

光纤 Bragg 光栅应变测试技术在大型振动台模型试验中应用

陈 苏^{1,2}, 陈国兴^{1,2}, 徐洪钟^{1,2}, 戚承志³, 王志华^{1,2}

(1. 南京工业大学 岩土工程研究所, 南京 210009; 2. 江苏省土木工程防震技术研究中心, 南京 210009;

3. 北京建筑工程学院 土木与交通工程学院, 北京 100044)

摘 要: 基于可液化地基上三拱立柱式地铁地下车站结构非破坏性振动台模型试验, 用光纤 Bragg 光栅测试模型结构中柱镀锌钢丝应变时程, 用应变片测试对应位置处微粒混凝土应变时程; 运用 Mann - Whitney U 非参数检验方法, 定量分析镀锌钢丝与微粒混凝土的协同工作关系。结果表明, 模型结构在地震动作用下, 处于弹性或轻微损伤工作阶段; 不同地震动作用时, 模型结构中柱顶部及底部镀锌钢丝应变测试样本与微粒混凝土应变测试样本非参数检验系数 P 均大于 0.05, 两者无显著性差异; 对中柱中部, 光纤 Bragg 光栅测试的应变形态显著优于应变片测试结果。对电磁干扰较大、信号较弱的测试部位或小尺寸基体材料, 采用光纤光栅传感测试技术更适合。

关键词: 大型振动台模型试验; 光纤 Bragg 光栅应变测试技术; 镀锌钢丝应变; 地铁地下车站结构

中图分类号: TU 443

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.10.022

Application of optical fiber Bragg grating strain measuring technique in large scale shaking table model tests

CHEN Su^{1,2}, CHEN Guo-xing^{1,2}, XU Hong-zhong^{1,2}, QI Cheng-zhi³, WANG Zhi-hua^{1,2}

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China;

2. Civil Engineering & Earthquake Disaster Prevention Center of Jiangsu Province, Nanjing 210009, China;

3. College of Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China)

Abstract: Based on the non-destructive shaking table model test of a three-arch type underground station structure of subway on a liquefiable foundation, the strain responses of galvanized steel wires in the center pillar of the model were measured with optical fiber Bragg grating sensing technology and the strain responses of microconcrete at the corresponding positions were measured with strain gauges. The synergy relations of galvanizing steel wires and microconcrete were analyzed quantitatively with Mann-Whitney U non-parameter detection method. The results showed that the model structure is in an elastic or minor damage working stage under the action of ground motion; the inspection coefficient P values obtained with Mann-Whitney U non-parameter detection method at the top and bottom of the center pillar of the model are all larger than 0.05 under different ground motions; at the middle part of the center pillar, the strains obtained with fiber Bragg grating measuring technique are obviously better than those with strain gauges; under larger electromagnetic interferences, for the positions where there exist relatively weak signals or basis materials of small sizes, the fiber Bragg grating sensing technique is more applicable.

Key words: large scale shaking table model test; fiber Bragg grating; strain measuring technique; strain response of galvanized steel wire; underground station structure of subway

目前,我国已有 34 个城市已建或获批地铁建设规划,地铁建设已成为解决大城市交通拥挤的有效途径。

地铁车站为地铁的交通枢纽,人员密集度高,一旦遭遇破坏将会造成重大人员伤亡及财产损失,且修复难度大。1985 年 Ms8.1 级墨西哥地震、1995 年 Ms7.2 级日本阪神地震,使墨西哥城、神户的地铁区间隧道及地下车站结构发生严重震害现象。由于缺乏(现场实测数据,已对不同场地条件、截面形式、模型材料的地下结构抗震性能进行研究^[1-7],试验所得数据对促进地下结构地震反应分析理论及数值分析方法的进步有较大

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划集成项目(91215301);北京市属高等学校创新团队建设与教师职业发展计划项目(IDHT20130512);江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(CXZZ12_0426)

收稿日期: 2013-01-10 修改稿收到日期: 2013-05-15

第一作者 陈苏 男, 博士生, 1986 年 6 月生

通信作者 陈国兴 男, 教授, 1963 年 7 月生

帮助。对大型振动台试验而言,镀锌钢丝应变测试技术难点在于钢丝直径太小,无法满足粘贴应变片基体尺寸要求,较难深入研究模型结构中镀锌钢丝与微粒混凝土或石膏的协同工作关系,难以科学解释地下车站结构地震损伤及灾变的内在机理。

