

基于匹配延拓的 ITD 边界效应抑制方法研究

胥永刚, 陆明, 付胜, 张建宇

(北京工业大学 机电学院 北京市先进制造技术重点实验室, 北京 100124)

摘要: 作为一种新的非平稳信号处理方法, 固有时间尺度分解法在将复杂的非平稳信号分解为若干个固有旋转分量过程中, 存在着严重的边界效应问题。本文针对抑制边界效应提出了五种数据延拓方法: 自适应波形匹配法、基于 AR 模型的延拓方法、镜像延拓方法、多项式延拓方法、反对称周期延拓法。通过数学模拟实验比较这五种方法的抑制效果, 选出最优方法。将最优方法用于仿真信号和轴承故障振动信号分析, 结果表明该方法能够有效地抑制边界效应, 可更好地提取机电设备故障特征。

关键词: 固有时间尺度分解; 边界效应; 延拓; 故障诊断

中图分类号: TN911

文献标志码: A

DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2014.07.027

End effect restrained method of intrinsic time-scale decomposition based on matching extension

XU Yong-gang, LU Ming, FU Sheng, ZHANG Jian-yu

(Beijing Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, College of Mechanical Engineering and Applied Electronic Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: As a new non-stationary signal processing method, the intrinsic time-scale decomposition (ITD) method can be used to decompose a complex non-stationary signal into several proper rotation components (PRCs), but there exist serious end effects in some PRCs. Here, 5 end effect-mitigation methods to deal with end effects were proposed including adaptive, AR prediction extending method, mirror extrema extending, polynomial fitting extending method and anti-symmetric period extension method. The end effect-restrained results with 5 methods were compared with numerical simulations. The best one was applied to analyze simulated signals and bearing fault vibration signals, the results showed that the proposed method can be used to solve the end effect problems effectively and to extract fault features of mechanical equipments better.

Key words: intrinsic time-scale decomposition (ITD); end effect; extension; fault diagnosis

大型机电设备的轴承齿轮等零部件发生故障时, 振动信号常呈现出非线性非平稳特征, 且淹没于强烈的背景噪声中。如何处理复杂的非平稳振动信号, 一直是故障诊断领域的研究热点之一^[1]。

Frei 等^[2]提出了一种新的非线性非平稳信号处理方法——固有时间尺度分解法 (Intrinsic time-scale decomposition, ITD), 并将该方法应用于生物医学信号处理中, 取得了理想的效果。ITD 分解法可以自适应地将任意复杂信号分解为若干具有实际物理意义的固有旋转分量 (Proper Rotation Component, PRC) 和一个单调趋势项, 然后再进一步求出所有 PRC 的瞬时幅值

和瞬时频率, 即可得到原始信号完整的时频分布。该方法一经提出, 便迅速在通信^[3]、空间信息^[4]及故障诊断^[5-7]领域得到应用, 均取得了不错的效果。

在 ITD 方法的应用过程中, 分解所得的固有旋转分量常在边界处出现畸变, 使得分解结果严重失真, 称之为 ITD 方法的边界效应。本文对比分析了五种数据延拓方法 (自适应波形匹配法、基于 AR 模型的延拓方法、镜像延拓方法、多项式延拓方法和反对称周期延拓法) 在 ITD 边界效应抑制中的应用, 并以趋势分量绝对值累加和为评价指标, 判定基于自适应波形匹配方法的数据延拓更适合抑制 ITD 边界效应, 分解误差最小。最后, 将其运用到实际信号的分析, 验证了该方法的有效性。

1 ITD 方法及其边界效应

基金项目: 国家自然科学基金 (51075009); 北京市优秀人才培养资助计划 (2011D005015000006); 北京市教委科研计划 (KM201310005013); 北京市属高等学校青年拔尖人才培养计划; 北京工业大学基础研究基金

