文章编号:1003-207(2014)07-0034-09

有限需求信息下基于回购契约的供应链鲁棒协调策略

邱若臻,黄小原,苑红涛

(东北大学工商管理学院,辽宁 沈阳 110004)

摘 要:研究了仅知需求均值和区间信息条件下,基于最小最大后悔值准则的供应链回购契约协调问题。针对未知需求具体分布形式的两级供应链系统,在回购契约框架下,建立了以鲁棒决策和最优决策下的供应链及其成员绩效之差为目标函数的供应链协调模型。在仅知需求区间和均值信息条件下,采用鲁棒优化方法求解了最小最大后悔值准则下的集成供应链鲁棒订货策略和分散供应链鲁棒契约协调策略及其绩效偏差。分析了不同服务水平和契约参数条件下,由于信息缺失而未能实现最优运作的供应链及其成员绩效损失情况。最后,进行了数值计算,验证了通过鲁棒优化方法得到的供应链回购契约协调策略的鲁棒性和有效性。结果表明,基于回购契约的供应链鲁棒协调策略能够有效抑制需求不确定性对系统及其成员运作绩效的影响,同仅知需求区间信息相比,额外获得需求均值信息能够有效改进供应链运作绩效。

关键词:供应链;鲁棒优化;最小最大后悔值准则;协调;回购契约

中图分类号:F253.4　　**文献标识码**:A

1 引言

作为供应链运作管理领域的重要问题,供应链协调机制的设计受到人们广泛关注。供应链契约作为经济学契约在供应链管理中的一种表现形式,在协调机制的设计方面起到了重要的作用。供应链契约可以解释为一种激励供应链成员的协调机制,在这种机制下分散供应链系统运作接近或达到集成供应链运作绩效[1]。目前,供应链契约协调问题的研究已经取得了非常丰硕的成果,最具代表性的是Cachon和Lariviere[2]发表在《Management Science》上的关于供应链契约研究的奠基性文章,系统研究了供应链协调领域的一系列契约,包括收入共享、回购、价格折扣和数量折扣等,指出了各种契约协调的条件及相互之间的关系。他们同时指出,虽然供应链契约在实现供应链协调方面具有很好的效果,但并非所有的契约都能使供应链实现完美协调,即分散供应链运作达到集成供应链运作绩效。由于回购契约在实现供应链完美协调上的有效性和适应范围的广泛性,其研究也最为广泛。许多学者从不同角度对供应链回购契约进行了研究[3-4]。目前,关于回购契约的研究大多采用随机规划方法,该方法的应用是基于精确的需求分布信息。随着竞争环境的复杂多变,各种不确定因素日益加剧,特别是消费者消费观念和市场信息的快速变化,以及企业自身在掌握市场变化能力方面的有限性,使得这种需求假设不再适应实际情况。

针对上述情况,不少学者采用鲁棒优化方法进一步研究了有限需求信息下的供应链运作问题[5]。鲁棒优化方法实施的关键是对于包含不确定数据的问题产生一个易于求解的鲁棒对应[6]。这通常涉及如下三种鲁棒建模准则:绝对鲁棒性、鲁棒偏差和相对鲁棒性[7]。绝对鲁棒性,又称最小最大(最大最小)准则,定义为最优化最坏情景下的系统输出。Scarf[8]最早采用该准则研究了仅知需求均值和方差信息的报童订货问题。随后,这一准则被广泛用于难以精确量化的不确定性建模问题[9-11]。然而,对最坏情景的关注使得该准则下得到的模型解具有较高的保守性,从而限制了这一建模准则的应用。鲁棒偏差(又称为最小最大后悔值方法)则通过优化鲁棒解与最优解下的系统绩效偏差来确保得到的鲁棒解具有较低的保守性[12]。鲁棒偏差准则将不确定性视为一种应加以利用的机会而不仅仅是一种应

收稿日期:2012-04-18; **修订日期**:2013-05-12
基金项目:国家自然科学基金资助项目(71372186);教育部人文社会科学研究一般项目(11YJC630165)
作者简介:邱若臻(1980-),男(汉族),山东青岛人,东北大学工商管理学院,副教授,博士,研究方向:供应链管理.

避免损失的风险，尤其适用于事后核查决策的情况[13]。在鲁棒偏差定义基础上，Yue Jinfeng 等[14]针对一类仅知需求均值和方差，而无需知道确切分布的需求不确定情况，通过将问题转化为求解一个服从已知均值和方差的两点分布，给出了相应的鲁棒订货策略。进一步，Perakis 和 Roels[15]针对仅知部分需求信息的报童模型，采用矩优化方法中的对偶理论将问题转化为相应的半定规划问题，有效地解决了鲁棒策略的求解问题。在此基础上，Lin Jun 和 Ng[13]在区间需求条件下，构建了一个鲁棒多市场报童模型，并给出了求解算法[13]。邱若臻和黄小原[16]将问题扩展到两级供应链系统，研究了区间需求信息下基于最小最大后悔值的供应链鲁棒协调问题。另一种改进鲁棒解的保守性的建模准则是相对鲁棒性，定义为最优化最坏情景下的相对后悔值。在相对鲁棒性准则下，Zhu Zhisu 等[17]针对具有有限需求分布信息的报童问题，给出了最优订货策略。

