

文章编号: 1001-0920(2009)08-1167-05

## 基于 Volterra 频域核辨识的非线性模拟电路故障诊断

刘本德, 胡昌华

(第二炮兵工程学院 302 教研室, 西安 710025)

**摘要:** 基于 Volterra 级数时域频域混合模型, 提出了辨识非线性模拟电路频域核的故障诊断方法. 利用混合模型辨识算法和范德蒙特法估计各种故障状态下电路响应的前 3 阶频域核, 提取故障特征并与相应的故障模式一起构成特征样本集, 借助于支持向量机多分类器进行分类识别, 实现非线性模拟电路的故障诊断. 阐述了诊断原理及诊断步骤, 并给出了诊断实例. 仿真结果表明, 该方法的故障识别率较高, 便于计算机计算.

**关键词:** 非线性电路; 故障诊断; Volterra 级数; 频域核; 支持向量机

中图分类号: TN707

文献标识码: A

## Fault diagnosis of nonlinear analog circuits based on Volterra frequency domain kernel identification

LIU Ben-de, HU Chang-hua

(302 Unit, The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025, China. Correspondent: LIU Ben-de, E-mail: lbd\_gcxy@163.com)

**Abstract:** Based on Volterra time/frequency domain algorithm, a method of fault diagnosis is presented, which can identify frequency kernel of nonlinear analog circuit. The forward three order Volterra kernels in frequency domain can be obtained by using the identifying algorithm and Vandermonde method under faulty models. Circuits fault features are extracted, which are combined with faulty modes and regarded as faulty characteristic samples. The support vector machine multi-classifier is trained by faulty characteristic samples to implement classification criterion in diagnosing nonlinear analog circuits. Diagnosis principles and steps are described. Finally, simulation results show that the identification of the method is better and easy to compute.

**Key words:** Nonlinear circuit; Fault diagnosis; Volterra series; Frequency domain kernels; Support vector machine

### 1 引言

模拟电路故障诊断的瓶颈之一是元件非线性的影响, 故障特征的提取相当困难<sup>[1]</sup>. Volterra 级数可较精确地分析弱非线性系统, 导出与线性系统传递函数相似的非线性传递函数, 其时域和频域核有明确的物理意义, 分别为高阶脉冲响应函数和广义频率响应函数, 与系统输入输出无关, 反映了系统的本质特性, 因而可作为非线性模拟电路故障诊断的工具.

非线性模拟电路的 Volterra 核是电路固有频谱特性的反映, 当电路发生故障时, 其频谱特性会相应地发生变化<sup>[2]</sup>. 基于这一思想, 本文研究用 Volterra 频域核作为故障特征, 诊断非线性模拟电路故障的方法. 频域核的测量有多种方法, 文献[3]

在时域利用最小二乘法求 Volterra 时域核, 进行 Fourier 变换后可得到频域核, 但应用约束优化后计算误差较大. 文献[4,5]用一组优化谐波信号激励被测系统, 利用系统输入输出的频谱计算 Volterra 频域核, 但需要搜索特殊的激励信号, 不易实现.

本文提出一种时域频域混合模型辨识 Volterra 频域核的方法. 首先对非线性模拟电路的前 3 阶频域核进行辨识, 获取与各种故障相对应的频域核, 并将其作为故障特征, 建立故障特征样本集; 然后用支持向量机多分类器进行分类和识别, 实现非线性模拟电路的故障诊断.

### 2 非线性电路 Volterra 级数频域核辨识

现实中的连续非线性模拟电路都是因果系统, 输入信号的能量有限. 单输入 - 单输出非线性电路

收稿日期: 2008-07-11; 修回日期: 2008-10-11.

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(60736026); 教育部新世纪优秀人才支持计划项目.

作者简介: 刘本德(1971—), 男, 湖南永顺人, 博士生, 从事计量测试、故障诊断的研究; 胡昌华(1966—), 男, 湖北罗田人, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断、可靠性工程研究.