收稿日期: 2012-10-23 修改稿收到日期: 2013-03-17

第一作者 胥永刚 男, 博士, 副教授, 1975 年生

1.1 ITD 方法的基本原理

设待分解信号 X_t 为一实值离散信号, $\{\tau_k, k = 1, 2, \dots\}$ 代表 X_t 中所有局部极值点对应的时刻, 方便起见, 定义 $\tau_0 = 0$ 。定义 L 为 X_t 的基线提取算子, 一次 ITD 分解是将信号 X_t 分解为基线分量 L_t 和固有旋转分量 H_t , 即^[2]:

$$X_t = LX_t + (1 - L)X_t = L_t + H_t \quad (1)$$

式中, $L_t = LX_t$ 为基线分量, 代表信号中的局部相对低频成分; $H_t = (1 - L)X_t$ 为固有旋转分量, 表示信号中的局部相对高频成分。

简便起见, 令 X_k 和 L_k 分别表示 $X(t_k)$ 和 $L(t_k)$, 设 L_t 和 H_t 在 $[0, \tau_k]$ 上有定义, X_t 在 $[0, \tau_{k+2}]$ 上有定义, 则在连续极值点间隔 $[\tau_k, \tau_{k+1}]$ 上可定义该区间内 X_t 的分段线性基线提取因子 L :

$$LX_t = L_k + \left(\frac{L_{k+1} - L_k}{X_{k+1} - X_k} \right) (X_t - X_k) \quad (2)$$

$$L_{k+1} = \alpha \left[X_k + \left(\frac{\tau_{k+1} - \tau_k}{\tau_{k+2} - \tau_k} \right) (X_{k+2} - X_k) \right] + (1 - \alpha)X_{k+1} \quad (3)$$

式中, α 用于控制提取固有转动分量幅度的线性缩放, $\alpha \in [0, 1]$, 通常取 $\alpha = 0.5$ ^[2]。则, 固有旋转因子 H_t 为:

$$HX_t = (1 - L)X_t = H_t = X_t - L_t \quad (4)$$

这种基线构造方法形成的基线分量 L_t 保留了信号在各个极值点之间的单调性, 提取了各个极值点之间叠加的局部高频分量, 即固有于信号某种尺度上的分量——固有旋转分量。将基线分量当做新的待分解信号重复以上的分解过程, 可以得到一系列的固有旋转分量, 直到获得一个单调趋势信号。这就将原始信号 X_t 分解成若干个从高到低不同频率段的固有旋转分量之和与一个单调趋势分量。整个过程可表示为:

$$X_t = HX_t + LX_t = HX_t + (H + L)LX_t = \left(H \sum_{k=0}^{p-1} L^k + L^p \right) X_t \quad (5)$$

式中, $HL^k X_t$ 是第 $(k + 1)$ 层固有旋转分量, $L^p X_t$ 是单调的趋势或提取的最低频率基线。

1.2 ITD 方法的边界效应

设有一仿真信号:

$$x(t) = (1 + 0.5 \cos(2\pi \times 5t)) \cos(2\pi \times 100t + 1.5 \sin(2\pi \times 7t)) + 0.5 \sin(2\pi \times 30t) \quad (6)$$

该信号包括两个主要分量: 一是调幅-调频分量, 二是纯正弦分量。该信号的时域波形如图 1 所示。

该信号的 ITD 分解结果如图 2 所示。由图可知, 原始信号 $x(t)$ 被分解为 2 个固有旋转分量 (记为 PRC1 ~ PRC2) 和一个趋势分量 (记为 L), 其中 PRC1 和 PRC2 能量较大, 分别对应原始信号中的调幅-调频

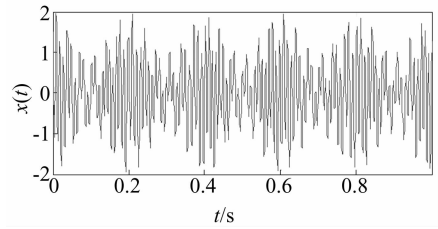


图 1 仿真信号的时域波形

Fig. 1 The Waveform of simulated signal

分量和正弦分量, L 能量很小, 为 ITD 分解过程中最终剩余的趋势分量。可见, ITD 方法能够将复杂的非平稳信号分解为若干个简单的固有旋转分量和一个趋势分量。