由上述研究可以看出，有限需求信息下的供应链鲁棒运作问题的研究涉及两个主要问题：一是鲁棒建模准则的选取，二是数据不确定性描述方法。基于此，本文针对由一个供应商和一个零售商组成的二级供应链系统，采用基于最小最大后悔值准则的鲁棒优化方法，研究了仅知需求区间和均值信息条件下的供应链回购契约协调问题。其中，最小最大后悔值准则的选取是由于该准则下的鲁棒解具有较低的保守性；对于需求均值和区间信息的假设是考虑到区间分布作为一种不确定性预算，已经被广泛应用，并且这一信息相对容易获取，均值的考虑是基于决策者在实际运作中通常是在单点预测基础上制定相应订货决策[15]。在上述假设条件下，给出了实现供应链完美协调的最优回购契约机制，对比分析了不同服务水平和契约参数下供应链及其成员的运作绩效，进一步，分析了额外考虑需求均值信息时供应链及其成员运作绩效的改进。

2　基本问题描述

考虑由一个供应商和一个零售商组成，销售单一季节性产品的二级供应链系统，如下图 1 所示。零售商作为市场终端，面临不确定需求 d，假设需求在区间$[A,B]$$(0\leqslant A<B)$ 上具有服从均值为 μ 的某一类未知分布 ψ 的累积分布函数 F，即 $F\in\psi$。在销售季节末，对于未满足需求的部分，零售商将获得单位损失 s，对于超过市场需求的订货量，供应商将以单位回购价格 b 给予的补偿，同时零售商可以以单位残值 v 将其处理。令 $x^+=\max\{x,0\}$。

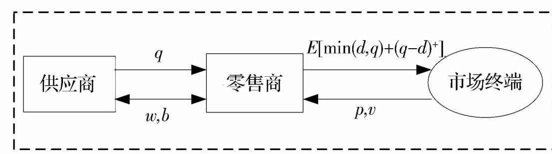

图 1　二级供应链系统

零售商期望利润是：

$$z_r=pE\min(d,q)+(b+v)E(q-d)^+-sE(d-q)^+-(w+c_r)q \tag{1}$$

其中，z_r 是零售商期望利润；q 是零售商订货量，决策变量；p 是市场零售价格，外生变量；v 是单位产品残值收益；s 是单位产品缺货损失；b 是单位产品回购价格；w 是单位产品批发价格；c_r 是零售商边际成本。

供应商期望利润是：

$$z_s=(w-c_s)q-bE(q-b)^+ \tag{2}$$

其中，z_s 是供应商期望利润；c_s 是供应商单位生产成本。

集成供应链期望利润是：

$$z=pE\min(d,q)+vE(q-d)^+-sE(d-q)^+-(c_s+c_r)q \tag{3}$$

其中，z 是集成供应链期望利润。不失一般性，假设 $p>c_r+c_s>v$，$p>w+c_r$，$w\geqslant b$。

3　有限需求信息下的集成供应链鲁棒运作策略

在供应链协调机制设计问题中，集成供应链运作绩效通常作为标杆来衡量所设计的协调机制的效率。对集成供应链来说，目标是确定最优订货量 q，使系统总利润最大。由式(3)目标函数的凹性可得最优订货量满足下式：

$$q^*=\inf\{q\geqslant 0:F(q)\geqslant 1-\beta\} \tag{4}$$

其中，$\beta=\dfrac{c_r+c_s-v}{p+s-v}$。式(4)可以解释为能以最小概率 $100(1-\beta)\%$ 满足所有需求的最少产品数量，即该决策下的系统服务水平为 $100(1-\beta)\%$。因此，参数 β 可作为衡量系统服务水平的指标。如果需求分布 F 是严格递增的，则存在唯一最优订货量 q^* 使得下式成立，即：

$$q^*=F^{-1}(1-\beta) \tag{5}$$

本文问题中，由于未知具体需求分布信息，无法得到订货量决策的解析表达形式。这里考虑一种最

小最大后悔值准则，即选择合适的订货量 q，使得当获取需求分布具体信息时该决策下的最大利润损失最小。不失一般性，令 $p+s-v=1$。则最小最大后悔值准则下的决策目标函数为：

$$\theta^{*}=\min_{q\geqslant 0}\theta(q)=\min_{q\geqslant 0}\max_{F\in\psi}\{\max_{Q\geqslant 0}z(Q)-z(q)\}=\min_{q\geqslant 0}\max_{Q\geqslant 0}\{\max_{F\in\psi}z(Q)-z(q)\}=\min_{q\geqslant 0}\max_{Q\geqslant 0}\{\max_{F\in\psi}\int_A^B[\min\{x,Q\}-\min\{x,q\}+\beta(q-Q)]dF(x)\}\quad(6)$$

其中，Q 是当已知需求具体分布信息时的决策变量。式(6)目标函数的最优值 θ^{*} 反映了由于缺失需求分布信息而未能执行最优决策时的最小最大后悔值。$\max\limits_{Q\geqslant 0}\{z(Q)\}-z(q)$ 衡量了当知道需求分布具体信息时所能得到的额外利润，而最大后悔值 $\theta(q)=\max\limits_{F\in\psi}[\max\limits_{Q\geqslant 0}\{z(Q)\}-z(q)]$ 则描述了为获取该信息所愿支付的最大成本。为了求解问题(6)，先考虑集成供应链的最大后悔值问题 P1。

$$\mathrm{P1}:\theta(q)=\max_{Q\geqslant 0}\max_{F\in\psi}\int_A^B[\min\{x,Q\}-\min\{x,q\}+\beta(q-Q)]dF(x)\quad(7)$$