光纤光栅传感技术作为迅速发展新型传感技术被应用。光纤 Bragg 光栅是目前最成熟、应用最广泛的光纤光栅传感技术,其优点为:① 形态纤细,裸光纤直径仅 125 μm,可测试相似比缩尺后小尺寸基体材料振动反应;② 抗干扰能力及信号稳定性强;③ 耐腐蚀性、耐久性优于传统传感器,更适合于恶劣试验条件。本文试验采用自行封装、保护的裸光纤 Bragg 光栅完成地震动作用下模拟钢筋镀锌钢丝的动应变测试。

1 三拱立柱式地铁车站振动台试验方案简介

本次振动台试验所用地基土模型土箱及动态信号采集系统见文献[8-9]。据 Buckingham π 定理设计相似比,模型结构选长度、弹性模量、加速度为基本物理量;模型地基选剪切波速、密度、加速度为基本物理量,按量纲分析原则推导其余各物理量相似比关系。模型地基-模型结构体系各物理量相似比见表 1。采用水沉法分层制备模型地基土,表层为厚 15 cm 粘土,其下为厚 125 cm 的饱和南京细砂。模型地基土在饱和状态下静置 7 天使其固结;模型结构微粒混凝土配合比为水:水泥:石灰:粗砂=0.5:1:0.58:5,模拟钢筋的镀锌钢丝直径 0.7~1.2 mm(箍筋:0.7 mm,柱、拱 1.2 mm),模型结构端头用 10 mm 厚有机玻璃封口,有机玻璃与模型结构用环氧树脂胶结;考虑模型结构与原型结构的惯性力匹配,采用不完全配重法及集中质量配重,在模型结构表面粘贴铅块 236 kg,占完全配重的 40.6%;模型结构及配重布置见图 1。振动台试验输入地震动为 5.12 汶川大地震近场地震动什邡波、远场地震动松潘波及中远场地震动 Taft 波,地震动特性见文献[5],加载工况见表 2。

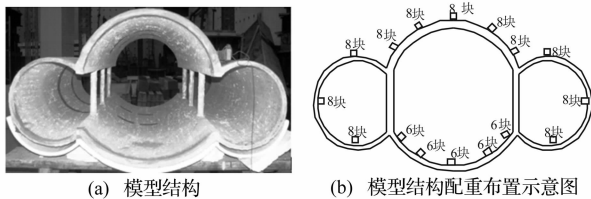


图 1 三拱立柱式地铁车站模型结构及配重布置
Fig. 1 Model structure of metro station with and distribution of additional weight

表 1 模型地基-模型结构体系相似关系及相似比设计
Tab. 1 Scale relationship and ratio of model system

类型	物理量	相似关系	相似比	
			模型结构	模型地基土
几何特征	长度 l	S_l	1/20	1/4
	线位移 r	$S_r = S_l$	1/20	1/4
	惯性矩 I	$S_I = S_l^4$	6.25×10^{-6}	/
材料特征	等效密度 ρ	$S_\rho = S_E/S_l S_a$	5	1
	弹性模量 E	S_E	1/4	/
	剪切波速 v_s	S_v	/	1/2
	重力加速度 g	S_g	1	1
	土压力 σ'	$S_{\sigma'} = S_l S_g S_\rho$	/	1/4
	质量 m	$S_m = S_\rho S_l^3$	9.38×10^{-4}	/
动力特性	力 F	$S_F = S_\rho S_l^3 S_a$	9.38×10^{-4}	/
	振动频率 ω	$S_\omega = 1/S_l$	4.4722	2
	加速度 a	S_a	1	1
	振动持时 t	$S_t = \sqrt{S_l/S_a}$	0.2236	1/2
	动应力 σ	$S_\sigma = S_l S_a S_\rho$	3/8	1/4
	孔隙水压力 u	$S_u = S_l S_a S_\rho$	/	1/4

表 2 地铁车站结构振动台模型试验加载工况

Tab. 2 Loading conditions for a subway station structure shaking table tests

工况序号	输入地震动	工况代号	加速度幅值/g	持续时间/s
1	白噪声	B1	0.02	180
2	松潘波	SP-1	0.1	100
3	Taft 波	TA-1	0.1	15
4	什邡波	SF-1	0.1	100
5	白噪声	B2	0.02	180
6	什邡波	SF-2	0.3	100
7	松潘波	SP-2	0.3	100
8	Taft 波	TA-2	0.3	15
9	白噪声	B3	0.02	180
10	什邡波	SF-3	0.5	100
11	松潘波	SP-3	0.5	100
12	Taft 波	TA-3	0.5	15
13	白噪声	B4	0.02	180