仔细观察所有的 PRC 分量, 还可发现 ITD 分解过程中几乎所有的 PRC 分量在边界处均出现了不同程度的畸变, 与理论的分量信号存在差别, 同时趋势分量 L 理论上应为常数 0, 但实际所得 L 分量在波形中部出现细微波动, 两端出现较大的抖动, 与理论分析严重不符, 此即 ITD 分解过程中的边界效应, 应设法予以抑制或消除。

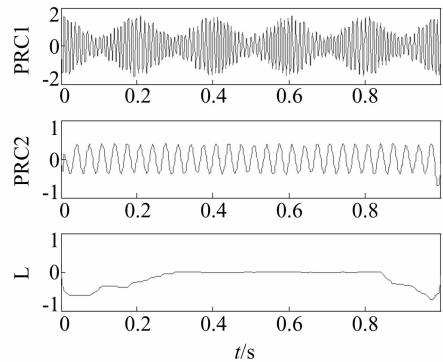


图 2 仿真信号的 ITD 分解结果

Fig. 2. ITD decomposed results of simulated signal

2 基于数据延拓的 ITD 边界效应的抑制方法

2.1 自适应波形匹配延拓法

抑制边界效应最有效的方法是对端点处的数据进行延拓, 延拓的波形须符合原始数据在端点处的变化趋势, 否则易产生附加的极值点。在机械设备故障诊断中, 原始振动信号在端点处的变化趋势通常在信号的内部也会存在, 故可用信号内部某一段与信号端点处变化趋势相同的子波对端点以外的信号进行延拓, 从而最大限度维持信号在端点处的变化规律。

首先定义两段波形的匹配度指标, 该指标反映的是两段波形的相似程度。设 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 为两组长度相同的离散数据序列, P_1 、 P_2 分别为 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 上两点, 首先对 $x_2(t)$ 进行平移操作, 使得 P_1 点和 P_2 点重合, 将平移后的信号设为 $x'_2(t)$ 。然后按照下列公式计算 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 相对于 P_1 点和 P_2 的匹配度:

$$M(x_1, x_2, P_1) = \sum_{i=1}^K [x_1(t_i) - x'_2(t_i)]^2 \quad (7)$$

自适应波形匹配方法的具体步骤如下^[8]：

(1) 设 $x(t)$ 为原始信号, 确定 $x(t)$ 最左端的两个相邻极值点, 不妨设其分别为极大值点和极小值点, 分别记为 P_0 和 P_1 , 从起始点到 P_1 的这段波形记为 w_0 , 设其长度为 l ;

(2) 设 E_{\max} 为 $x(t)$ 的极大值点集合, 以 $E_{\max} - \{P_0\}$ 中的每一个极大值点 P_i 作为参考点, 计算该段相同长度的波形 w_i 和 w_0 的匹配度 $M(w_0, w_i, P_i)$; 记

$$M(w_0, w_{i_0}, P_{i_0}) = \min \{M(w_0, w_i, P_i), i = 1, 2, \dots\} \quad (8)$$

(3) 若 $M(w_0, w_{i_0}, P_{i_0}) < \alpha \cdot l$, 其中 α 为一常数, 则取 w_{i_0} 左侧包含了一个极大值和极小值的子波, 作为原始 $x(t)$ 左端的延拓, 延拓完毕, 否则转(4);

(4) 直接指定端点处的极大和极小值: 取原始信号最左端的两个相邻极大值点的均值作为左端点的极大值, 取信号最左端的两个相邻极小值点的均值作为左端点的极小值, 延拓完毕。

