在 $2-2'$ 加入 $\dot{I}_2$。

则有：

$Z_{22}=\left.\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$ ，称之为 $1-1'$ 开路时 $2-2'$ 的输入电阻。

$Z_{12}=\left.\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$ ，称之为 $1-1'$ 开路时的转移电阻。

所以 Z 参数又称为开路阻抗参数或开路参数。

显然有：$Z=Y^{-1}$，但 $Z_{11}\neq Y_{11}{}^{-1}$， $Z_{22}\neq Y_{22}{}^{-1}$， $Z_{12}\neq Y_{12}{}^{-1}$， $Z_{21}\neq Y_{21}{}^{-1}$。

3、互易条件：

可以证明：　　当 N 中无受控源，$Z_{12}=Z_{21}$(网络)

　　　　　　　当 N 中有受控源，$Z_{12}\neq Z_{21}$

例：P. 247 例 10－2、例 10－3

4．Z 参数在分析双口网络中的应用：例 10－4、5、6。(部分自学)

三、传输参数方程、传输参数

1．概念：一个端口的电流、电压与另一个端口的电流、电压之间

的直接关系。

已知
$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2$$
$$\dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2$$

由第二式：
$$\dot{U}_1 = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}}\dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}}\dot{I}_2$$

代入第一式得：
$$\dot{I}_1 = (Y_{12} - \frac{Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}})\dot{U}_2 + \frac{Y_{11}}{Y_{21}}\dot{I}_2$$

令：$A = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}}$，$B = -\frac{1}{Y_{21}}$，$C = Y_{12} - \frac{Y_{11}Y_{22}}{Y_{21}}$，$D = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}}$

则：
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B(-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D(-\dot{I}_2) \end{cases}$$

这就把$1-1'$的电流$\dot{I}_1$、电压$\dot{U}_1$和$2-2'$的电流$\dot{I}_2$、电压$\dot{U}_2$通过A、B、C、D四个参数表示出来了。

2、传输参数的确定(T参数)：P. 252

$$A = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad B = \left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

$$C = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_2=0} \qquad D = \left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}$$

可见：A是两个电压的比，称为开路转移电压比，无量纲；

B是短路转移阻抗；

C是开路转移导纳；

D是两个电流比，称为短路转移电流比，无量纲。

矩阵形式：
$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$
(注意$\dot{I}_2$前的负号)

其中：$T=\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$**为传输矩阵**。

3、**互易条件**：$AD-BC=1$

例：P. 252 **例** 10－8、P.269 10－10、10－12。

四、混合参数方程、混合参数(H 参数)

1、**概念**：

对于方程：$\begin{cases} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 \end{cases}$

H **参数的含义**：

$$H_{11}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad H_{12}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$H_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0} \qquad H_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

可见：H_{11}、H_{21}**有短路参数的性质**；H_{12}、H_{22}**具有开路参数的性质**。H_{21}**为电流比**，H_{12}**为电压比**。

不难看出：$H_{11}=\frac{1}{Y_{11}}$，$H_{22}=\frac{1}{Z_{22}}$

矩阵形式：$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = H\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$

其中：$H=\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$**为** H **传输矩阵**。

例：P. 253 **例** 10－9

2、**互易条件**：$H_{12}=-H_{21}$

五、双口网络参数间的转换关系：见 P .257 **表** 10－1

作业：P. 269　10－1、10－2、10－3、10－4。

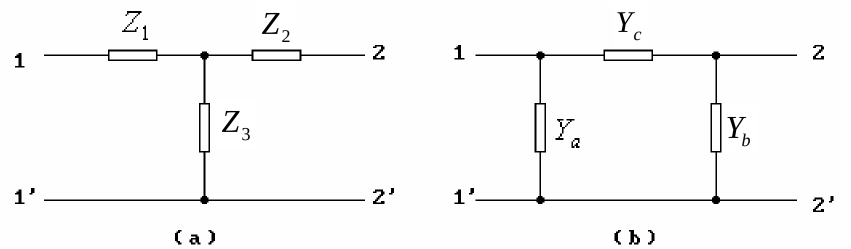
§10－3　双口网络的等效电路

一个不含独立源的一端口网络，不管其内部电路如何复杂，从外部特性来看，总可以用一个阻抗(或导纳)来等效代替。同理，一个二端口网络亦可用一个简单的等效电路来代替。二端口网络的等效电路与原网络必须具有相同的外部特性，即具有相同的网络方程及参数。