2 光纤 Bragg 光栅应变测试原理及试验方案

2.1 光纤 Bragg 光栅应变测试原理

光纤 Bragg 光栅工作原理见图 2。利用光纤材料的光敏性在纤芯内形成空间相位,光栅作用的实质为在纤芯内形成窄带滤波器或反射镜,使光在其中的传播行为得以改变与控制^[10],通过光谱分析反射光谱及透射光谱中心波长的改变量,据标定关系间接获取目标测试物理量。大型振动台试验工况下,地震动引起光栅 Bragg 波长移位,导致光栅周期 Λ 变化,光纤本身具有的弹光效应使有效折射率 n_{eff} 随外部地震动激励的改变而改变,光栅 Bragg 波长移位表达式为

$$\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda \quad (1)$$

式中, λ_B 为入射光通过光纤 Bragg 光栅反射的中心波长; Λ 为光栅周期; n_{eff} 为光纤纤芯针对自由空间中心波长折射率。

据已有研究^[11], 光纤光栅弹光效应单位纵向应变引起的波长移位为 $1.22 \text{ pm}/\mu\epsilon$, 因此中心波长改变量与应变值标定关系换算式为

$$\epsilon = \Delta_{\lambda B} \times 1000/1.22 \quad (2)$$

式中, ϵ 为应变值; $\Delta_{\lambda B}$ 为中心波长改变量。

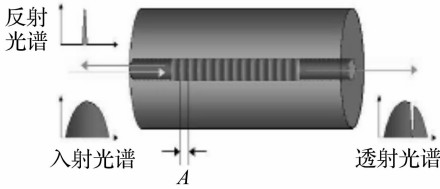


图 2 光纤 Bragg 光栅传感工作原理图

Fig. 2 Working principle diagram of fiber Bragg grating

2.2 镀锌钢丝应变测试方案

试验及震害调查表明^[3-7]: 地震作用下地铁车站的中柱易损伤或破坏, 因此, 本次试验测试对象选取中柱; 模型结构纵轴向三跨, 选取模型结构中跨中柱为应变测试观测面, 布设 4 个光纤 Bragg 光栅测点。传感器编号 G 代表光纤 Bragg 光栅, S 代表应变片。应变测试截面见图 3, 传感器布设见图 4。右侧中柱 Z2 顶端、中部及底端依次采用光纤光栅(测点 G1、G2、G3)测试镀锌钢丝应变时程, 采用应变片(测点 S1-7、S1-8、S1-9)测试对应位置微粒混凝土应变时程, 比较两者差异性分析其协同工作关系; 左侧中柱 Z1 顶端设置光纤光栅测点 G4 及应变片测点 S1-1, 用以对比左、右侧中柱应变反应差异性。

试验中模拟钢筋的镀锌钢丝直径微小, 应变片及常规传感器均不能满足测试要求, 故用裸光纤 Bragg 光栅进行测试。裸光纤形态纤细, 易拉断、折断, 因此试验中需对其进行封装、保护, 以保证光纤 Bragg 光栅的存活率; 封装保护致使感受外界因素变化的纤芯与被测对象间产生中间层。据已有对中间层研究^[12]及镀锌钢丝直径较小(1.2 mm)情况, 采用粘贴式封装方法见图 5。粘贴前, 先用酒精清理测试点杂质, 再用 502 胶将 Bragg 光栅段粘贴于测点, 待胶凝固后, 用环氧树脂封装应变测点处光栅段。光栅段两侧光纤按相同方法粘贴在测点两侧的镀锌钢丝上, 以避免光纤段拉扯脱离镀锌钢丝表面; 待胶水凝固后, 光纤引线套入细套管中, 进行一次保护; 为防止浇筑微粒混凝土过程中破坏光纤引线, 将穿越微粒混凝土段的光纤引线用铠装光缆进行二次保护。