仍采用 1.2 节中的仿真信号, 首先对该信号进行自适应波形匹配延拓, 然后再进行 ITD 分解, 最后对分解结果进行截断以保留与原始信号相对应的部分, 结果如图 3 所示。

图 2 中, 趋势分量的幅值约在 $-0.6 \sim 0$ 之间, 而图 3 中趋势分量的幅值约在 $-0.025 \sim 0.025$ 之间, 分解误差显著减小, 故对原始信号进行自适应波形匹配延拓后再做 ITD 分解, 可以有效地抑制 ITD 分解过程中的边界效应, 减少因为边界效应产生的误差。

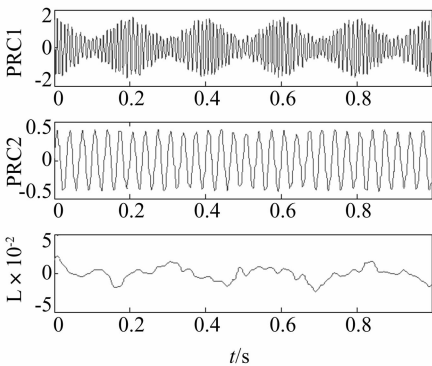


图 3 仿真信号的 ITD 分解结果

Fig. 3 ITD decomposed results of simulated signal

2.2 镜像延拓法

镜像延拓相当于放一面镜子在信号的端点, 这样在镜子里就会出现一个与原始信号相反的信号。若原始信号为 $x(n)$, 其中 $n \in (1, 2, 3, \dots, N)$, 则镜中的信号 $x_j(m)$ 为,

$$x_j(m) = x(N + 1 - m) \quad (9)$$

$$m \in (1, 2, 3, \dots, N)$$

将 $x_j(m)$ 与 $x(n)$ 尾首相连, 就得到了镜像延拓后的信号。

仍采用前述仿真信号, 用 ITD 分解经镜像延拓后的信号, 再截取与原始信号相对应的部分, 得到结果如图 4 所示。使用镜像延拓法, ITD 分解的边界效应在一定程度上得到抑制, 趋势分量畸变的波动范围较图 2 有所改善, 但其波动幅值远大于图 3, 边界效应抑制不太理想。

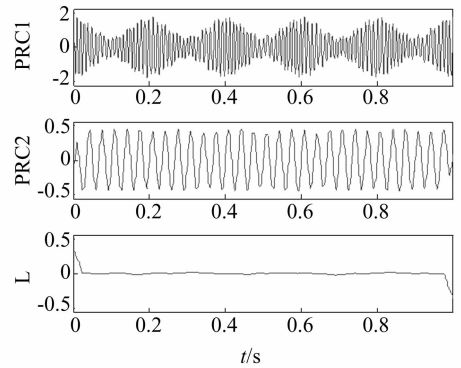


图 4 仿真信号的 ITD 分解结果

Fig. 4 ITD decomposed results of simulated signal

2.3 多项式拟合延拓法

多项式拟合法是通过信号极大值或者极小值本身特征拟合多项式, 来确定延拓的极值点^[9], 具体方法如下:

(1) 在数据的极大值或者极小值的集合中, 提取靠近两端的几个极值点。

(2) 用提取出来的极大值或是极小值拟合多项式。

(3) 选取在数据两端之外的两个时刻, 用多项式计算出这两个时刻所对应的函数值。将该函数值作为延拓的极值点, 对应的时刻作为出现的时间。

同样采用上述的仿真信号, 得到的结果如图 5 所示。ITD 分解的边界效应得到了有效的抑制, 并且分解得到的误差项非常小, 说明这种方法对于模拟信号是有效的。

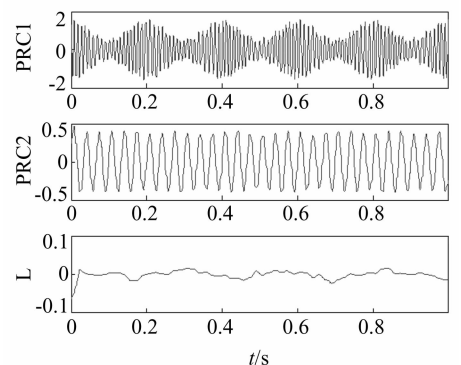


图 5 仿真信号的 ITD 分解结果

2.4 基于 AR 模型预测延拓法

AR 模型可以根据数据点之间的相关性,预测数据的未来值^[10]。对于一个时间序列 x ,若其第 n 个点 $x(n)$ 的取值与其前 m 个点 ($x(n-1)\cdots x(n-m)$) 都有关系,就可以用这 m 个点建立 AR 模型,来预测 $x(n)$ 。其 AR 模型为

$$x(n) = \sum_{i=1}^m \varphi_i x(n-i) + a_n \quad (10)$$

其中: n, m 为自然数,当 n 为固定值时, a_n 满足正态分布 $N(0, \sigma_a^2)$ 。

基于 AR 模型信号的边界延拓的具体步骤为:

- (1) 选取数据点建立 AR 模型。
- (2) 根据模型预测数据,进行延拓。

采用前述同样的仿真信号,首先对其进行 AR 模型延拓,然后再进行 ITD 分解,得到的结果如图 6 所示。信号分解后的分解误差较小,而且 PRC 分量只有略微的畸变,说明该方法抑制模拟信号边界问题的效果较好。

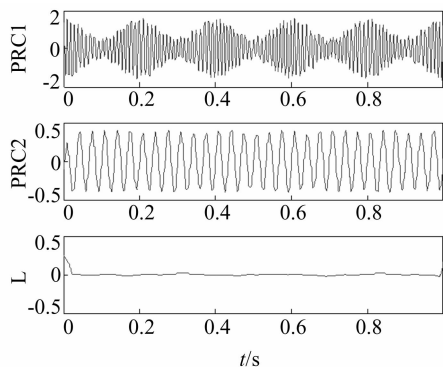


图 6 仿真信号的 ITD 分解结果

Fig. 6 ITD decomposed results of simulated signal

2.5 反对称周期延拓法

如果信号 $x(n)$ 满足下列情况,可以用反对称周期延拓法^[11]。

$$\begin{aligned} x(1) &= 0 \\ x(2) - x(1) &\neq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

反对称周期延拓法的具体步骤如下:

- (1) 对于原始信号取负处理,即

$$y(n) = -x(n) \quad (12)$$

(2) 将得到的信号 $y(n)$ 以 $n/2$ 为中心对调,使信号 $y(n)$ 的首尾对调,得到新的信号 $z(n)$ 。

- (3) 将 $z(n)$ 与 $x(n)$ 首尾相连得到延拓后的信号。

对前述仿真信号进行反对称周期延拓之后再行 ITD 分解,也得到了两个 PRC 分量和一个趋势分量,结果如图 7 所示。虽然第二个 PRC 分量中还含有一定的边界效应,该方法仍对于原始的边界效应有抑制效果,使得 ITD 得到的分解误差也较小。

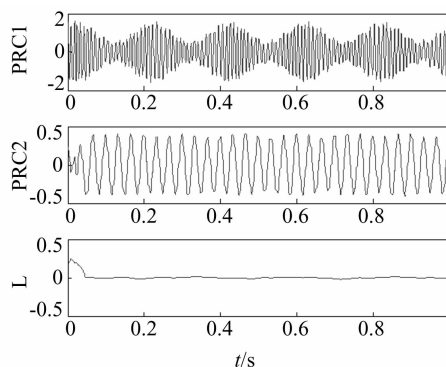


图 7 仿真信号的 ITD 分解结果

Fig. 7. ITD decomposed results of simulated signal

2.6 延拓方法的数学模拟比较

同一个仿真信号,经过上述五种波形延拓方法之后再行 ITD 分解,得到了五组不同的 ITD 分解结果。这五组结果都是由两个 PRC 分量和一个趋势分量组成。造成趋势分量畸变的主要原因在于边界效应,在该仿真信号中,趋势分量的理论值应为常数 0,故可用分解所得趋势分量与理论值(常数 0)之间的差异来定量表征不同延拓方法对 ITD 分解边界效应的抑制效果。设系数 ξ 为