系统可用 Volterra 级数进行描述<sup>[6]</sup>,即

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t). \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h_1(t-\tau)u(\tau) d\tau, \\ y_2(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_2(t-\tau_1, t-\tau_2)u(\tau_1)u(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \\ &\vdots \\ y_n(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(t-\tau_1, \dots, t-\tau_n) \prod_{i=1}^n u(\tau_i) d\tau_i. \end{aligned}$$

式中  $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$  称为系统的第  $n$  阶 Volterra 广义脉冲响应函数.

为了便于计算,分析实际系统时常用离散的前 3 阶 Volterra 级数进行近似描述,即

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{i=0}^{L-1} h_1(i)x(n-i) + \\ &\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} h_2(i,j)x(n-i)x(n-j) + \\ &\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} h_3(i,j,k)x(n-i)x(n-j) \\ &\quad x(n-k) + e(n). \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $x(n)$  和  $y(n)$  是连续时间域中输入输出信号的采样;  $L$  是记忆长度;  $e(n)$  表示在时间间隔  $nT$  中的模型误差;  $T$  表示采样周期;  $h_1(i), h_2(i, j)$  和  $h_3(i, j, k)$  分别表示 1 阶、2 阶和 3 阶离散 Volterra 时域核.

定义输入输出向量如下:

$$\mathbf{x}' = [x'_n(0), x'_n(1), \dots, x'_n(N-1)]^T, \quad (3)$$

$$\mathbf{y}' = [y'_n(0), y'_n(1), \dots, y'_n(N-1)]^T. \quad (4)$$

其中

$$x'_n(i) = x(n-i), y'_n(i) = y(n-i). \quad (5)$$

对  $x'_n$  和  $y'_n$  进行 DFT 变换,可将式(3)和(4)变为下列形式:

$$\mathbf{X}' = [X'_n(0), X'_n(1), \dots, X'_n(N-1)]^T, \quad (6)$$

$$\mathbf{Y}' = [Y'_n(0), Y'_n(1), \dots, Y'_n(N-1)]^T. \quad (7)$$

由 DFT 变换的定义可得

$$\begin{cases} x'_n(i) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X'_n(k) \omega^{-ik}, \\ X'_n(k) = \sum_{i=0}^{N-1} x'_n(i) \omega^{ik}. \end{cases} \quad (8)$$

其中  $\omega = e^{-j(2\pi/N)}$ .

对于相同的采样数据,可对下列形式的向量进行 DFT 变换:

$$\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{y} = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T. \quad (10)$$

向量  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{y}$  经 DFT 变换为

$$\mathbf{X} = [X(0), X(1), \dots, X(N-1)]^T, \quad (11)$$

$$\mathbf{Y} = [Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)]^T. \quad (12)$$

利用式(5)和(8),可得

$$X'_n(k) = X^*(k) \omega^{kn}, Y'_n(k) = Y^*(k) \omega^{kn}. \quad (13)$$

其中  $*$  表示复共轭.

将式(5)代入式(2),并假设  $L \leq N$ ,可得

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{i=0}^{N-1} h_1(i)x'_n(i) + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h_2(i,j)x'_n(i)x'_n(j) + \\ &\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} h_3(i,j,k)x'_n(i)x'_n(j)x'_n(k) + e(n). \end{aligned} \quad (14)$$

将式(8)代入式(14),并对式(14)中的 Volterra 核进行多维 DFT 变换,利用式(13)可得

$$y(n) = y_1(n) + y_2(n) + y_3(n) + e(n). \quad (15)$$

其中

$$y_1(n) = \sum_{p=-M+1}^M H_1^*(p) X'_n(p),$$

$$y_2(n) = \sum_{p=-M+1}^M \sum_{q=-M+1}^M H_2^*(p,q) X'_n(p) x'_n(q),$$

$$y_3(n) = \sum_{p=-M+1}^M \sum_{q=-M+1}^M \sum_{r=-M+1}^M H_3^*(p,q,r) X'_n(p) X'_n(q) X'_n(r).$$

式中:  $X'_n(\cdot) = X'_n(\cdot)/N$ ;  $H_1, H_2$  和  $H_3$  分别为  $h_1, h_2$  和  $h_3$  的 DFT 变换,称为系统离散的 1 阶、2 阶和 3 阶 Volterra 频域核.