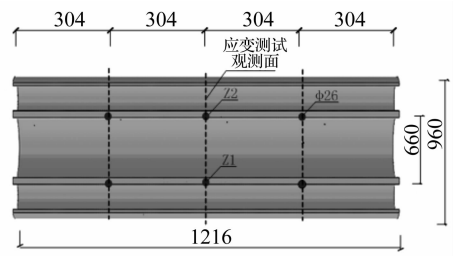


图 3 模型结构应变测试观测面

Fig. 3 Strain test observation plane of subway station

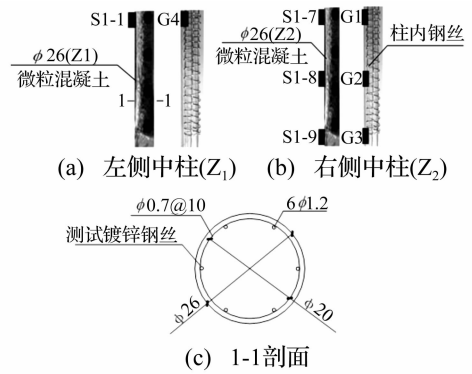


图 4 地铁车站模型结构观测面应变测点布置图

Fig. 4 Distribution map of strain sensors in section of subway station

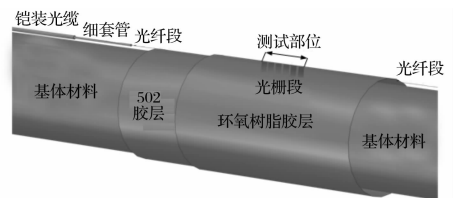


图 5 光纤 Bragg 光栅封装示意图

Fig. 5 Encapsulation schemes of optical fiber Bragg grating

光纤 Bragg 光栅应变测试流程见图 6。振动引起的光纤 Bragg 光栅中心波长改变量信号, 通过光纤传至动态光纤光栅传感解调仪 MOI SM130 中, 将中心波长改变量转化成应变信号, 解调后数据通过以太网实现与电脑终端数据传递。

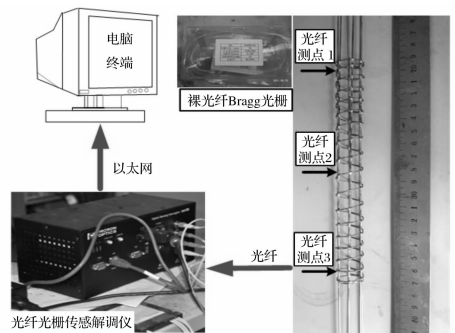


图 6 采用光纤 Bragg 光栅测试应变流程图

Fig. 6 Strain test flow chart by using optical fiber Bragg grating

3 试验结果与分析

3.1 镀锌钢丝应变反应规律

什邡地震动作用下模型车站结构中柱顶端、中部及底端镀锌钢丝应变时程曲线见图7。由图7看出,随输入地震动峰值加速度的增大,镀锌钢丝各测点应变峰值均有所增加;右侧中柱柱顶G1峰值应变大于柱底G3峰值应变,中部G2峰值应变远小于柱顶G1及柱底G3。其原因可解释为:三拱立柱式地铁车站属柱承重

模式结构,而其地震响应主要受周边土体位移控制,模型地基顶部位移较大。在水平向地震动作用下,模型结构中柱柱顶承受弯曲应力更大,从而使柱顶峰值应变大于柱底峰值应变;而中柱中部近似为构件的反弯点位置,附加弯曲应力最小。

模型结构左、右侧中柱柱顶测点G4、G1应变反应呈现轻微不对称性。其原因为输入地震动激励不对称性及场地液化后孔压消散导致模型地基不均匀沉降,使模型结构产生一定程度倾斜、扭转现象。

