基于量子叠加态参数估计的机械振动信号降噪方法

陈彦龙，张培林，王怀光
（军械工程学院 七系，石家庄 050003）

摘　要：提出基于量子叠加态参数估计的机械振动信号降噪方法。考虑双树复小波系数虚、实部关系，建立带自适应参数的二维概率密度函数模型；研究父－子代小波系数相关性，提出量子叠加态信号与噪声出现概率，并结合贝叶斯估计理论推导出基于量子叠加态参数估计的自适应收缩函数；分析仿真信号与滚动轴承故障振动信号。结果表明该方法较传统软硬阈值算法适应性更好，降噪效果显著。

关键词：降噪；双树复小波变换；量子叠加态；参数估计

中图分类号：TH113.1；TN911.7　　**文献标志码：**A　　DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2014.10.027

Denoising of mechanical vibration signals based on quantum superposition inspired parametric estimation

CHEN Yan-long, ZHANG Pei-lin, WANG Huai-guang
(The 7th Department, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: A novel denoising method for mechanical vibration signals was proposed based on quantum superposition inspired parametric estimation. Considering the relation between real coefficients and imaginary ones of the dual-tree complex wavelet transformation, a new two-dimensional probability density function model with an adaptive parameter was built. Through investigating the inter-scale dependency of coefficients and those of their parents, the proability for quantum superposition inspired signal and noise to occur was presented. Combined with Bayesian estimation theory, an adaptive shrinkage function was deuced based on quantum superposition inspired parametric estimation. At last, the simulated signals and rolling bearing fault vibration signals were analyzed. The results showed that using the proposed method can reduce noise effectively, can achieve much better performance than that of the traditional soft and hard thresholds denoising algorithms.

Key words: denoising; dual-tree complex wavelet transformation; quantum superposition; parametric estimation

机械状态监测有效方法为振动信号分析，而现场采集的振动信号会受噪声干扰，直接影响机械设备状态监测。小波分析在振动信号降噪中得以广泛应用，通常假设小波分解系数满足高斯分布，但小波压缩特性使小波系数概率密度分布较高斯分布在零值位置更尖，并在分布两端呈明显拖尾趋势，故设小波分解系数满足高斯分布所得结论并不准确。陶新民等[1]用广义高斯分布分析轴承振动信号多尺度小波分解系数的统计特征，实现轴承故障诊断。张志刚等[2]据机械振动信号有效小波系数统计分布进行拉普拉斯建模，对主减速器中齿轮故障信号进行有效降噪。

小波变换中，双数复小波（DTCWT）具有近似平移不变性等性质[3]，信号分析效果更好。本文将用 DTCWT 实现一维机械振动信号的小波变换。而多数研究均假设信号双树复小波系数的实、虚部独立分布，未考虑信号虚、实部间关系，若采用二维广义高斯分布及二维拉普拉斯分布[4]对实、虚部小波系数建模，则参数估计复杂，需大量数值计算，较难实现。为此，本文基于二维正态分布提出含可变参数的联合概率密度分布。并受文献[5]QSP 基本理论启发，借鉴量子叠加态概念，对信号进行分析、处理：① 对信号 DTCWT 小波系数建模，建立含可变参数的联合概率密度分布；② 据贝叶斯极大后验估计（MAP）准则，结合父－子代小波系数尺度间相关性，导出基于叠加态参数估计的自适应收缩函数，实现一维机械振动信号降噪。结果表明，该方法对机械振动信号降噪性能良好。

基金项目：国家自然科学基金（E51205405）
收稿日期：2013－03－05　修改稿收到日期：2013－07－17
第一作者 陈彦龙 男，博士生，1987 年 6 月生