从式(15)可以看出,由频域输入  $X'_n(\cdot)$  和时域输出  $y(n)$  可辨识出频域核,因而称为混合域辨识模型.

利用式(15)辨识各阶频域核的值,需用范德蒙特法求出非线性模拟电路输出响应中属于各阶 Volterra 核的分量.利用 Volterra 响应的齐次性,可分离输出响应中各阶 Volterra 核的贡献.由于  $n$  阶 Volterra 核具有齐次性,若式(15)中的响应由输入量  $u(t)$  所引起,则当输入量增为  $au(t)$  时,其响应为

$$y(n) = a^1 y_1(n) + a^2 y_2(n) + a^3 y_3(n) + (e). \quad (16)$$

当  $u(t)$  选为仅幅度可变的信号时,式(16)可视为  $y$  对  $a$  的多项式展开,各阶核响应分量  $y_1(n), y_2(n)$  和  $y_3(n)$  为需要确定的多项式系数.在计算电路系统前 3 个 Volterra 核的响应分量时,选取 3 个波形相同、幅值不同的输入量  $a_1 u(t), a_2 u(t)$  和  $a_3 u(t)$ ,测量出对应的输出  $Y_1, Y_2$  和  $Y_3$ ,可得到

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_1^2 & a_1^3 \\ a_2 & a_2^2 & a_2^3 \\ a_3 & a_3^2 & a_3^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

矩阵(17)称为范德蒙特矩阵. 当  $a_i (i = 1, 2, 3)$  互不相等时, 矩阵之逆存在. 如果忽略误差, 即当  $e_i = 0 (i = 1, 2, 3)$  时, 便可解得  $y_1, y_2$  和  $y_3$ .

非线性模拟电路 Volterra 频域核的辨识, 须采样输入输出信号. 输出响应中含有除输入信号频率成分外的混叠频率, 考虑混叠频率的影响, 其采样频率至少是最大输入频率的 2 倍. 对于  $n$  阶 Volterra 核的辨识, 要进行  $n$  维的 DFT 变换, 需用  $n$  个不同的频率或包含  $n$  个频率成分的多音信号 (由  $n$  个不同频率的正弦信号叠加组成) 进行激励<sup>[7]</sup>. 对于 3 阶 Volterra 频域核的辨识, 要进行 3 维的 DFT 变换, 即用 3 个不同的频率或包含 3 个频率成分的多音信号对非线性电路进行激励. 选取适当的多音信号, 利用范德蒙特法分离出各阶核的时域响应, 再由式(15)估计出 Volterra 级数频域核的解  $H_1, H_2$  和  $H_3$ . 这种方法只需对输入向量进行 DFT 变换, 便可辨识出频域核, 计算量小, 效率高.

### 3 支持向量机分类原理

基于结构风险最小化原则的支持向量机 (SVM) 在小样本、非线性和高维模式识别方面具有独特的优势, 它有直观的几何解释和良好的泛化能力, 已成功地应用于许多分类、模式识别问题<sup>[8]</sup>. 其基本思想是通过非线性映射, 将输入向量  $X$  映射到一个高维线性特征空间, 根据泛函中的 Mercer 定理, SVM 采用核函数, 在线性特征空间构造最优的分类超平面, 得到分类器的决策函数, 从而实现分类.

假设样本集为  $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, n), x_i \in R^m, y_i \in \{+1, -1\}$ , 其中 +1 和 -1 分别为两类的类别标识. 通过非线性映射  $\Phi: R^m \rightarrow R^n$ , 将非线性可分的输入向量映射到线性可分的高维空间, 在高维空间  $R^n$  中构造最大间隔分类超平面方程

$$\omega \cdot \Phi(x) + b = 0. \quad (18)$$

其中:  $\omega$  为超平面的法向量, “ $\cdot$ ” 为向量点积,  $b$  为偏差, 两类样本的分类间隔为  $2 / \|\omega\|$ .