令 $\varphi(q,Q)=\max\limits_{F\in\psi}\int_A^B(\min\{x,Q\}-\min\{x,q\})dF(x)+\beta(q-Q)$，则 $\theta(q)=\begin{cases}\varphi+(q), & Q\geqslant q\\ \varphi-(q), & Q\leqslant q\end{cases}$。根据强对偶性[18]，P1 的内层积分问题 $\max\limits_{F\in\psi}\int_A^B(\min\{x,Q\}-\min\{x,q\})dF(x)$ 等价于下述对偶问题，即：

$$\min_{\alpha_0,\alpha_1}\alpha_0+\alpha_1\mu\quad(8)$$

$$s.t.\ \alpha_0+\alpha_1 x\geqslant\min\{x,Q\}-\min\{x,q\},\ \forall A\leqslant x\leqslant B\quad(9)$$

通过求解上述对偶问题，有如下定理 1 成立。

定理 1 (a)当 $Q\geqslant q$ 时，仅知需求均值和区间情况下的集成供应链利润最大后悔值为：

$$\theta(q\mid Q\geqslant q)=\phi_{+}(q)=\begin{cases}(1-\beta)(\mu-q), & q\leqslant A+\beta(\mu-A)\\ (\sqrt{\mu-A}-\sqrt{\beta(q-A)})^{2}, & A+\beta(\mu-A)\leqslant q\leqslant A+\dfrac{\beta(B-A)^2}{\mu-A}\\ (\dfrac{\mu-A}{B-A}-\beta)(B-q), & q\geqslant A+\dfrac{\beta(B-A)^2}{\mu-A}\end{cases}$$

(b)当 $Q\leqslant q$ 时，仅知需求均值和区间情况下的集成供应链利润最大后悔值为：

$$\theta(q\mid Q\leqslant q)=\phi_{-}(q)=\begin{cases}\beta(q-\mu), & q\geqslant B-(1-\beta)(B-\mu)\\ (\sqrt{B-\mu}-\sqrt{(1-\beta)(B-q)})^{2}, & B-\dfrac{(1-\beta)(B-A)^2}{B-\mu}\leqslant q\leqslant B-(1-\beta)(B-\mu)\\ (\dfrac{\mu-A}{B-A}-\beta)(A-q), & q\leqslant B-\dfrac{(1-\beta)(B-A)^2}{B-\mu}\end{cases}$$

证明：(1)当 $Q\geqslant q$ 时，式(8)、(9)问题如下图 2 所示。为了保证约束条件成立，$\alpha_0+\alpha_1 x$ 应该是通过 $(A,0)$ 和 $(Q,Q-q)$ 两点的直线绕着点 $(Q,Q-q)$ 顺时针转动，直至经过点 $(B,Q-q)$，中间所生成的任一直线。当直线 $\alpha_0+\alpha_1 x$ 通过 $(A,0)$ 和 $(Q,Q-q)$ 两点，可以求得 $\alpha_0=-\dfrac{A(Q-q)}{Q-A}$，$\alpha_1=\dfrac{Q-q}{Q-A}$。此时，截距 α_0 值最小，斜率 α_1 值最大；当直线 $\alpha_0+\alpha_1 x$ 通过 $(Q,Q-q)$ 和 $(B,Q-q)$ 两点时，直线具有最大截距 $\alpha_0=Q-q$ 和最小斜率 $\alpha_1=0$。转动过程中产生的任一直线的截距和斜率都居于这两者之间。由于直线 $\alpha_0+\alpha_1 x$ 必通过 $(Q,Q-q)$，即 $\alpha_0+\alpha_1 Q=Q-q$，因此，$\alpha_1=\dfrac{Q-q-\alpha_0}{Q}$。此时，式(8)中目标函数变为 $\dfrac{Q-\mu}{Q}\alpha_0+\mu\dfrac{Q-q}{Q}$，显然是关于 α_0 的增函数。因此，当 $\alpha_0=-\dfrac{A(Q-q)}{Q-A}$ 时，上述对偶问题的最优值为 $\alpha_0+\alpha_1\mu=\dfrac{(Q-q)(\mu-A)}{Q-A}$。P1 问题转化为如下 P2 问题，即：

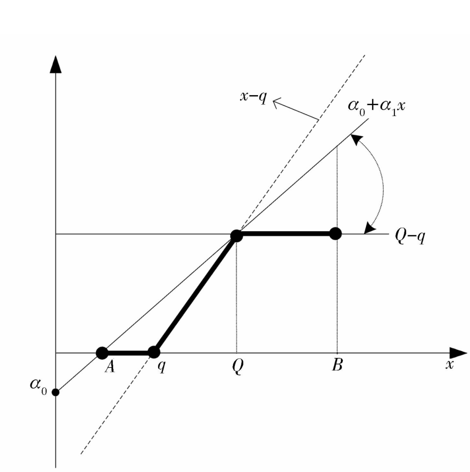

图 2 $Q\geqslant q$ 时式(8)、(9)的图形表示

$$\mathrm{P2}:\varphi_{+}(Q)=\max_{Q}\frac{(Q-q)(\mu-A)}{Q-A}+\beta(q-Q)$$

$$=\max_{Q}(Q-q)\left(\frac{\mu-A}{Q-A}-\beta\right)\tag{10}$$

由于上述(10)中目标函数的二阶导数 $\frac{-2(\mu-A)(q-A)}{(Q-A)^3}<0$,因此是关于 Q 的凹函数,则由 P2 的最优性条件得:

$$Q^{*}=A+\sqrt{\beta^{-1}(\mu-A)(q-A)}$$

显然,$Q^{*}\geqslant A$。当 $\mu\leqslant Q^{*}\leqslant B$ 时,$A+\beta(\mu-A)\leqslant q\leqslant A+\beta(B-A)^2/(\mu-A)$,最大后悔值为 $\varphi_{+}(q)=(\sqrt{(\mu-A)}-\sqrt{\beta(q-A)})^2$,当 $Q^{*}\leqslant\mu$ 即 $q\leqslant A+\beta(\mu-A)$,则只有当 $Q^{*}=\mu$ 时取得最大值,此时 $\varphi_{+}(q)=(1-\beta)(\mu-q)$;如果 $Q^{*}\geqslant B$,即 $q\geqslant A+\beta(B-A)^2/(\mu-A)$,则只能是 $Q^{*}=B$,此时,$\varphi_{+}(q)=(\frac{\mu-A}{B-A}-\beta)(B-q)$。