1 DTCWT小波系数联合概率密度

1.1 二维概率密度函数

研究信号DTCWT小波系数分布规律,建立数学模型,有助于实现信号降噪,由含噪信号中估计出原信号。对含加性高斯白噪声信号$y(t)$进行小波变换,由小波变换线性性质,有:

$$Y = X + N \tag{1}$$

式中:$Y=Y_r+iY_i$为含噪信号复小波系数;$X=X_r+iX_i$为无噪信号复小波系数;$N=N_r+iN_i$为噪声复小波系数。

高斯白噪声经小波变换后仍为同方差的高斯白噪声。用拉普拉斯函数与广义高斯函数建立小波系数模型,但直接利用二维拉普拉斯分布及广义高斯函数计算形式复杂,模型参数估计难以实现,通用性不强。为提高双树复小波系数分布模型通用性,本文基于二维正态分布提出带可调参数k的概率密度函数(PDF),设无噪信号小波系数真实概率密度分布为$f_0(x_r,x_i)$,数学模型为

$$f(x_r,x_i) = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_i\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left\{\frac{-1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x_r-u_r)^2}{\sigma_r^2}- 2\rho\frac{(x_r-u_r)(x_i-u_i)}{\sigma_r\sigma_i}+\frac{(x_i-u_i)^2}{\sigma_i^2}\right]e^k\right\} \tag{2}$$

式中:$-\infty<x_r<\infty$,$-\infty<x_i<\infty$,u_r,u_i分别为x_r,x_i均值;σ_r,σ_i分别为x_r,x_i标准差;ρ为X_r,X_i的相关系数;K为可调参数,$k=0$时,式(2)为二维正态分布。

1.2 边缘概率密度函数

分析联合概率密度函数可获得边缘密度概率密度函数,即双树复小波系数实、虚部分布规律,为参数估计提供依据。X_r边缘概率密度函数为

$$f_{x_r}(x_r) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_r,x_i)\,\mathrm{d}x_i \tag{3}$$

由于

$$-2\rho\frac{(x_r-u_r)(x_i-u_i)}{\sigma_r\sigma_i}+\frac{(x_i-u_i)^2}{\sigma_i^2} = \left(\frac{x_i-u_i}{\sigma_i}-\rho\frac{x_r-u_r}{\sigma_r}\right)^2-\rho^2\frac{(x_r-u_r)^2}{\sigma_r^2} \tag{4}$$

于是

$$f_{x_r}(x_r) = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_i\sqrt{1-\rho^2}}\exp\left[\frac{(x_r-u_r)^2}{\sigma_r^2}e^k\right]\times \int_{-\infty}^{\infty}\exp\left[\frac{-1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{x_i-u_i}{\sigma_i}-\rho\frac{x_r-u_r}{\sigma_r}\right)^2\right]\mathrm{d}x_i \tag{5}$$

令

$$t = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}}\left(\frac{x_i-u_i}{\sigma_i}-\rho\frac{x_r-u_r}{\sigma_r}\right) \tag{6}$$

则有

$$f_{x_r}(x_r) = \frac{1}{2\pi\sigma_r}\exp\left[-\frac{(x_r-u_r)^2}{2\sigma_r^2}e^k\right]\times \int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)\mathrm{d}t \tag{7}$$

即

$$f_{x_r}(x_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r}\exp\left[\frac{(x_r-u_r)^2}{2\sigma_r^2}e^k\right] \tag{8}$$

同理,X_i的边缘概率密度函数为

$$f_{x_i}(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}\exp\left[\frac{(x_i-u_i)^2}{2\sigma_i^2}e^k\right] \tag{9}$$

1.3 可调参数k确定

由以上推导发现,k为小波系数概率密度函数的关键参数,其取值关系概率密度函数形状及拟合精度。据各尺度中双树复小波系数二维概率密度函数与边缘概率密度函数最小均方差共同确定k值:

$$k_1 = E[f_0(x_r,x_i)-f(x_r,x_i)]^2 \tag{10}$$

$$k_2 = E[f_{0X_r}(x_r)-f_{X_r}(x_r)]^2 \tag{11}$$

$$k_3 = E[f_{0X_i}(x_i)-f_{X_i}(x_i)]^2 \tag{12}$$

$$k = \arg\min_k(k_1+k_2+k_3) \tag{13}$$

式中:$f_0(x_r,x_i)$,$f_{0X_r}(x_r)$,$f_{0X_i}(x_i)$为实际分布;$f(x_r,x_i)$,$f_{X_r}(x_r)$,$f_{X_i}(x_i)$为曲线拟合分布。