一、不含受控源的互易网络

此时：$Z_{12}=Z_{21}$， $Y_{12}=Y_{21}$

其外部特性是由三个独立源参数所确定，最简等效电路为三个阻抗(或导纳)所构成的T型或π型网络，如下图所示：



若已知Z参数，便可确定(a)中各参数。对于图(a)网络，其Z参数：

$$Z_{11}=Z_1+Z_3\text{；}\quad Z_{12}=Z_{21}=Z_3\text{；}\quad Z_{22}=Z_2+Z_3$$

它应与原网络Z参数相等，从而

$$Z_1=Z_{11}-Z_{12}\text{；}\quad Z_2=Z_{22}-Z_{12}\text{；}\quad Z_3=Z_{12}$$

同理：对于(b)图，π型电路中各导纳值为：

$$Y_a=Y_{11}+Y_{12}\text{；}\quad Y_c=-Y_{21}=-Y_{12}\text{；}\quad Y_b=Y_{22}+Y_{21}$$

若给定传输参数，对于互易网络，得：

T型： $Z_1=\dfrac{A-1}{C}$； $Z_2=\dfrac{D-1}{C}$； $Z_3=\dfrac{1}{C}$

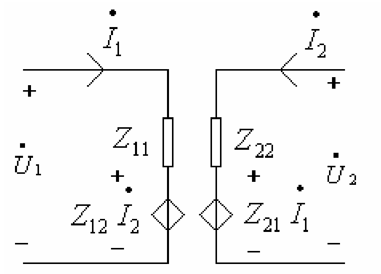
π型： $Y_a=\dfrac{D-1}{B}$； $Y_b=\dfrac{A-1}{B}$； $Y_c=\dfrac{1}{B}$

二、含受控源的二端口网络

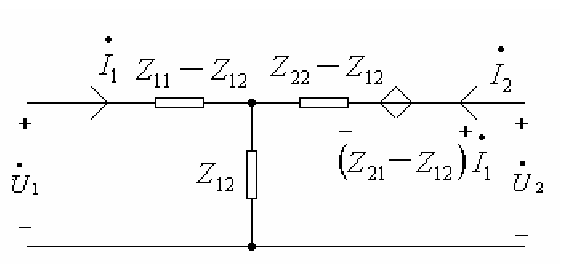
不具互易性，四个参数独立，其等效电路有多种形式：

$$\left\{\begin{array}{l}\text{双源式}\\ \text{单源式}\end{array}\right.\text{等效电路}$$

若给定二端口的 Z **参数，可用下图**(a)、(b)**所示等效电路来表示：**



(a)



(b)

对于图(a)**电路，**Z **参数方程为：**

$$\begin{cases}\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{cases}$$

对于图(b)**电路，端口电压与电流的关系为：**

$$\begin{cases}\dot{U}_1 = (Z_{11}-Z_{12})\dot{I}_1 + Z_{12}(\dot{I}_1+\dot{I}_2) \\ \dot{U}_2 = (Z_{21}-Z_{12})\dot{I}_1 + (Z_{22}-Z_{12})\dot{I}_2 + Z_{12}(\dot{I}_1+\dot{I}_2)\end{cases}$$

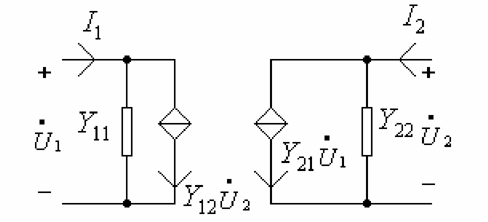
显然，它们具有相同的 Z **参数方程。**

同样地，可以得到 Y **参数表示的等效电路，如下图：**

$$\left\{\begin{array}{l}\text{双源式}\\ \text{单源式}\end{array}\right.\text{等效电路}$$

双源式等效电路：

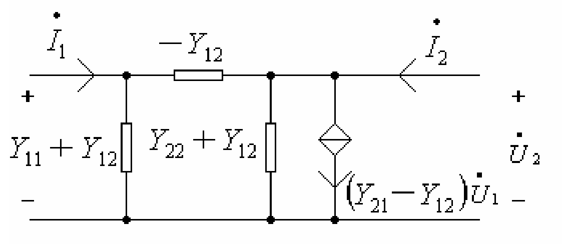
$$\begin{cases}\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2\end{cases}$$



(a)

单源式等效电路：**见** P.261 **图** 10－22(b)。

$$\begin{cases}\dot{I}_1=(Y_{11}+Y_{12})\dot{U}_1-Y_{12}(\dot{U}_1-\dot{U}_2)\\ \dot{I}_2=(\dot{U}_1-\dot{U}_2)Y_{12}+(Y_{22}+Y_{12})\dot{U}_2+(Y_{21}-Y_{12})\dot{U}_1\end{cases}$$