引入非负松弛变量  $\xi_i \geq 0$ , 则分类超平面最优化问题可描述为

$$\begin{aligned} \min L_p(\omega, \xi) &= \frac{1}{2}(\omega \cdot \omega) + C \sum_{i=1}^n \xi_i, \\ \text{s. t. } y_i(\omega^\top \phi(x_i) + b) &\geq 1 - \xi_i. \end{aligned} \quad (19)$$

其中  $C$  为正则化参数. 通过求解最优化问题, 可得到相应的最优分类函数

$$f(x) = \text{sgn}\left\{ \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i^* k(x_i \cdot x) + b^* \right\}, \quad (20)$$

若核函数选为

$$k(x_i, x) = \exp(-\|x - x_i\|^2 / 2\sigma^2)$$

的高斯径向基函数, 则最终的分类函数为

$$f(x) = \text{sgn}\left\{ \sum_{i=1}^n y_i \alpha_i^* \exp(-\|x - x_i\|^2 / 2\sigma^2) + b^* \right\}. \quad (21)$$

对于解决模拟电路故障诊断这种多类分类问题, 常规 SVM 分类算法存在困难, 因而需要构造 SVM 多类分类器. 本文采用基于二叉树的 SVM 多分类算法<sup>[9]</sup>, 该方法将多分类问题分解成一系列的二分类问题, 避免了传统方法不可分的情况. 对于一个  $K$  类的多分类问题, 只需构造  $K-1$  个 SVM 分类器, 当核函数确定后, 由算法利用训练数据来确定网络结构及其权值.

在二叉树 SVM 多分类算法中, 每个类的区域依赖于二叉树的生成顺序, 主要是二值 SVM 分类器所在的内节点位置. 为了获得较高的推广能力, 必须让分布广的样本处于二叉树的上层节点, 这样才能获得更大的划分空间. 本文以各类样本的超球体半径来度量样本分布, 构造推广能力强的二叉树 SVM 多类分类模型.

样本的超球体半径定义为: 设类  $S$  有  $n$  个样本  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 此类样本集的重心为

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (22)$$

则包含这些样本的最小超球体半径为

$$R = \max_{x_i \in S} \{\|\bar{x} - x_i\|\}. \quad (23)$$

考虑各类样本的分布即超球体半径的大小, 基于二叉树 SVM 多分类算法步骤如下:

Step1: 根据式(23) 计算各类样本数据的超球体半径.

Step2: 根据各类样本数据的超球体半径大小, 按由大到小的顺序对类别进行排序, 最终得到所有类别的排列  $y_1, y_2, \dots, y_n$ .

Step3: 利用二值分类的 SVM 训练算法, 构造二叉树各内节点的最优超平面. 在根节点处, 从样本集中选择第  $y_1$  类样本为正样本集, 其他样本为负样本集, 利用 SVM 训练算法构造最优超平面, 并将属于第  $y_1$  类的样本从样本集中删除. 在第 2 个节点处, 从样本集中选择第  $y_2$  类样本为正样本集, 其他样本为负样本集, 利用 SVM 训练算法构造最优超平面, 并将属于第  $y_2$  类的样本从样本集中删除. 如此下去, 直到所有的节点都只包含一个单独的类为止.

Step4: 算法结束.

### 4 非线性模拟电路的故障诊断

弱非线性模拟电路的动态行为,可用 Volterra 级数的前 3 阶频域核近似描述.当电路中的元件发生故障时,比较系统前 3 阶频域核即可作出故障决策.基于 Volterra 级数频域核辨识的非线性模拟电路故障诊断,其实是确定电路的故障模式与其频域核之间的联系,利用非线性电路的输入输出数据,辨识各种故障状态下的 Volterra 级数频域核,建立故障字典,并用模式识别技术分类识别,完成非线性模拟电路的故障诊断.

故障诊断原理如图 1 所示,它主要包含以下几个步骤:

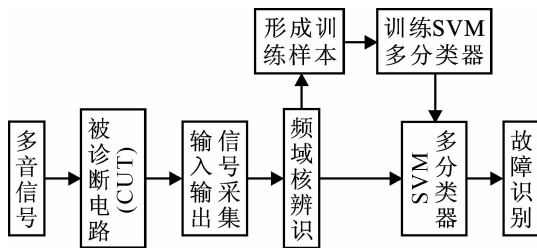


图 1 非线性电路故障诊断结构

1) 激励信号的确定.首先依据非线性电路的特性,确定激励信号的频率范围和幅值;然后在频率范围内,选择包含 3 个不同频率成分的多音信号作为激励信号.