拟合过程中,据双树复小波边缘概率密度函数$f_{X_r}(x_r)$,$f_{X_i}(x_i)$的PDF最大值为P_r,P_i求出σ_r,σ_i:

$$\sigma_r = (\sqrt{2\pi}P_r)^{-1} \tag{14}$$

$$\sigma_i = (\sqrt{2\pi}P_i)^{-1} \tag{15}$$

k的误差精度为0.1时,双树复小波系数分布拟合精度不够;k的误差精度为0.001时,分布拟合精度与k的误差精度0.01时接近。综合考虑分布拟合精度与计算速度,设k值的误差精度为0.01。

2 量子叠加态参数估计模型

2.1 量子叠加态

小波系数含有用信号与噪声信号,二者叠加,在不同系数中,二者相对大小不同,与量子力学中量子叠加态相似。量子计算中,量子比特有可能状态$|0\rangle$,$|1\rangle$,与经典比特区别在于量子比特状态可落在$|0\rangle$,$|1\rangle$之外,可为状态线性组合,称叠加态[6],数学形式为

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle+\beta|1\rangle \tag{16}$$

式中:α,β为一对复数,称量子态概率幅,且满足

$$|\alpha|^2+|\beta|^2 = 1 \tag{17}$$

2.2 贝叶斯MAP估计器

贝叶斯理论在小波降噪中得到较好应用。通过贝叶斯理论,可实现对小波系数收缩,降低噪声。在贝叶斯统计理论中,最大后验估计(MAP)为常用方法。本文据含噪信号双树复小波系数Y,获得使后验概率密度函数$P_{X|Y}$取最大值的无噪小波系数X。此处以实部边缘概率密度函数为例:

$$\hat{X}_{r\mathrm{MAP}} = \arg\max_{X_r}[p_{Xr\mid Yr}(X_r \mid Y_r)] \tag{18}$$

据贝叶斯原理：

$$p_{Xr\mid Yr}(X_r \mid Y_r) = p_{Yr\mid Xr}(Y_r \mid X_r)p_X(X_r)/p_{Yr}(Y_r) \tag{19}$$

设噪声小波系数服从均值为 0、标准差为 σ_n、相关系数 $\rho_n = 0$ 的高斯分布。据式(5)及噪声模型，式(19)可写为

$$\begin{aligned}\hat{X}_{r\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{X_r}[p_{Yr\mid Xr}(Y_r \mid X_r)p_{X_r}(X_r)] = \\ &\arg\max_{X_r}[p_{Nr}(Y_r - X_r)p_{X_r}(X_r)] = \\ &\arg\max_{X_r}[\ln p_{Nr}(Y_r - X_r) + \ln p_{X_r}(X_r)] = \\ &\arg\max_{X_r}\left[\frac{(Y_r - X_r)^2}{2\sigma_{N_r}^2} + f(X_r)\right]\end{aligned} \tag{20}$$

式中：$f(X_r) = \ln p_{Xr}(X_r)$。

对式(20)求 X_r 的导数，并令其为 0，得：

$$\frac{(Y_r - X_r)}{\sigma_{n_r}^2} + f'(X_r) = 0 \tag{21}$$

据 Y_r 与 X_r 的边缘概率密度函数，经推导，X_r 的估计式为

$$\hat{X}_r = \frac{\sigma_{x_r}^2}{\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{n_r}^2 \mathrm{e}^k} Y_r + \frac{\sigma_n^2 u_{x_r} \mathrm{e}^k}{\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{n_r}^2 \mathrm{e}^k} \tag{22}$$

式中：$\frac{\sigma_{x_r}^2}{\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{n_r}^2 \mathrm{e}^k} Y_r + \frac{\sigma_n^2 u_{x_r} \mathrm{e}^k}{\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{n_r}^2 \mathrm{e}^k}$ 为收缩因子，其包含使平均平方估计误差最小的理想滤波器，信号模型可调参数 $k = 0$、均值为 0 时：

$$\hat{X}_r = \frac{\sigma_{x_r}^2}{\sigma_{x_r}^2 + \sigma_{n_r}^2} Y_r \tag{23}$$