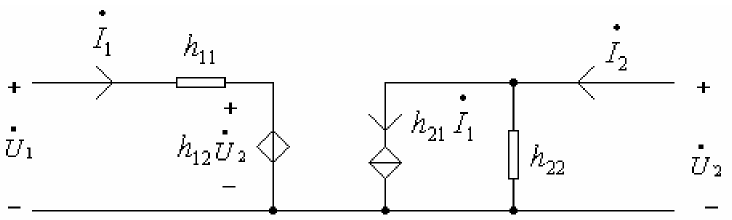
(b)

三、晶体管的双口等效电路

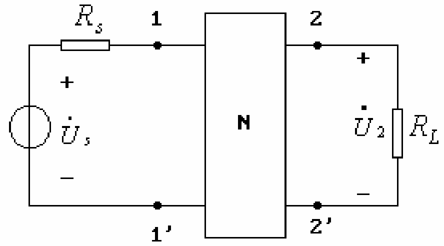
晶体管是常用的二端口元件，其特性通常用 H **参数表示，由** H **参数方程**：

$$\begin{cases}\dot{U}_1=H_{11}\dot{I}_1+H_{12}\dot{U}_2\\ \dot{I}_2=H_{21}\dot{I}_1+H_{22}\dot{U}_2\end{cases}$$

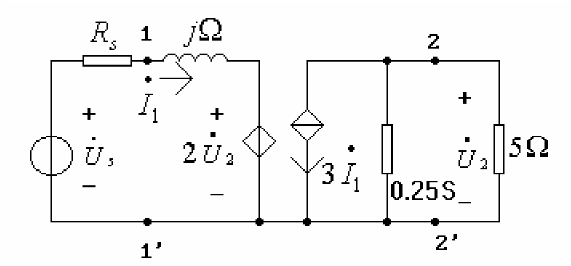
可得出用 H **参数表示的等效电路，如下图**：P. 261



例：**图示电路中，已知** N **的** H **参数为**：$H_{11}=j\Omega$，$H_{12}=2$，$H_{21}=3$，$H_{22}=0.25S$，$\dot{U}_s=5\angle 0°V$，$R_s=4\Omega$，$R_L=5\Omega$。**求** $\dot{U}_2$ (P.261 **例** 10－14)



(a)



(b)

解：**画出图**(b)**所示等效电路，列输入回路的** KVL **方程**

$$(4+j)\dot{I}_1+2\dot{U}_2=5 \qquad (1)$$

列节点 2 **的** KCL **方程**：

$$(\frac{1}{5}+0.25)\dot{U}_2+3\dot{I}_1=0 \qquad (2)$$

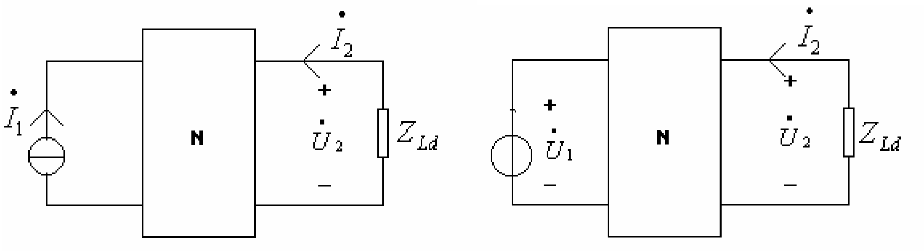
联立求解(1)、(2)**得**： $\dot{U}_2=3.55\angle 6.1° \quad \text{V}$

作业： P. 270 10－13(**略**)、10－5、10－6、10－8。

§10－4　有载双口网络转移函数

二端口网络在有负载情况下也可引用转移函数来加以研究。以上各节所述的二端口网络参数是与负载无关的，而转移函数则与负载有关，所谓转移函数是一组表征输出量与输入量之间关系的函数。

“转移”一词表示激励和响应分属于两个端口，转移函数有四种，如下图：分别表示输出端口上的电压(或电流)响应与输入端口上的电流(或电压)激励之比。



(a) 转移阻抗：　$Z_T=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$

(b) 转移导纳：　$Y_T=\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$

(c) 转移电流比：$A_i=\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$

(d) 转移电压比：$A_u=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$

如果知道一种转移函数，便可以利用端接支路的 VAR 方程 $\dot{U}_2=-\dot{I}_2Z_{Ld}$ 求得另一种转移函数。

例如：在 $A_u=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$ 中以 $\dot{U}_2=-\dot{I}_2Z_{Ld}$ 代入得

$$A_u=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{-\dot{I}_2Z_{Ld}}{\dot{U}_1}=-(\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1})Z_{Ld}=-Y_TZ_{Ld}$$