2) 数据采集与故障特征提取.对故障电路和非故障电路进行仿真,用激励信号作为输入采集电路输出的稳态响应信号,获取各种故障状态下的输入输出信号.利用范德蒙特法和时域频域混合模型辨识各种故障条件下的频域核,并将其作为故障特征样本,建立故障字典.

3) SVM 多分类器的训练.利用获取的故障特征样本集训练 SVM 多分类器,由算法利用训练数据确定网络结构及网络权值.

4) 故障诊断.对被测电路施加与仿真前完全相同的激励信号,采集输入输出响应,进行频域核辨识.提取故障特征测试样本,利用训练好的 SVM 多分类器进行故障模式识别,由此确定被诊断电路是否发生故障及其故障种类.

### 5 故障诊断实例

下面通过一个实例,说明利用时域频域混合模型辨识前 3 阶 Volterra 频域核,以及 SVM 多分类实现非线性电路模拟电路故障诊断的方法.仿真电路为一个对数放大器电路<sup>[10]</sup>,如图 2 所示.电路中元件的容差为 5%,仿真软件采用 pspice9.0.

模拟电路的硬故障可看成是软故障的一个特

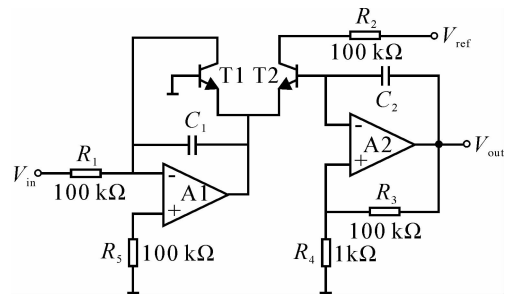


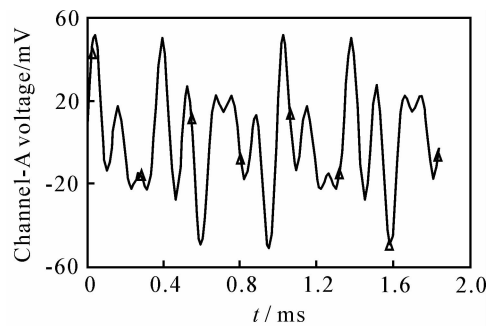
图 2 对数放大器原理

例,软故障可用电路元件参数的偏移超出电路系统允许的容差范围进行仿真.每个电路元件参数的允许容差范围,是指电路的增益和相频响应不超过电路标称元件时的增益和相频响应的 10% 的元件参数变化范围<sup>[11]</sup>.为方便分析,只考虑电路中部分元器件单一软故障的情况,如表 1 所示,共 4 个单一软故障.

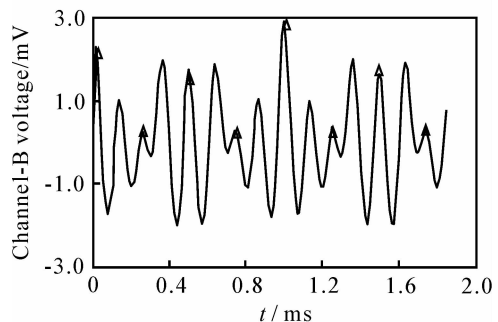
表 1 故障集

$R_1^+$	$R_2 = (110\text{ k}, 120\text{ k})$	$R_3^+$	$R_3 = (120\text{ k}, 130\text{ k})$
$R_1^-$	$R_2 = (80\text{ k}, 90\text{ k})$	$R_3^-$	$R_3 = (70\text{ k}, 80\text{ k})$

通过注入故障来模拟表 1 的各种故障状态.施加频率成分为 3 kHz, 6 kHz 和 8 kHz 的多音激励信号,得到输出响应信号.对数放大器无故障时,多音激励信号作用下的输入输出仿真波形如图 3 所示.