2.3　量子叠加态参数估计

基于量子叠加态原理展开分析，给出基于量子叠加态的参数估计算法，并对式(22)中关键参数进行估计。信号、噪声在小波域奇异特性不同，信号突变点处小波系数幅值明显增大，而噪声小波系数幅值将随尺度的增加迅速减小[7]。因此可据相邻尺度的小波系数乘积减少噪声。

对双树复小波系数而言，若父系数模较大，则对应位置的子系数同样具有较大模值。父 - 子代小波系数模的乘积表达式为

$$G_s^{2j-1} = |Y(s+1,j)||Y(s,2j-1)| \tag{24}$$

$$G_s^{2j} = |Y(s+1,j)||Y(s,2j)| \tag{25}$$

式中：s 为父代；$s+1$ 为子代；G_s^{2j-1}，G_s^{2j} 为在尺度 s 中对应位置的父代系数模 $|Y(s,2j-1)|$，$|Y(s,2j)|$ 与当前子代系数模 $|Y(s+1,j)|$ 的乘积。

小波系数实质为噪声小波系数与有用信号小波系数的叠加，与量子力学中量子叠加态相似。受 QSP 基本理论启发[8]，据量子叠加态原理，父 - 子代小波系数模的乘积 G_s^{2j-1}，G_s^{2j} 可表示为噪声小波系数与信号小波系数的量子态叠加：

$$|C_s^j\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \tag{26}$$

式中：a，b 分别为噪声信号小波系数 $|0\rangle$ 与有用信号小波系数 $|1\rangle$ 的概率幅，且满足条件 $|a|^2 + |b|^2 = 1$。

将 C_s^j 归一化得 $NC_s^j \in [0,1]$。物理意义上 NC_s^j 反映有用信号及噪声信号的出现概率。NC_s^j 值越小表明对应位置的父子代小波系数相关性较小或能量较小，该位置出现噪声概率较大；反之，NC_s^j 值越大表明对应位置的父子代小波系数能量及相关性较大，该位置出现有用信号的概率较大。本文算法中：

$$|C_s^j\rangle = \cos(NC_s^j\pi/2)|0\rangle + \sin(NC_s^j\pi/2)|1\rangle \tag{27}$$

式中：$\sin^2(NC_s^j\pi/2)$，$\cos^2(NC_s^j\pi/2)$ 为尺度 s 中位置 j 噪声出现概率，$\sin^2(NC_s^j \times \pi/2)$ 为尺度 s 中位置 j 信号出现概率。$NC_s^j = 0$，为完全噪声；$NC_s^j = 1$ 为完全有用信号。

结合有用信号与噪声出现概率，本文提出的当前位置 j 量子叠加态噪声方差 σ_n^2 表达式为

$$\hat{\sigma}_n^2 = \mathrm{med}(Y/0.6745)^2\cos^2(NC_s^j\pi/2) \tag{28}$$

当前位置 j 量子叠加态信号方差 σ 估计式为

$$\hat{\sigma}^2(j) = \max\left[\frac{1}{M_j}\sum_{(m\in W^j)}|Y_{(s,m)}|^2 - \hat{\sigma}_n^2(j), 0\right] \times \sin^2(NC_s^j\pi/2) \tag{29}$$

式中：W^j 为以当前系数 $Y(s,j)$ 为中心的子窗口；M_j 为窗口中系数个数。取第 s 尺度上邻域窗 $W(j)$ 宽度为 $M_s = 2^{s+1} - 1$。

当前位置 j 量子叠加态信号期望 u 估计式为

$$u(Y_j) = u(X_j + N_j) = u(X_j) + u(N_j) \tag{30}$$

由于

$$u(N_j) = 0 \tag{31}$$

故

$$u(X_j) = u(Y_j) \tag{32}$$

本文所提基于量子叠加态的小波系数估计方法，能较好利用小波系数尺度间相关性。将式(28)、(29)代入式(22)知，对小波系数 $Y(s,j)$，若其量子叠加态表明有用信号出现概率大，收缩因子自适应变大；反之，收缩因子自适应变小，该自适应收缩函数有利于噪声抑制。