(2)当 $Q\leqslant q$ 时,式(8)、(9)问题如下图 3 所示。为保证约束条件成立,直线 $\alpha_0+\alpha_1 x$ 应是通过$(Q,0)$和$(B,Q-q)$两点的直线绕着点$(Q,0)$逆时针转动,直至与横坐标轴重合,中间所生成的任一直线。当通过$(Q,0)$和$(B,Q-q)$两点时,直线具有最大截距 $\alpha_0=-\frac{Q(Q-q)}{B-Q}$ 和最小斜率 $\alpha_1=\frac{Q-q}{B-Q}$;当与横坐标轴重合时,直线具有最小截距 $\alpha_0=0$ 和最大斜率 $\alpha_1=0$。由 $\alpha_0+\alpha_1 x$ 必通过点 $\alpha_0+\alpha_1 x$,得 $\alpha_1=-\alpha_0/Q$。此时,式(8)中目标函数变为 $\alpha_0+\alpha_1\mu=\alpha_0(1-\frac{\mu}{Q})$。

①当 $Q\leqslant\mu$ 时,$1-\frac{\mu}{Q}\leqslant 0$,当 $\alpha_0=-\frac{Q(Q-q)}{B-Q}$ 时,对偶问题(8)、(9)的最优值 $\alpha_0+\alpha_1\mu=\frac{(Q-q)(\mu-Q)}{B-Q}$。则 P1 问题转化为 P2′,即:

$$\mathrm{P2}':\varphi_{-}(Q)=\max_{Q}\frac{(Q-q)(\mu-Q)}{B-Q}+\beta(q-Q)$$

$$=\max_{Q}(Q-q)\left(\frac{\mu-Q}{B-Q}-\beta\right)\tag{11}$$

式(11)中目标函数的二阶导数 $\frac{-2(B-\mu)(B-q)}{(B-Q)^3}<0$,由最大后悔值函数的凹性可得,$Q^{*}=B-\sqrt{(1-\beta)^{-1}(B-\mu)(B-q)}$。显然,$Q^{*}\leqslant B$。最大后悔值 $\varphi_{-}(q)=(\sqrt{(B-\mu)}-\sqrt{(1-\beta)(B-q)})^2$。如果 $A\leqslant Q\leqslant\mu$,得 $B-(1-\beta)\frac{(B-A)^2}{B-\mu}\leqslant q\leqslant B-(1-\beta)(B-\mu)$。如果 $Q\leqslant A$,即 $q\leqslant B-\frac{(1-\beta)(B-A)^2}{B-\mu}$,则只有当 $Q=A$ 时,取的最优值 $\varphi_{-}(q)=(\frac{\mu-A}{B-A}-\beta)(A-q)$。

②当 $Q\geqslant\mu$ 时,$1-\frac{\mu}{Q}\geqslant 0$,则当 $\alpha_0=\alpha_1=0$ 时,对偶问题(8)、(9)的最优值 $\alpha_0+\alpha_1\mu=0$。此时,P1 问题变为 $\varphi_{-}(Q)=\max_{Q}\beta(q-Q)$,则只有当 $Q=\mu$ 时,最优的最大后悔值为 $\varphi_{-}(Q)=\beta(q-\mu)$。实际上,这一情况恰好是第①种情况的特例。整理 $\varphi_{+}(q)$ 和 $\varphi_{-}(q)$ 各表达式如定理 1 所示。证毕。

在定理 1 基础上,得集成供应链鲁棒订货决策和最小最大后悔值如定理 2 所示。

定理 2　仅知需求均值和区间情况下的集成供应链鲁棒订货量 q^{*} 和最小最大后悔值 θ^{*} 分别为:

$$q^{*}=\begin{cases}
B-\beta\dfrac{(B-\mu)(B-A)}{\mu-A}, & \dfrac{1}{\beta}>\max\left\{1+\dfrac{2(B-\mu)}{\mu-A},1+\dfrac{B-A}{\mu-A}\right\}\\[2ex]
B-\dfrac{(B-A)^2}{B-\mu}\left(\sqrt{1-\beta}-\sqrt{(1-\beta)-\dfrac{B-\mu}{B-A}}\right)^2 & \dfrac{B-A}{\mu-A}+\dfrac{B-A}{2(\mu-A)}\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+\dfrac{B-A}{\mu-A}\\[2ex]
A+\dfrac{(1+\beta)^2(\mu-A)}{4\beta}, & 1+2\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+\dfrac{2(B-\mu)}{\mu-A}\\[2ex]
\left\{q_0\ \middle|\ \begin{aligned}&(\sqrt{\mu-A}-\sqrt{\beta(q_0-A)})^2\\&=(\sqrt{B-\mu}-\sqrt{(1-\beta)(B-q_0)})^2\end{aligned}\right\}, & \begin{aligned}&\max\left\{1+\dfrac{1}{2}\dfrac{B-\mu}{\mu-A},1+\left(\dfrac{\mu-A}{B-\mu}+\dfrac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\dfrac{\mu-A}{B-\mu}}\right)^{-1}\right\},\\&\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant\min\left\{\dfrac{B-A}{\mu-A}+\dfrac{B-A}{2(\mu-A)}\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}},1+2\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}}\right\}\end{aligned}\\[2ex]
B-\dfrac{(2-\beta)^2(B-\mu)}{4(1-\beta)}, & 1+\dfrac{1}{2}\dfrac{B-\mu}{\mu-A}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}}\\[2ex]
A+(1-\beta)(B-A)\dfrac{\mu-A}{B-\mu}, & \dfrac{1}{\beta}\leqslant\min\left\{1+\dfrac{B-\mu}{B-A},1+\dfrac{1}{2}\dfrac{B-\mu}{\mu-A}\right\}\\[2ex]
A+\left(\sqrt{\beta}-\sqrt{\beta-\dfrac{\mu-A}{B-A}}\right)^2\dfrac{(B-A)^2}{\mu-A}, & 1+\dfrac{B-\mu}{B-A}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+\left(\dfrac{\mu-A}{B-\mu}+\dfrac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\dfrac{\mu-A}{B-\mu}}\right)^{-1}
\end{cases}$$