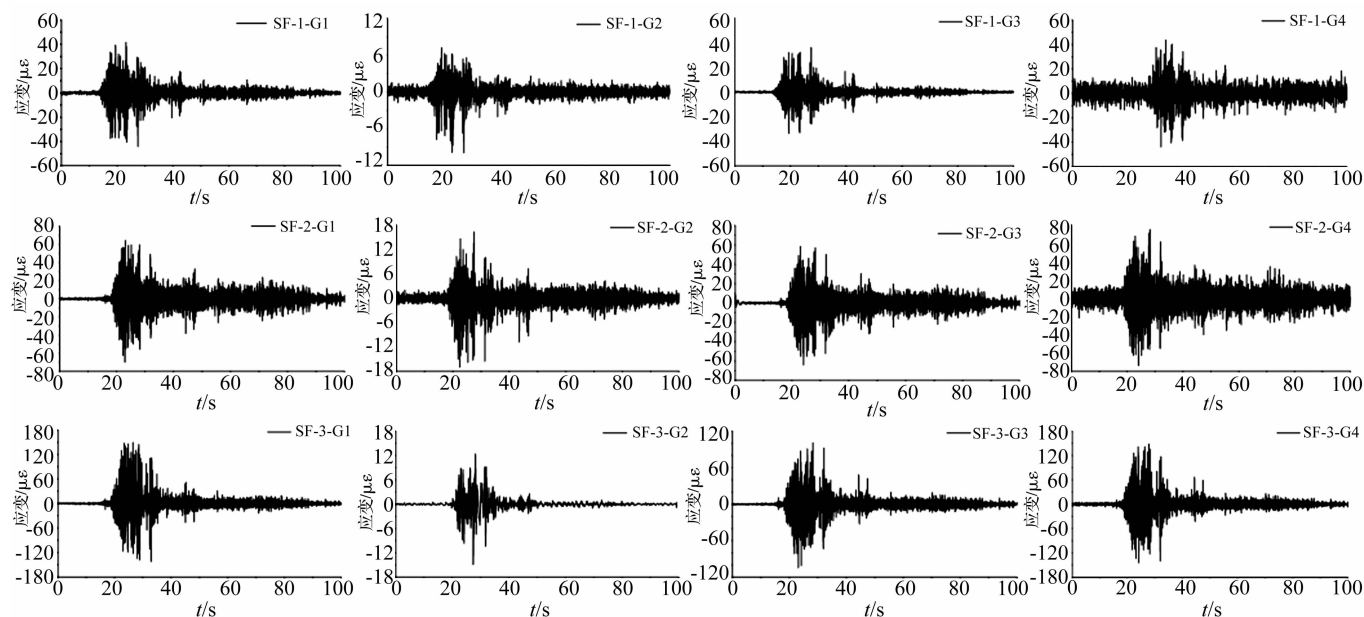


图7 什邡地震动作用下光纤 Bragg 光栅所测中柱镀锌钢丝各测点应变时程曲线

Fig.7 Time histories of strain in zinc-coated wire on central column under Shifang ground motions

3.2 光纤 Bragg 光栅与应变片应变测试结果对比

3.2.1 Mann-Whitney U 非参数检验方法

信号处理方法较多运用在机械状态监测与故障诊断及经济、环境等领域^[13-16]。本文采用两独立样本的非参数检验方法,即 Mann-Whitney U 检验对光纤光栅测试结果及应变片测试结果进行定量分析,通过目标样本的秩推断两样本分别代表的总体有无差别。以峰值加速度 0.1 g 松潘地震动作用下右侧中柱顶部镀锌钢丝测点 G1 与微粒混凝土测点 S1-7 应变测试结果为例,论述其原理。建立检验假说 H_0 : 地震动作用下,镀锌钢丝应变与微粒混凝土应变总体分布相同; H_1 : 地震动作用下,镀锌钢丝应变与微粒混凝土应变总体分布不同。确定显著性水平为双尾 $\alpha = 0.05$,若检验系数 P 小于 0.05,则说明两者存在显著性差异。将光纤光栅测试样本(测点 G1 共 13 800 个测试值)与应变片测试样本(测点 S1-7 共 13 800 个测试值)混合,将混合样本按大小排列并编秩。测试值的最小值秩为 1,最大值秩为 27 600。分别计算光纤光栅测点 G1 各测试值对应秩的和、应变片测点 S1-7 各测试值对应秩的和,获得光纤光栅测点 G1 各测试值的平均秩为 13 839。

05,应变片测点 S1-7 各测试值的平均秩为 13 762.95,查表得 P 值为 0.428,大于显著性水平 0.05,即:在概率 0.05 水平上,接受 H_0 ,两种应变测试方法所测应变分布无显著差异,光纤与应变片测试信号时程见图 8。由图 8 看出,两种测试方法结果较一致。

3.2.2 镀锌钢丝与微粒混凝土协同工作关系分析

本文用数据挖掘软件 Spss 实现非参数检验 Mann-Whitney U 方法。由表 2 知,在不同地震动作用下,模型结构柱顶、柱底位置处检验系数 P 均大于 0.05,在概率 0.05 水平上均接受 H_0 ,拒绝 H_1 ;由统计学角度,镀锌钢丝应变与对应位置微粒混凝土应变分布相同,两者无显著性差异。中柱位置处,光纤测试结果与应变片测试结果对比见图 8,由 8 图知,应变片测试结果与光纤 Bragg 测试结果幅值基本相同,曲线形态基本一致;在振动初始阶段,用光纤 Bragg 光栅测试的信号“毛刺”较少;镀锌钢丝未出现应变突增现象。由力学角度可判断,振动台试验过程中模型结构中柱镀锌钢丝与微粒混凝土处于协同变形阶段,微粒混凝土柱未出现贯通裂缝,模型结构处于弹性或轻微损伤工作阶段。对中柱中部小应变区域,仅在峰值加速度 0.5 g 的什邡