3　降噪算法步骤

本文的信号降噪算法步骤为：

(1) 利用 DTCWT 实现含噪信号 $y(t)$ 的小波分解；

(2) 据各尺度高频小波系数二维概率密度函数及边缘概率密度函数，拟合确定 k 值；

(3) 据量子叠加态参数估计方法，对 σ_n^2，σ^2 进行

估计,修正小波系数:利用式(28)、(29)分别计算 $\hat{\sigma}_n^2$, $\hat{\sigma}^2$;据式(22)确定新小波系数;

(4) DTCWT 逆变换获得降噪信号。

4 仿真与实际信号验证

4.1 仿真信号

分别采用 HeaviSine、Blocks、Bumps 信号[9]验证本文模型降噪的可行性及有效性。信号长度 2 048 点。对 3 种信号分别加入高斯白噪声,使含噪信号的信噪比分别为 13 dB,14 dB,15 dB,用本文方法降噪,并用 5 层分解及重构。对去噪效果,采用信噪比(SNR)进行评价。若在原始信号 $y(t)$ 中加入不同噪声 $n(t)$,降噪后所得信号为 $d(t)$,单位为 dB,则信噪比定义为

$$\mathrm{SNR} = 10\lg(P_d/P_n) \tag{33}$$

式中:P_d 为原始信号功率;P_n 为噪声功率。信号噪声由原始信号 $y(t)$ 减去降噪信号 $d(t)$ 获得:

$$\left.\begin{aligned} p_d &= \sum x_d^2 \\ p_n &= \sum [y(t) - d(t)]^2 \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

用传统软、硬阈值降噪法进行效果对比,阈值 λ 为

$$\lambda = \sqrt{2\ln(N)}\,\frac{\mathrm{med}(|\overline{W}|)}{0.674\ 5} \tag{35}$$

式中:N 为信号小波系数总数,$|\overline{W}|$ 为最低尺度上小波系数。

表 1 为不同算法降噪结果。由表 1 看出,基于量子叠加态参数估计的信号降噪模型降噪效果最好,极大提高了信号的信噪比。表 2 为不同双树复小波基下本文降噪方法降噪效果。随小波基变化,仍能取得良好降噪效果,表明本文方法适用性良好。

表 1 不同算法降噪结果

Tab. 1 Results of different algorithms for denoising

算法	SNR	HeaviSine	Blocks	Bumps
量子降噪	13	26.9	21.5	20.7
	14	27.7	22.2	22.6
	15	28.5	23.0	23.7
硬阈值	13	25.5	19.2	19.9
	14	26.1	19.7	21.1
	15	26.5	20.8	21.8
软阈值	13	25.3	15.7	13.1
	14	25.8	16.2	14.0
	15	26.4	16.8	14.8

表 2 不同双树复小波基降噪结果

Tab. 2 Results of different DTCWT base for denoising

小波基	SNR	HeaviSine	Blocks	Bumps
near_sym	13	26.9	21.5	20.7
	14	27.7	22.2	22.6
	15	28.5	23.0	23.7
antonini	13	26.7	21.3	20.7
	14	27.5	21.9	21.5
	15	28.3	22.6	22.5
legall	13	25.9	21.0	20.4
	14	26.6	21.7	21.1
	15	27.3	22.5	21.9

4.2 实际信号

采用某新型机械设备的综合传动装置进行研究,在轴承内圈加工 1 ×0.2 mm 划痕。采集加速度振动信号,实测转动速度 1 830 r/min,在 3 档档位上测量,传感器安装在对应轴承位置箱盖上方。内圈故障理论频率为 158 Hz。轴承故障见图 1。采样频率 12 kHz,采样时间 1 s。为便于比较,取 2 048 点进行分析。故障信号波形见图 2,由频谱中看出,故障频率淹没在噪声频率中。