$$
\theta^{*}=\begin{cases}
\beta(B-\mu)[1-\dfrac{\beta(B-A)}{\mu-A}], & \dfrac{1}{\beta}>\max\{1+\dfrac{2(B-\mu)}{\mu-A},1+\dfrac{B-A}{\mu-A}\} \\
(1-\sqrt{1-\dfrac{B-\mu}{(1-\beta)(B-A)}})^{2}\times[\dfrac{(1-\beta)(B-A)}{B-\mu}-A]\times(1-\beta)(B-A), & \dfrac{B-A}{\mu-A}+\dfrac{B-A}{2(\mu-A)}\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+\dfrac{B-A}{\mu-A} \\
\dfrac{(1-\beta)^{2}(\mu-A)}{4}, & 1+2\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+\dfrac{2(B-\mu)}{\mu-A} \\
[\sqrt{B-\mu}-\sqrt{(1-\beta)(B-q_0)}]^{2}, & \max\{1+\dfrac{1}{2}\dfrac{B-\mu}{\mu-A},1+(\dfrac{\mu-A}{B-\mu}+\dfrac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\dfrac{\mu-A}{B-\mu}})^{-1}\}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant\min\{\dfrac{B-A}{\mu-A}+\dfrac{B-A}{2(\mu-A)}\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}},1+2\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}}\} \\
\dfrac{\beta^{2}(B-\mu)}{4}, & 1+\dfrac{1}{2}\dfrac{B-\mu}{\mu-A}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{B-\mu}{\mu-A}} \\
(1-\beta)(\mu-A)[1-\dfrac{(1-\beta)(B-A)}{B-\mu}], & \dfrac{1}{\beta}\leqslant\min\{1+\dfrac{B-\mu}{B-A},1+\dfrac{1}{2}\dfrac{B-\mu}{\mu-A}\} \\
\beta[1-\sqrt{1-\dfrac{\mu-A}{\beta(B-A)}}]^{2}\times[\dfrac{\beta(B-A)}{\mu-A}-A](B-A), & 1+\dfrac{B-\mu}{B-A}\leqslant\dfrac{1}{\beta}\leqslant 1+(\dfrac{\mu-A}{B-\mu}+\dfrac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\dfrac{\mu-A}{B-\mu}})^{-1}
\end{cases}
$$

证明：由式(6)和定理 1 得集成供应链鲁棒订货决策为 $q^{*}=\arg\min\theta(q)=\arg\min\{\varphi_{+}(q),\varphi_{-}(q)\}$，应该满足 $\varphi_{+}(q^{*})=\varphi_{-}(q^{*})$。由于 $\varphi_{+}(q)$ 和 $\varphi_{-}(q)$ 各是由三个等式及相应定义域组成的分段函数，令 $\varphi_{+i}(q)$ 和 $\Delta_i(i=1,2,3)$ 分别表示函数 $\varphi_{+}(q)$ 的第 i 个表达式及其定义域；令 $\varphi_{-j}(q)$ 和 $\widetilde{\Delta}_j(j=1,2,3)(j=1,2,3)$ 分别表示函数 $\varphi_{-}(q)$ 的第 j 个表达式及其定义域。因此最多求解 9 个方程即可。分两种情况讨论：

(1) $\beta\leqslant\frac{\mu-A}{B-A}$。该条件下 $\widetilde{\Delta}_3=\phi,\Delta_1\cap\widetilde{\Delta}_1=\phi$。只需求解在相应约束条件下求解 5 个方程，即 $q^{*}=\{q|\varphi_{+i}(q)=\varphi_{-j}(q),q\in\Delta_i\cap\widetilde{\Delta}_j,i=1,2,3;j=1,2;i\times j\neq 1\}$。

(1－1) 由 $\varphi_{+3}(q)=\varphi_{-1}(q)$，得 $q^{*}=B-\beta\frac{(B-\mu)(B-A)}{\mu-A}$，又 $q^{*}\in\Delta_3\cap\widetilde{\Delta}_1$，因此有 $\frac{1}{\beta}>\max\{1+\frac{2(B-\mu)}{\mu-A},1+\frac{B-A}{\mu-A}\}$。