$$\xi = \sum_{i=1}^N |L(i)| \quad (13)$$

其中: L 为 ITD 分解的趋势分量, N 为趋势分量的数据长度。 ξ 用来定量表征趋势分量 L 与理论值之间的差距。 ξ 值越大,说明趋势分量 L 较大,边界效应抑制效果差。 ξ 值越小,说明趋势分量 L 较小,边界效应抑制效果好。前述 5 种不同数据延拓方法中的 ξ 值如表 1 所示。

通过比较可以看出, ξ 值最小为 13.2,其对应方法为自适应波形匹配法,所以抑制 ITD 分解边界效应最好的数据延拓方法为自适应波形匹配法。

表 1 不同方法 ξ 值统计

Tab. 1 ξ of five methods

名称	ξ
自适应波形匹配	13.2
镜像延拓法	26.9
多项式拟合法	13.9
AR 模型预测法	20.1
反对称周期延拓	27.5

3 工程应用

实验系统由轴承实验台、压电式加速度传感器、数据采集仪、笔记本电脑组成,如图 8 所示。将带有人工模拟故障的轴承安装在实验台上,进行实验数据的采集和分析。

该实验的滚动轴承型号为 NU205EM,上有人工模

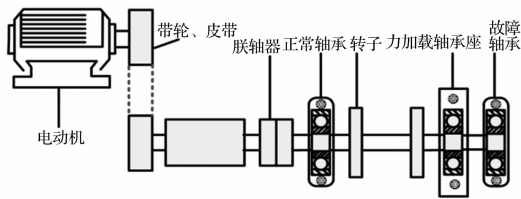


图 8 轴承故障模拟实验台

Fig 8 Bearing fault test rig

拟的内圈点蚀故障,电机转速为 310 r/min,皮带轮传动比为 1:1。振动加速度信号的采样频率为 5 000 Hz,采样点数为 8 192,经过计算故障的特征频率为 39.7 Hz。图 9(a)和(b)分别为滚动轴承内圈点蚀故障的时域波形及其幅值谱。

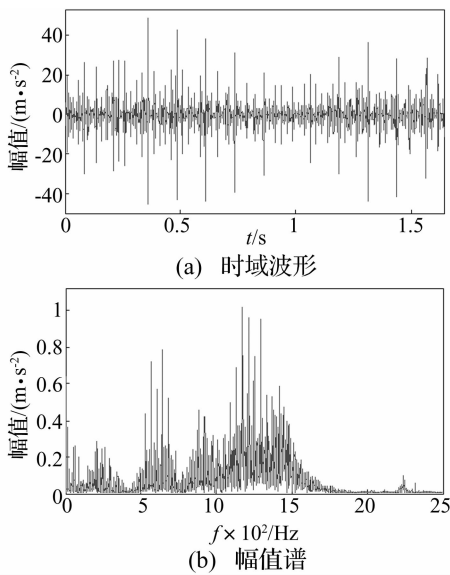


图 9 原始信号的时域波形及其幅值谱

Fig.9 The waveform and amplitude spectrum of the original signal

由图 9 可以看出,时域波形中出现等间隔的冲击成分,幅值谱中亦含有明显的边频带,说明原始信号中存在着典型的调制现象。利用自适应波形匹配延拓法对该数据进行延拓,然后再进行 ITD 分解并截取,得到 8 个 PRC 分量和一个趋势分量,其中前三个 PRC 分量包含有明显的调制信息,如图 10 所示。