图 1 机械综合传动装置

Fig. 1 Mechanical comprehensive drive

不同降噪方法结果比较见图 3 ~ 图 5,运算时间见表 3。

(1)波形分析。由图形看出,软、硬阈值降噪方法去除大量噪声的同时也去除有用信号,使降噪后脉冲周期不准确;而基于量子叠加态的参数估计降噪方法所得脉冲周期准确,且故障脉冲较软、硬阈值降噪保留更多,有益故障判断。通过测量,降噪后信号明显存在间隔 6.3 ms 冲击,对应于内圈故障频率 158 Hz,可确定为滚动轴承内圈出现故障。因此,量子降噪方法使噪声大部分被消除的同时,较好保留了轴承故障冲击特征,脉冲波形完整。

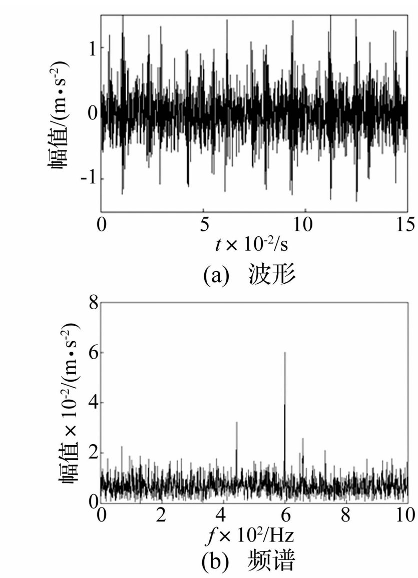

图 2　含强噪声故障信号

Fig. 2 Fault signal with strong noise

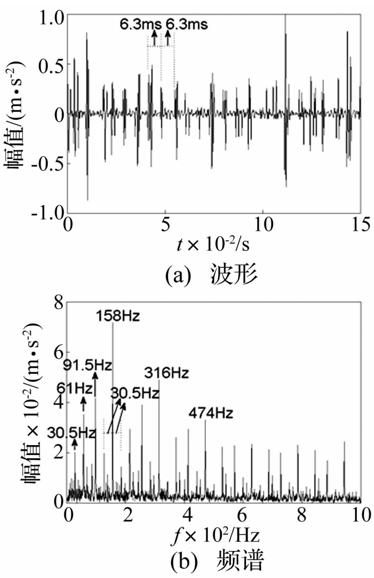

图 3　量子降噪消噪结果

Fig. 3 Quantum denoising result

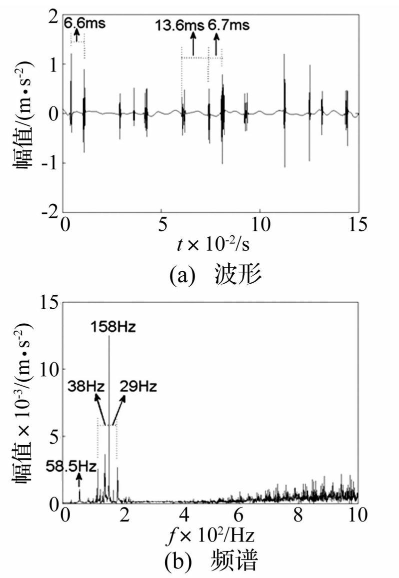

图 4　硬阈值降噪消噪结果

Fig. 4 Hard threshold result

（2）频谱分析。比较降噪后信号频谱，小波阈值降噪后，158 Hz 频率突出，但调制频率不准确，不符合轴承内圈故障频率特点，小波阈值降噪方法未能达到较好降噪效果；采用基于量子叠加态的参数估计降噪方法处理后，频谱中 158 Hz 频率突出，且存在明显边带，转频（30.5 Hz）及二倍频（61 Hz）、三倍频（91.5 Hz）明显，符合轴承内圈故障频谱特点。