(1－2) 由 $\varphi_{+3}(q)=\varphi_{-2}(q)$，得 $q^{*}=B-\frac{(B-A)^{2}}{B-\mu}(\sqrt{1-\beta}-\sqrt{(1-\beta)-\frac{B-\mu}{B-A}})^{2}$，又 $q^{*}\in\Delta_3\cap\widetilde{\Delta}_2$，因此有 $\frac{B-A}{\mu-A}+\frac{B-A}{2(\mu-A)}\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\frac{1}{\beta}\leqslant 1+\frac{B-A}{\mu-A}$。

(1－3) 由 $\varphi_{+2}(q)=\varphi_{-1}(q)$，得 $q^{*}=A+\frac{(1+\beta)^{2}(\mu-A)}{4\beta}$，又 $q^{*}\in\Delta_2\cap\widetilde{\Delta}_1,\Delta_1\cap\widetilde{\Delta}_1=\phi$，因此有 $B-(1-\beta)(B-\mu)\leqslant q^{*}\leqslant A+\frac{\beta(B-A)^{2}}{\mu-A}$。当 $\mu\leqslant\frac{A+B}{2}$ 时，$1+2\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\frac{1}{\beta}\leqslant 1+\frac{2(B-\mu)}{\mu-A}$。实际上，当 $\mu>\frac{A+B}{2}$ 时，该方程的最优解并非供应链系统的最优鲁棒订货决策。

(1－4) 由 $\varphi_{+2}(q)=\varphi_{-2}(q)$，得 $q^{*}=\{q|(\sqrt{\mu-A}-\sqrt{\beta(Q-A)})^{2}=(\sqrt{B-\mu}-\sqrt{(1-\beta)(B-q)})^{2}\}$。

(1－5) 由 $\varphi_{+1}(q)=\varphi_{-2}(q)$，得 $q^{*}=B-\frac{(2-\beta)^{2}(B-\mu)}{4(1-\beta)}$，又 $q^{*}\in[B-(1-\beta)\frac{(B-A)^{2}}{B-\mu},A+\beta(\mu-A)]$，因此 $1+\frac{1}{2}\frac{B-\mu}{\mu-A}\leqslant\frac{1}{\beta}\leqslant 1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}$。又 $\beta\leqslant\frac{\mu-A}{B-A}$，即 $\frac{1}{\beta}\geqslant\frac{B-A}{\mu-A}=1+\frac{B-\mu}{\mu-A}>1+\frac{1}{2}\frac{B-\mu}{\mu-A}$，因此有 $\frac{1}{\beta}\leqslant 1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}$。

(2) $\beta\geqslant\frac{\mu-A}{B-A}$。该条件下 $\Delta_3=\phi,\Delta_1\cap\widetilde{\Delta}_1=\phi$。因此，只需在相应约束条件下求解 5 个方程，即 $q^{*}=\{q|\phi_{+i}(q)=\phi_{-j}(q),q\in\Delta_i\cap\widetilde{\Delta}_j,i=1,2;j=1,2,3;i\times j\neq 1\}$。根据前文，只需再求解下面两个方程。

(2－1) 由 $\varphi_{+1}(q)=\varphi_{-3}(q)$，得 $q^{*}=A+(1-\beta)(B-A)\frac{\mu-A}{B-\mu}$。又 $q^{*}\in\Delta_1\cap\widetilde{\Delta}_3$，因此 $\frac{1}{\beta}\in\{\frac{1}{\beta}\leqslant 1+\frac{B-\mu}{B-A}\}\cap\{\frac{1}{\beta}\leqslant 1+\frac{1}{2}\frac{B-\mu}{\mu-A}\}$。

(2—2)由 $\varphi_{+2}(q)=\varphi_{-3}(q)$,得 $q^{*}=A+(\sqrt{\beta}-\sqrt{\beta-\frac{\mu-A}{B-A}})^{2}\ \frac{(B-A)^{2}}{\mu-A}$,又 $q^{*}\in\Delta_{2}\cap\widetilde{\Delta}_{3}$,因此 $\frac{1}{\beta}\geqslant 1+\frac{B-\mu}{B-A}$,$\frac{1}{\beta}\leqslant 1+(\frac{\mu-A}{B-\mu}+\frac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\frac{\mu-A}{B-\mu}})^{-1}$。当 $\mu\leqslant\frac{A+B}{2}$ 时,$1+\frac{B-\mu}{B-A}\leqslant\frac{1}{\beta}\leqslant 1+(\frac{\mu-A}{B-\mu}+\frac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\frac{\mu-A}{B-\mu}})^{-1}$;而当 $\mu>\frac{A+B}{2}$ 时,该方程的最优解并非系统最优鲁棒订货决策。

对(1)、(2)求解结果进行整理得系统最优鲁棒订货决策 q^{*} 如定理 2 所示。将 q^{*} 带入 $\varphi_{+}(q)$ 和 $\varphi_{+}(q)$ 并整理得最小最大后悔值如定理 2 所示。证毕。

4　有限需求信息下分散供应链鲁棒协调策略

分散供应链系统中,零售商和供应商隶属于不同的经济实体,他们以各自期望利润最大化为目标制定决策,其中,零售商决定产品订货量,供应商决定产品批发价格。供应链成员双方这种决策上的独立性,使得分散供应链系统很难实现集成供应链运作绩效。这里考虑一种回购契约协调机制 $\{w,b\}$,保障成员双方各自决策下的系统整体运作绩效最优。具体地,为了刺激零售商增加订货,供应商将提供一种回购政策,即对于每单位未出售的产品,供应商将给予一定的补偿。