地震动作用下, P 值大于 0.05。由统计学角度, 两者应变形态分布不同, 存在明显差异。由图 9 看出, 光纤 Bragg 光栅测点 G2 所测应变形态优于应变片测点 S1 - 8 测试结果, 此因地震模拟系统本身电磁干扰较大, 而采用应变片测试存在易受噪声干扰、捕捉较弱信号能力较差等问题; 光纤 Bragg 光栅具有强抗电磁干扰能力, 在一定程度上克服了系统本身的应变测试误差, 并在弱信号捕捉上具有先天优势。因此, 在大型振动台模型结构试验中, 建议对测试精度要求较高或信号较弱的测试部位, 采用光纤光栅传感测试技术。

表 3 不同地震动作用下 Mann-Whitney U 检验 P 值
Tab. 3 P-value of Mann-Whitney U inspection under different ground motions

应变位置	试验工况						
	SF-1	SF-2	SF-3	SP-1	SP-2	SP-3	
左侧 中柱 Z1	顶端 G4	0.874	0.330	0.739	0.365	0.069	0.729
	顶端 G1	0.399	0.858	0.425	0.428	0.085	0.165
右侧 中柱 Z2	中部 G2	0.001	0.003	0.306	0.000	0.001	0.000
	底端 G3	0.487	0.265	0.279	0.307	0.818	0.465