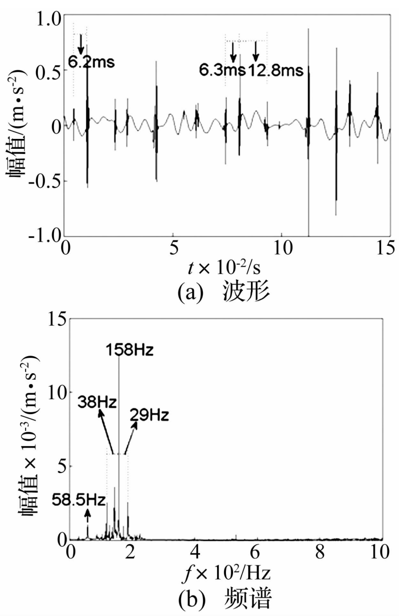

图 5　软阈值降噪消噪结果

Fig. 5 Soft threshold result

表 3　不同算法运算时间

Tab. 3 Operation time of different algorithms

算法	量子降噪	硬阈值	软阈值
时间	0.726	0.251	0.252

（3）运算效率。据表 3，量子降噪时间多于软硬阈值降噪法，但运算时间仍较短，为快速降噪方法。

5　结　论

（1）基于二维正态分布带可调参数 k 的概率密度函数考虑双树复小波系数实、部关系，k 值计算过程兼顾二维概率密度函数与边缘概率密度函数，使该分布模型自适应更强。

（2）基于量子叠加态的机械振动信号降噪方法，充分利用 DTCWT 的平移不变性及量子降噪模型可捕获小波系数尺度间相关性特点，可获得较常规小波降噪方法更高的信噪比，能有效抑制高斯白噪声。

（3）本文所提降噪方法可有效保留轴承冲击信号特征，据其周期性冲击对应的特征频率，可对轴承故障进行故障识别，为强背景噪声下机械故障信息提取提供新途径。

参 考 文 献

[1] 陶新民，徐晶，杜宝祥，等. 基于小波域广义高斯分布的轴承故障诊断方法[J]. 机械工程学报，2009，45（10）：61－67.
TAO Xin-min，XU Jing，DU Bao-xiang，et al. Bearing fault diagnosis based on wavelet-domain generalized gaussian distribution[J]. Journal of Mechanical Engineering，2009，45(10)：61－67.

[2] 张志刚，周晓军，宫燃，等. 小波域局部 Laplace 模型降噪算法及其在机械故障诊断中应用[J]. 机械工程学报，2009，45（9）：54－57.
ZHANG Zhi-gang，ZHOU Xiao-jun，GONG Ran，et al. Denosing algorithm based on local laplace model in wavelet domain and its application in mechanical fault diagnosis[J]. Journal of Mechanical Engineering，2009，45（9）：54－57.

（下转第 151 页）

基于有限元法的管线系统振动特性灵敏度分析能使结构动力修改更具针对性，且计算精度、效率较高。此可为有效改善管线系统动力特性提供指导。

参 考 文 献

[1] Paidoussis M P. Some curiosity-driven research in fluid structure interactions and its current applications[J]. Journal of Pressure Vessel Technol Trans ASME, 1993, 115 (1): 2-14.

[2] 党锡淇,陈守五. 活塞式压缩机气流脉动与管道振动[M]. 西安:西安交通大学出版社,1984.

[3] 倪樵,王琳,黄玉盈. 吸流管道动力学模型的研究现状与展望[J]. 应用力学学报,2008,25(3):450-454.
NI Qiao, WANG Lin, HUANG Yu-ying. Advances and trends of a dynamical model: Pipes aspirating fluid [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(3): 450-454.

[4] Grandhi R. Structural optimization with frequency constraints-a review[J]. Journal AIAA, 1993, 31 (12): 2296-2303.

[5] 顾松年. 结构动力修改的发展与现状[J]. 机械强度,1991, 13(1): 1-9.
GU Song-nian. Recent progresses on structural dynamic design methods [J]. Journal of Mechanical Strength, 1991, 13(1): 1-9.

[6] 唐明裴,阎贵平. 结构灵敏度分析及计算方法概述[J]. 中国铁道科学,2003,24(1):74-78.
TANG Ming-pei, YAN Gui-ping. Overview of structural sensitivity analysis and computation method [J]. China Railway Science, 2003, 24(1): 74-78.