根据式(1),已知需求分布形式下的零售商最优订货量为 $q_{r}^{*}=\inf\{q\geqslant 0:F(q)\geqslant 1-\beta_{1}\}$,$\beta_{1}=(w+c_{r}-b-v)/(1-b)$。而在仅知部分需求信息条件下,零售商采用如前所述的最小最大后悔值决策准则,即

$$\theta_{r}^{*}=\min_{q\geqslant 0}\theta_{r}(q)=\min_{q\geqslant 0}\max_{F\in\psi}\{\max_{Q\geqslant 0}z_{r}(Q)-z_{r}(q)\}=\min_{q\geqslant 0}\max_{Q\geqslant 0}\{\max_{F\in\psi}z_{r}(Q)-z_{r}(q)\}=(1-b)\min_{q\geqslant 0}\max_{Q\geqslant 0}\{\max_{F\in\psi}\int_{A}^{B}[\min\{x,Q\}-\min\{x,q\}+\beta_{1}(q-Q)]dF(x)\}\tag{12}$$

对零售商来说,在供应商给定批发价格 w 和回购价格 b 情况下,$1-b$ 为一常数,因此遵循集成供应链求解方法,得零售商最优鲁棒订货决策为:

$$q_{r}^{*}=\begin{cases}B-\beta_{1}\frac{(B-\mu)(B-A)}{\mu-A}, & \frac{1}{\beta_{1}}>\max\{1+\frac{2(B-\mu)}{\mu-A},1+\frac{B-A}{\mu-A}\}\\ B-\frac{(B-A)^{2}}{B-\mu}(\sqrt{1-\beta_{1}}-\sqrt{(1-\beta_{1})-\frac{B-\mu}{B-A}})^{2} & \frac{B-A}{\mu-A}+\frac{B-A}{2(\mu-A)}\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\frac{1}{\beta_{1}}\leqslant 1+\frac{B-A}{\mu-A}\\ A+\frac{(1+\beta_{1})^{2}(\mu-A)}{4\beta_{1}}, & 1+2\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}\leqslant\frac{1}{\beta_{1}}\leqslant 1+\frac{2(B-\mu)}{\mu-A}\\ \bar{q}=\left\{q\left|\begin{array}{l}(\sqrt{\mu-A}-\sqrt{\beta_{1}(q-A)})^{2}\\ =(\sqrt{B-\mu}-\sqrt{(1-\beta_{1})(B-q)})^{2}\end{array}\right.\right\}, & \max\{1+\frac{1}{2}\frac{B-\mu}{\mu-A},1+(\frac{\mu-A}{B-\mu}+\frac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\frac{\mu-A}{B-\mu}})^{-1}\},\leqslant\frac{1}{\beta_{1}}\leqslant\min\{\frac{B-A}{\mu-A}+\frac{B-A}{2(\mu-A)}\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}},1+2\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}\}\\ B-\frac{(2-\beta_{1})^{2}(B-\mu)}{4(1-\beta_{1})}, & 1+\frac{1}{2}\frac{B-\mu}{\mu-A}\leqslant\frac{1}{\beta_{1}}\leqslant 1+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{B-\mu}{\mu-A}}\\ A+(1-\beta_{1})(B-A)\frac{\mu-A}{B-\mu}, & \frac{1}{\beta_{1}}\leqslant\min\{1+\frac{B-\mu}{B-A},1+\frac{1}{2}\frac{B-\mu}{\mu-A}\}\\ A+(\sqrt{\beta_{1}}-\sqrt{\beta_{1}-\frac{\mu-A}{B-A}})^{2}\ \frac{(B-A)^{2}}{\mu-A}, & 1+\frac{B-\mu}{B-A}\leqslant\frac{1}{\beta_{1}}\leqslant 1+(\frac{\mu-A}{B-\mu}+\frac{B-A}{2(B-\mu)}\sqrt{\frac{\mu-A}{B-\mu}})^{-1}\end{cases}$$

对比式(13)和定理 2 中系统鲁棒订货决策 q^{*} 可以看出,供应商可通过控制批发价格和回购价格 $\{w,b\}$ 来实现供应链协调,最优协调机制如定理 3 所示。

定理 3　仅知需求均值和区间条件下,分散供应链最优协调机制满足下式:

$$w(b)=-(c_{r}+c_{s}-v-1)b+c_{s}\tag{14}$$

此时,零售商和供应商的最小最大后悔值分别为 $\theta_{r}^{*}=(1-b)\theta^{*}$ 和 $\theta_{s}^{*}=b\theta^{*}$。

证明:将式(14)代入 β_{1},得 $\beta_{1}=c_{r}+c_{s}-v$,将其代入式(13)和式(12),得 $q_{r}^{*}=q^{*}$,$\theta_{r}^{*}=(1-b)\theta^{*}$。对供应商来说,希望零售商采取的订货决策能够使得自己的决策目标实现最优。由于目标函数结构上的相似性,可以容易得出供应商所希望的订货量决策 q_{s}^{*}(只需将 q_{r}^{*} 中的 β_{1} 替换成 $\beta_{2}=(b+c_{s}-w)/b$ 即可)。在式(14)协调机制下,$q_{s}^{*}=q_{r}^{*}=q^{*}$。此时,$\theta_{s}^{*}=b\theta^{*}$。说明式(14)能够实现供应链完全协调,并且参数 b 实现了供应链系统绩效在成员之间

的任意分配。证毕。

由定理 3 可以看出，供应商批发价格 w 随着回购价格 b 的增加线性增加，这表明供应商对于零售商每单位未出售产品给予较高回购价格的同时，为了弥补自身利润损失也会相应提高产品批发价格。对零售商和供应商双方来说，在未知完整的需求分布信息条件下采用鲁棒策略时导致的利润损失随回购价格的增加分别呈现降低和增加趋势。