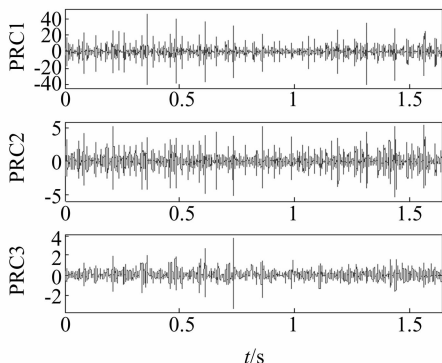


图 10 前三个 PRC 分量的时域波形

Fig.10 The waveform of the first three PRCs

对这三个 PRC 分量进行 Hilbert 包络解调,得到其包络谱,如图 11 所示。在三个包络谱中能明显地看到轴承内圈的故障特征频率 39.7 Hz,在前两个 PRC 分量的包络谱中还能清晰地看到 39.7 Hz 的倍频成分,因此,可以肯定地判断该轴承存在内圈故障,与预设的故障类型完全吻合。

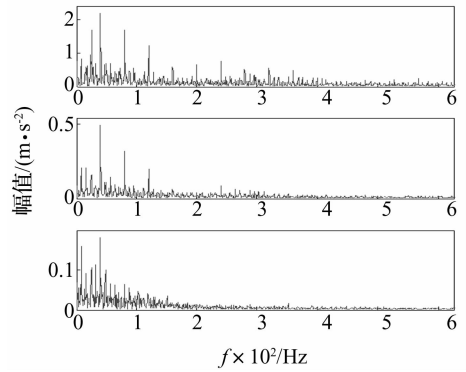


图 11 前三个 PRC 分量的包络谱

Fig.11 The envelope spectrum of the first three PRCs

4 结 论

(1) ITD 法可将一个复杂的非平稳信号分解为若干个固有旋转分量和一个趋势分量,便于融合其它现代信号处理方法进行故障特征的深层次挖掘。

(2) 自适应波形匹配法、基于 AR 模型的延拓方法、镜像延拓方法、多项式延拓方法、反对称周期延拓法,均可有效地抑制边界效应,使分解所得的 PRC 分量端点处畸变小。通过仿真实验比较,自适应波形匹配的抑制效果最佳。

(3) 将自适应波形匹配应用于滚动轴承内圈点蚀故障振动信号特征提取,实验表明该方法能精确提取信号典型故障特征,在故障诊断领域具有很好的应用前景。

参 考 文 献

[1] Yang Y, Peng Z K, Meng G. Characterize highly oscillating frequency modulation using generalized warblet transform[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 26: 128 - 140.

[2] Frei M G, Osorio I. Intrinsic time-scale decomposition; time-frequency-energy analysis and real-time filtering of non-stationary signals[J]. Proceedings of the Royal Society A, 2007, 463: 321 - 342.

[3] 安金坤, 田 斌, 孙永军, 等. 一种基于 ITD 算法的直扩信号检测算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(5): 1178 - 1182.

AN Jin-kun, TIAN Bin, SUN Yong-jun, et al. An algorithm for direct sequence spread spectrum signal detection based on intrinsic time-scale decomposition[J]. Journal of Electronics & information Technology, 2010, 32(5): 1178 - 1182.

测量激励点处的力或加速度,以及事先通过模态试验获得的驱动点频响函数,无需在整个系统布置传感器。同时,由系统损耗因子建立了输入功率流和系统振动能量间的关系,并通过试验在中低频段验证了二者间的关系。