(a) 对数放大器输入



(b) 对数放大器输出

图 3 对数放大器多音信号输入输出

首先用仿真软件测得电路在表 1 中各种故障注入情况的响应,以输入信号最大频率 2 倍 (16 kHz) 对输入输出信号进行采样,利用混合模型辨识出每个故障状态下的前 3 阶频域核,作为故障诊断的特

征样本,并用测量到的数据训练 SVM 多分类器,进行故障模式分类. 然后对 4 种故障模式进行 Monte-Carlo 分析,每类故障获取 30 组测试数据输入到 SVM 多分类器. 故障模式识别结果见表 2.

表 2 故障模式识别结果

故障模式	测试总数	正确识别数	正确识别率 / %
$R_1$	30	23	76.7
$R_2$	30	27	90
$R_3$	30	25	83.3
$R_4$	30	22	71.3

从表 2 中的故障诊断结果可以看出,本文方法对输入的 4 种故障模式识别率较高,诊断的效果较好,具有较强的推理能力和通用性,可用于多种弱非线性电路的故障诊断.

## 6 结 论

本文研究离散混合模型对非线性电路前 3 阶频域核进行辨识的方法,由此提取非线性模拟电路的故障特征,并用 SVM 多分类器进行故障模式分类和决策. 仿真结果表明,该方法的故障识别率较高,便于计算机计算,具有较强的实用性. 本文方法为 Volterra 级数频域核测量和非线性模拟电路的故障诊断提供了一条新的途径.

## 参考文献 (References)

[1] Marcantonio C, Ada F. Soft fault detection and isolation in analog circuits: Some results and a comparison between a fuzzy approach and radial basis function networks [J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2002, 51 (2): 196-202.

[2] 谢宏, 何怡刚. 非线性模拟动态电路故障诊断的频域方法[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(5): 512-514. (Xie H, He Y G. A method of fault location in frequency domain for nonlinear analog dynamic circuits [J]. Chinese J of Scientific Instrument, 2006, 27(5): 512-514.)

[3] 孔祥玉, 韩崇昭, 魏瑞轩. 一种全解耦的 RLS 自适应 Volterra 滤波器[J]. 电子学报, 2004, 32 (4): 687-689.

(Kong X Y, Han C Z, Wei R X. A fully decoupled RLS adaptive algorithm for Volterra filters [J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(4): 687-689.)

[4] Yin Shi-rong, Chen Guang-ju. Nonlinear analog circuits fault diagnosis based on frequency testing[C]. Int Symp on Test Automation and Instrumentation. Beijing, 2006; 973-976.

[5] Michael Weiss, Ceri Evans, David Rees. Identification of nonlinear cascade systems using paired multi-sine signals [J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 1998, 47(1): 332-336.

[6] Nam W, Powers E J. Application of higher order spectral analysis to cubically nonlinear system identification[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(7): 1746-1765.

[7] Wang T H, Thomas J Brazil. Volterra-mapping-based behavioral modeling of nonlinear circuits and systems for high frequencies[J]. IEEE Trans on Micro-wave Theory and Techniques, 2003, 51 (5): 1433-1440.

[8] Da Yan Manohar, Naren Kumar, Pan Dian. Minimal classification method with error-correcting codes for multi-class recognition[J]. Int J of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2005, 19(5): 663-680.

[9] 唐发明, 王仲东, 陈绵云. 支持向量机多类分类算法研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 746-749. (Tang F M, Wang Z D, Wang M Y. On multi-class classification methods for support vector machines[J]. Control and Decision, 2005, 20(7): 746-749.)

[10] 殷时蓉, 陈光祜, 谢永乐. Volterra 核的测量及其在非线形模拟电路测试中的应用[J]. 控制与决策, 2006, 21(10): 1134-1137. (Yin S R, Chen G J, Xie Y L. Volterra kernels measurement and its application in nonlinear analog circuits testing [J]. Control and Decision, 2006, 21 (10): 1134-1137.)

[11] Ramakanth Kondagunturi, Eugene Bradley, Krisiti Maggard. Benchmark circuits for analog and mixed-signal testing [C]. Southeastern'99 Proc of IEEE. Kentucky, 1999: 217-220.