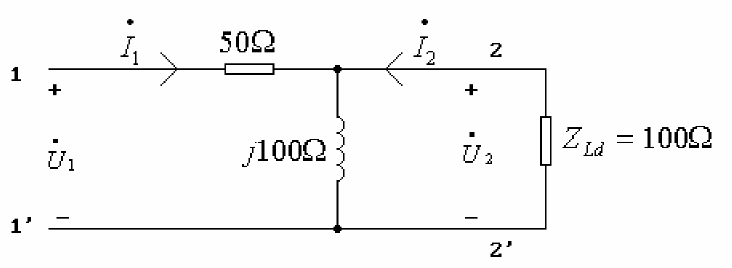
∴ **若已知**Y_T**便可求得**A_u，**反之亦然。**

同理：把$\dot{U}_2=-\dot{I}_2 Z_{Ld}$**代入**$Z_T=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$，**得：**

$$Z_T=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}=\frac{-\dot{I}_2 Z_{Ld}}{\dot{I}_1}=-\left(\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right)Z_{Ld}=-A_i Z_{Ld}$$

∴ **若已知**A_i**便可求得**Z_T，**反之亦然。**

例：求图示电路四种转移函数。(P.262 **例** 10－15)



解：由分流公式： $\dot{I}_2=\dfrac{-j100}{100+j100}\dot{I}_1$

∴ $$A_i=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}=\frac{-j100}{100+j100}=0.707\angle45^\circ$$

$$Z_T=-A_i Z_{Ld}=-100A_i=0.707\angle45^\circ\quad\Omega$$

由分压公式可求得A_u**。先求出**100Ω**与**$j100\Omega$**并联阻抗：**

$$\frac{j100\times100}{100+j100}=70.7\angle45^\circ\quad\Omega$$

∴ $$\dot{U}_2=\frac{70.7\angle45^\circ}{50+70.7\angle45^\circ}\dot{U}_1=0.632\angle18.4^\circ\dot{U}_1$$

$$A_u=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=0.632\angle18.4^\circ$$

$$Y_T=\frac{-A_u}{Z_{Ld}}=\frac{-0.632\angle18.4^\circ}{100}=-6.32\angle18.4^\circ\quad ms$$

注意： $Z_T\neq\dfrac{1}{Y_T}$

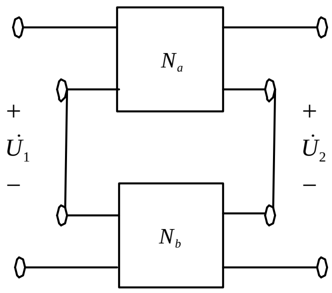
作业：P. 270　10－14

§10—5　双口网络的互联

引言：**见** P. 263

一、双口网络的串联

1．**概念**：**两个二端口网络输入端口相互串联，输出端口也串联的联接方式。**

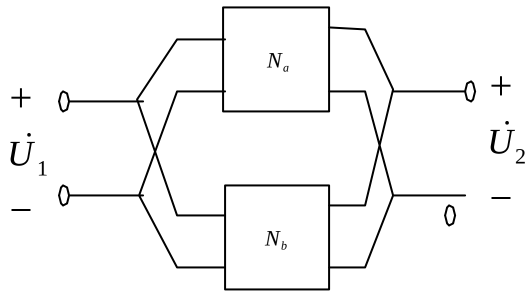


2．**结论**：P. 264 **划线，串联后的复合二端口网络**：$Z = Z_a + Z_b$

例：P. 264 **例** 10－16

二、双口网络的并联

1．**概念**：**两个二端口网络的输入端口并联，输出端口也并联的联接方式。**



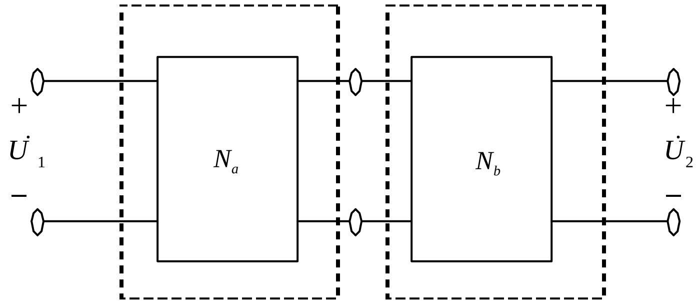
2．**结论**：P. 265，**并联后的复合二端口网络**：$Y = Y_a + Y_b$

例：P. 266 **例** 10－17

例：P. 270　10－16

三、双口网络的级联

1．**概念**：**一个二端口网络的输出端与另一个网络的输入端相连的联接方式。**



2、**结论**：P. 267，**级联后的复合二端口网络**：$T = T_a \cdot T_b$

练习：P. 269　10－2 (**对称网络**，$Z_{11} = Z_{22}$)、10－3、10－4

10－6、10－8、10－9、10－13。

作业：P. 270　10－16、10－17。