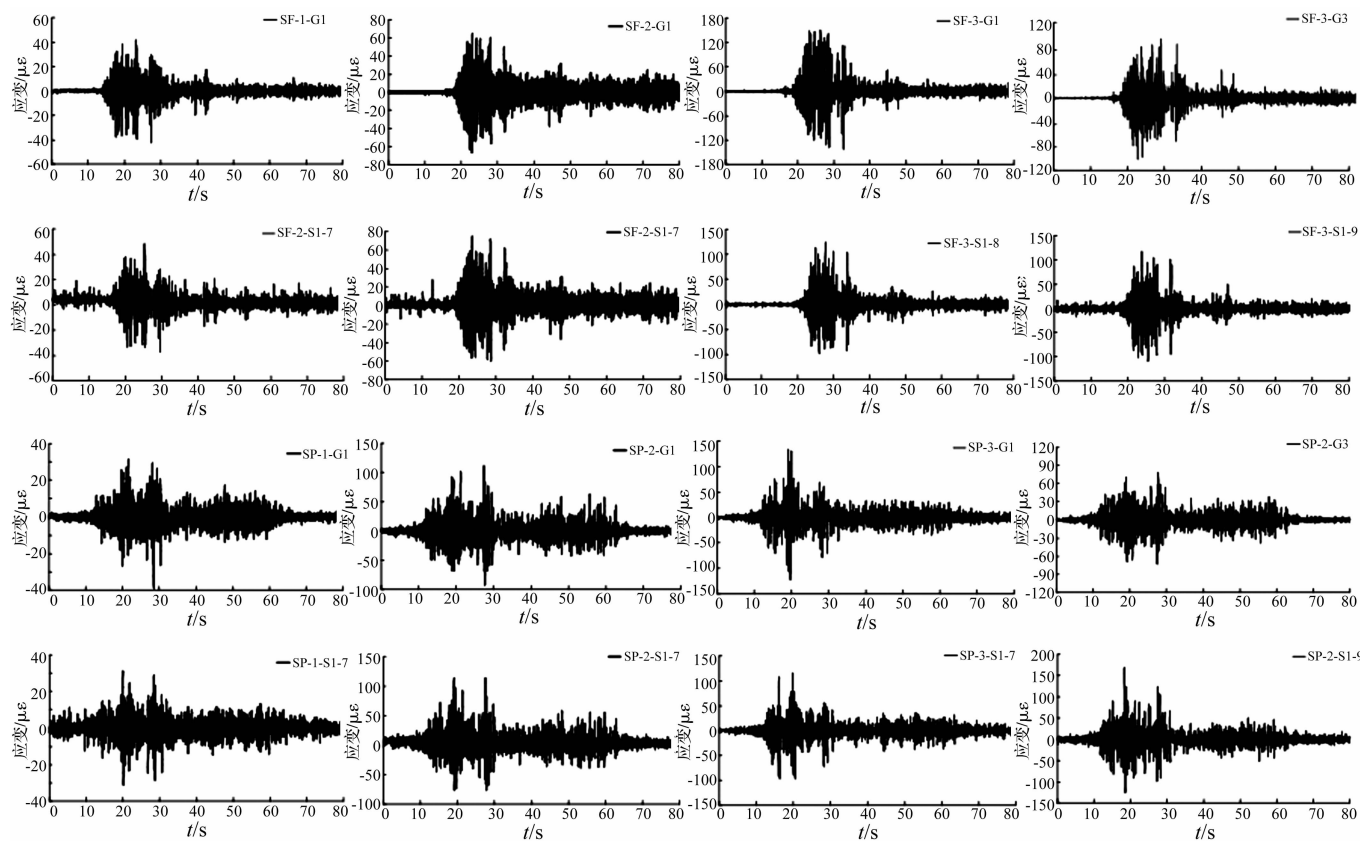


图 8 不同地震动作用下中柱镀锌钢丝及微粒混凝土应变时程曲线

Fig. 8 Time histories of strain in zinc-coated wire and microconcrete on column under different ground motions

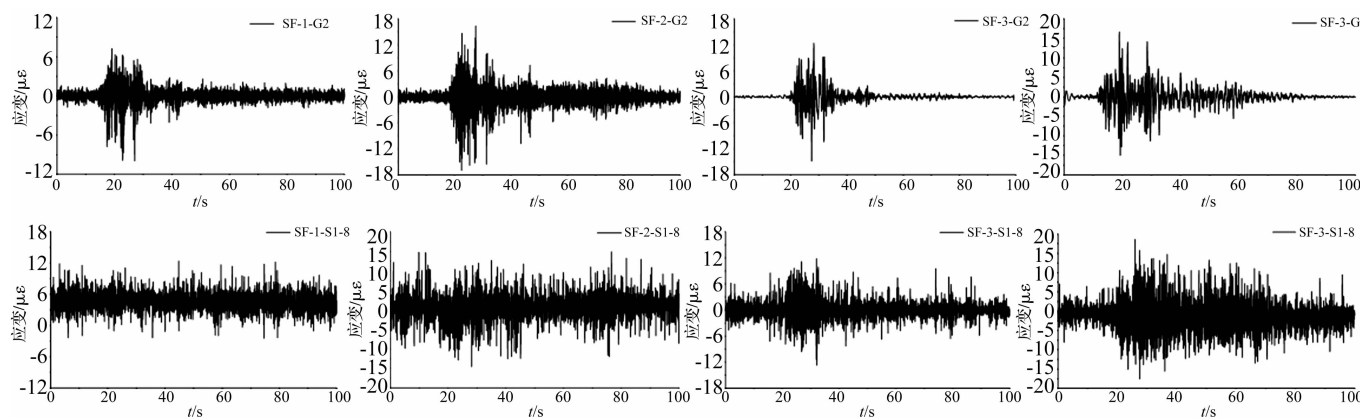


图 9 不同地震动作用下中柱中部镀锌钢丝及微粒混凝土应变时程曲线

Fig. 9 Time histories of strain in zinc-coated wire and microconcrete on column under different ground motions

4 结 论

通过可液化场地的三拱立柱式地下地铁车站结构非破坏性大型振动台模型试验,采用光纤 Bragg 光栅测试镀锌钢丝的应变时程、应变片测试对应位置微粒混凝土应变时程,运用 Mann-Whitney U 方法定量分析镀锌钢丝与微粒混凝土的相互协同工作关系,结论如下:

(1) 模型结构中柱顶部、底部位置处,镀锌钢丝应变测试样本与微粒混凝土应变测试样本非参数检验系数 P 均大于 0.05,两者无明显差异,结构处于弹性或轻微损伤工作阶段。

(2) 中柱中部位置光纤 Bragg 光栅测试的应变形态显著优于应变片测试结果。振动台模型试验中,小尺寸基体或电磁干扰较大、信号强度较弱的目标测试部位宜用光纤光栅传感测试技术。