[7] Pantelides C P, Tzan S R. Optimal design of dynamically constrained structures[J]. Corraputers & Structures, 1997, 62 (1): 141-150.

[8] Cheng G D, Kang Z, Wang G. Dynamic optimization of a turbine foundation[J]. Structural Optimization, 1997, 13: 244-249.

[9] 李峰,王德国,刘录,等. 超高压压缩机及管线系统的振动分析与控制[J]. 中国机械工程,2010,21(6):656-659.
LI Feng, WANG De-guo, LIU Lu, et al. Vibration analysis and control of superhigh pressure compressor and pipeline system [J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(6): 656-659.

[10] 李峰,王德国,刘录,等. 超高压压缩机管线系统的振动控制仿真[J]. 计算机仿真,2010,27(12):293-296.
LI Feng, WANG De-guo, LIU Lu, et al. Simulation of superhigh pressure compressor pipeline system vibration control[J]. Computer Simulation, 2010, 27(12): 293-296.

[11] Li Feng, Wang De-guo, Liu Lu, et al. Analysis and reconstruction of super-high pressure compressor pipeline vibration[C]. ATDM, Beijing, 2010: 47-50.

[12] 仲崇明,万泉,蒋伟康. 往复式压缩机振动的有限元数值分析与实验研究[J]. 振动与冲击,2011,30(5):156-160.
ZHONG Chong-min, WAN Quan, JIANG Wei-kang. Numerical analysis and tests for vibration response of a reciprocating compressor [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(5): 156-160.

[13] 宋晓辉,范德顺,乔舰. 离心压缩机管系振动分析及减振措施[J]. 科学技术与工程,2009,9(17):4930-4933.
SONG Xiao-hui, FAN De-shun, QIAO Jian. Piping vibration analysis and measures of vibration damping of centrifugal compressor[J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9(17): 4930-4933.

[14] 包日东,金志浩,闻邦椿. 分析一般支承输流管道的非线性动力学特性[J]. 振动与冲击,2008,27(7):87-90.
BAO Ri-dong, JIN Zhi-hao, WEN Bang-chun. Analysis of nonlinear dynamic characteristics of commonly supported fluid conveying pipe[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(7): 87-90.

[15] 李鹤,杨铎,闻邦椿,等. 大型压缩机管道系统振动现场测试与控制[J]. 振动与冲击,2007,26(4):158-160.
LI He, YANG Duo, WEN Bang-chun, et al. Vibration measurement and control of a large scale compressor pipeline system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(4): 158-160.

(上接第 147 页)

[3] Nelson J D B, Kingsbury N G. Enhanced shift and scale tolerance for rotation invariant polar matching with dual-tree wavelets[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2011, 20 (3): 814-821.

[4] Eltoft T, Kim T, Lee T W. On the multivariate laplace distribution[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2006, 13(5): 300-303.

[5] Eldar Y C, Oppenheim A V. Quantum signal processing[J]. IEEE Signal Process Mag, 2002, 19 (6): 12-32.

[6] 李盼池，宋考平，杨二龙. 基于量子门线路的量子神经网络模型及算法[J]. 控制与决策，2012，27 (1)：143-146.
LI Pan-chi, SONG Kao-ping, YANG Er-long. Quantum neural networks model and algorithm based on quantum gates circuit [J]. Control and Decision, 2012, 27 (1): 143-146.

[7] Zhang L, Bao P. Edge detection by scale multiplication in wavelet domain [J]. Pattern Recognition Letters, 2002, 23(14): 1771-1784.

[8] 付晓薇，丁明跃. 基于量子概率统计的医学图像增强算法研究[J]. 电子学报，2010，38(7)：1590- 1596.
FU Xiao-wei, DING Ming-yue. Research on image enhancement algorithms of medical images based on quantum probability statistics [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38 (7): 1590-1596.

[9] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. Journal of American Statistical Association, 1995, 90 (432): 1200-1224.