参考文献

- [1] Kuroda K, Yamazaki T, Hashimoto T. Estimation of input power to structure in machine operation using energy analysis [J]. *Journal of system Design and Dynamics*, 2011, 5 (8): 1582 - 1591.
- [2] Goyder H G D, White R G. Vibration. Power flow from machine into built-up structures, Part I: Introduction and approximate analysis of beam and plate-like foundation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, 68 (1): 59 - 75.
- [3] 牛军川, 宋孔杰. 多激励多支承全柔性隔振系统的传递特性分析 [J]. *机械工程学报*, 2011, 47(7): 59 - 64.
NIU Jun-chuan, SONG Kong-jie. Transmission characteristics of fully flexible isolation systems subjected to multi-excitations and supported by multi-mounts [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(7): 59 - 64.
- [4] 孙玉国, 宋孔杰. 机器 - 基础耦合振动功率流传递最优控制 [J]. *振动与冲击*, 2007, 26(1): 117 - 120.
SUN Yu-guo, SONG Kong-jie. LQR Control of power flow transmission for a motor-foundation dynamic coupled system

[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26 (1): 117 - 120.

- [5] Alberdi-Muniain A, Gil-Negrete N, Kari L. Direct energy flow measurement in magneto-sensitive vibration isolator systems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2012, 331 (9): 1994 - 2006.
- [6] Howard C Q, Hansen C H. Six-axis vibrational power transducer for active vibration isolation [J]. *Proceedings of Acoustics*, 2005, 9 - 11.
- [7] Inoue A, Singh R. Errors associated with transfer path analysis when rotations are not measured [C]. *Proceedings of the Society of Automotive Engineers' Noise and Vibration Conference*, St. Charles, Illinois, USA, May 2007, SAE Paper # 2007 - 01 - 2179.
- [8] Howard C Q, Hansen C H. Development of a transducer for active vibration isolation using translational and rotational power transmission as a cost function [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2008, 19 (10): 1229 - 1241.
- [9] 姚德源, 杨福家, 王其政. 统计能量分析及其应用 [M]. 北京: 北京理工大学, 1995.
- [10] Bobrovnikskii Y I. Estimating the vibrational energy characteristics of an elastic structure via the input impedance and mobility [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 217 (7): 351 - 386.

(上接第 169 页)

- [4] 顾小昕. 基于固有尺度分解的信号分析与干扰抑制技术研究 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2010.
- [5] AN Xue-li, JIANG Dong-xiang, CHEN Jie, et al. Application of the intrinsic time-scale decomposition method to fault diagnosis of wind turbine bearing [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2012, 18(2): 240 - 245.
- [6] LIN Jin-shan. Improved intrinsic time-scale decomposition method and its simulation [J]. *Frontiers of Manufacturing and Design Science II*, 2011, 121: 2045 - 2048.
- [7] HAN Jing-tao, JIAO Si-hai, JIANG Zheng-yi. The de-noising algorithm based on intrinsic time-scale decomposition [J]. *Advanced Materials Research*, 2011, 422: 347 - 352.
- [8] 邵晨曦, 王剑, 范金锋, 等. 一种自适应的 EMD 端点延拓方法 [J]. *电子学报*, 2007, 35(10): 1944 - 1948.
SHAO Chen-xi, WANG Jian, FAN Jin-feng, et al. A self-adaptive method Dealing with the end Issue of EMD [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(10): 1944 - 1948.
- [9] 许宝杰, 张建民, 徐小力, 等. 抑制 EMD 端点效应方法的

研究 [J]. *北京理工大学学报*, 2006, 26(3): 196 - 200.

- XU Bao-jie, ZHANG Jian-min, XU Xiao-li, et al. A study on the method of restraining the ending effect of empirical mode decomposition [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2006, 26(3): 196 - 200.
- [10] 胡劲松, 杨世锡. EMD 方法基于 AR 模型预测的数据延拓与应用 [J]. *振动、测试与诊断*, 2007, 27 (2): 116 - 120.
HU Jin-song, YANG Shi-xi. AR model prediction-based EMD method and its application to data extension [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2007, 27 (2): 116 - 120.
- [11] 赵娜. HHT 经验模式分解的周期延拓方法 [J]. *计算机仿真*, 2008, 25(12): 346 - 350.
ZHAO Na. A periodic extension approach for HHT empirical mode decomposition [J]. *Computer Simulation*, 2008, 25 (12): 346 - 350.