参 考 文 献

- [1] Hamada M, Isoyama R, Wakamatsu K. Liquefaction induced ground displacement and its related damage to lifeline facilities [J]. Soils and Foundations, 1996, 36(1): 81-97.
- [2] Tateishi A. A study on seismic analysis methods in the cross section of underground structures using static finite element method[J]. Structural Engineering Earthquake Engineering, 2005, 22(1): 41-53.
- [3] Iwatate T, Kobayashi Y, Kusu H, et al. Investigation and shaking table tests of subway structures of the Hyogoken-Nanbu earthquake[C]. Proc. of the 12WCEE, 2000: 567-574.
- [4] 陈国兴, 左熹, 王志华, 等. 地铁车站结构近远场地震反应特性振动台试验[J]. 浙江大学学报(工学版), 2010, 44(10): 1955-1961.
CHEN Guo-xing, ZUO Xi, WANG Zhi-hua, et al. Shaking table model test of subway station structure at liquefiable ground under far field and near field ground motion [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2010, 44(10): 1955-1961.
- [5] 陈国兴, 左熹, 王志华, 等. 近远场地震作用下液化地基上地铁车站结构动力损伤特性的振动台试验[J]. 土木工程学报, 2010, 43(12): 120-126.
CHEN Guo-xing, ZUO Xi, WANG Zhi-hua, et al. Large scale shaking table test study of the dynamic damage behavior of subway station structure in liquefiable foundation under near-fault and far-field ground motions [J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(12): 120-126.
- [6] Chen Guo-xing, Wang Zhi-hua, Zuo Xi, et al. Shaking table test on the seismic failure characteristics of a subway station structure on liquefiable ground [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics (Published online in Wiley Online Library), 2013, 42(10): 1489-1507.
- [7] 凌道盛, 郭恒, 蔡武军, 等. 地铁车站地震破坏离心机振动台模型试验研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, 47(12): 2201-2209.
LING Dao-sheng, GUO Heng, CAI Wu-jun, et al. Research on seismic damage of metro station with centrifuge shaking table model test [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2012, 47(12): 2201-2209.
- [8] 陈国兴, 王志华, 左熹, 等. 振动台试验叠层剪切型土箱的研制[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(1): 89-97.
CHEN Guo-xing, WANG Zhi-hua, ZUO Xi, et al. Development of laminar shear soil container for shaking table tests [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(1): 89-97.
- [9] 韩晓健, 左熹, 陈国兴. 基于虚拟仪器技术的振动台模型试验 98 通道动态信号采集系统研制[J]. 防灾减灾工程学报, 2010, 30(5): 503-508.
HAN Xiao-jian, ZUO Xi, CHEN Guo-xing. 98 Channels' dynamic signal acquisition system development for shaking table test based on virtual instrument technology [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2010, 30(5): 503-508.
- [10] 李川, 张以谟. 光纤光栅: 原理、技术与传感应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [11] 王惠文. 光纤传感技术与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [12] 薛泽利, 吕国辉. 光纤光栅应变传感器表面粘贴工艺研究 [J]. 哈尔滨师范大学自然科学学报, 2011, 27(1): 29-32.
XUE Ze-li, LÜ Guo-hui. Study on the surface paste technology of the fiber bragg grating strain sensor [J]. Natural Sciences Journal of Harbin Normal University, 2011, 27(1): 29-32.
- [13] 王自营, 安钢, 樊新海, 等. EMD 和二进正交小波分解对旋转机械振动信号处理效果的研究 [J]. 振动与冲击, 2007, 26(6): 52-55.
WANG Zi-ying, AN Gang, FAN Xin-hai, et al. Research on effect of EMD and binary quadrature wavelet decomposition upon the signal processing result of vibration signal in rotating machinery [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(6): 52-55.
- [14] 周晓峰, 杨世锡, 甘春标. 相关机械振源的盲源分离方法 [J]. 振动与冲击, 2012, 31(14): 60-63.
ZHOU Xiao-feng, YANG Shi-xi, GAN Chun-biao. Blind source separation of statistically correlated sources [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(14): 60-63.
- [15] 陈永刚, 丁丽霞, 葛宏立, 等. 基于 Mann-whitney 非参数检验和 SVM 的竹类高光谱识别 [J]. 光谱学与光谱分析, 2011, 31(11): 3010-3013.
CHEN Yong-gang, DING Li-xia, GE Hong-li, et al. Hyperspectral bambusoideae discrimination based on Mann-whitney non-parametric test and SVM [J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2011(31): 3010-3013.
- [16] 杨梅学, 姚檀栋, 何元庆. Mann-whitney U 非参数检验方法及其在冰心气候学研究中的应用 [J]. 海洋地质与第四纪地质, 1999, 19(4): 83-87.
YANG Mei-xue, YAO Tan-dong, HE Yuan-qing. Non-parameter Mann-whitney U-test and its application to ice core study [J]. Marine geology & quaternary geology, 1999, 19(4): 83-87.