5 数值算例

为了验证鲁棒协调策略在应对供应链需求不确定性方面的有效性，对式(1)－(3)进行数值计算。假设 $A=0$，$B=10$，$\mu=6$。

(1)集成供应链情况。根据定理 2，集成供应链鲁棒订货量和最小最大后悔值准则下的最优目标函数值计算结果如下表 1 所示。表 1 表明，随着服务水平衡量参数 β 的增加，系统鲁棒订货量单调递减，说明服务水平越低，要求的订货量越少。而最小最大后悔值却随着 β 的增加呈先增后减趋势。根据文[16]，在最小最大后悔值准则下，当仅知需求区间 $[A,B]$，系统鲁棒订货量为 $q^*=\beta A+(1-\beta)B$，最小最大后悔值为 $\theta^*=\beta(1-\beta)(B-A)$。当额外获得需求均值信息时，系统的订货量和最小最大后悔值变化情况如下图 4 所示。由图 4 可以看出，额外获得需求均值信息时系统订货量要高于仅知需求区间信息的情况，而最小最大后悔值却低于仅知需求区间信息的情况。因此，对于决策者来说，知道的需求信息越多，做出的决策越接近最优情况。

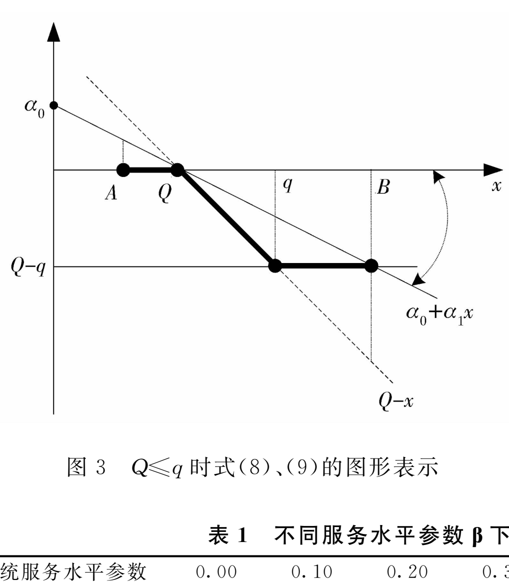

图 3 $Q\leqslant q$ 时式(8)、(9)的图形表示

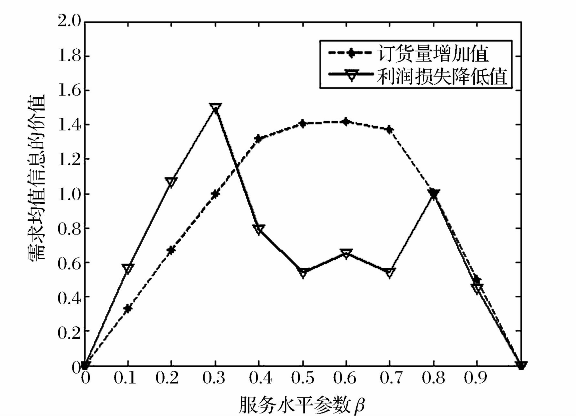

图 4 需求均值信息的价值

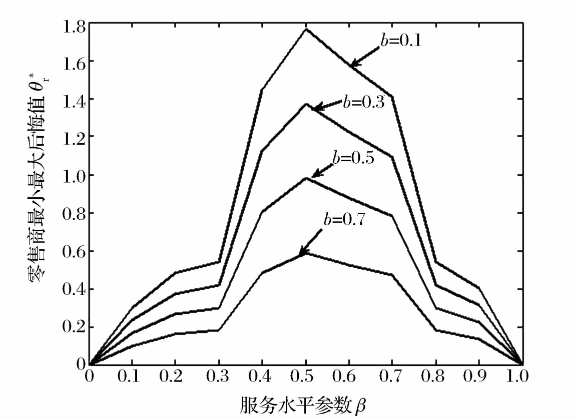

图 5 零售商最小最大后悔值

(2)分散供应链情况。在定理 3 协调机制下，供应链可以实现完全协调。同时，由于需求不确定导致的风险也实现了在供应链成员之间的分担，参数 b 决定了分担比例。不同参数 b 和 β 下的零售商和供应商最小最大后悔值 θ_r^* 和 θ_s^* 分别如图 5 和图 6 所示。由图 5 和图 6 可以看出，在既定服务水平下，零售商和供应商的最小最大后悔值分别随着回购价格 b 的增加而减少和增加；而在既定回购价格下，零售商和供应商的最小最大后悔值分别随服务水平参数 β 的增加呈先增后减趋势。对零售商和供应商来说，额外获知需求均值信息时，其最小最大后悔值都低于仅知需求区间时的情况，如图 7 和图 8 所示，说明额外获取需求均值信息能有效改进供应链成员双方的运作绩效。进一步，需求均值信息带来的绩效改进可解释为决策者为了获得这一额外信息所愿付出的最高成本。在既定服务水平下，零售商和供应

表 1 不同服务水平参数 β 下集成供应链鲁棒订货决策和最小最大后悔值

系统服务水平参数	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
鲁棒订货量 q^*	10.00	9.33	8.67	8.00	7.32	6.41	5.42	4.37	3.00	1.50	0.00
最小最大后悔值 θ^*	0.00	0.33	0.53	0.60	1.61	1.96	1.75	1.56	0.60	0.45	0.00

商的绩效改进随回购价格的增加分别呈现减少和增加趋势；而在既定回购价格下，两者的绩效改进情况随服务水平参数 β 的变化趋势并不明显。

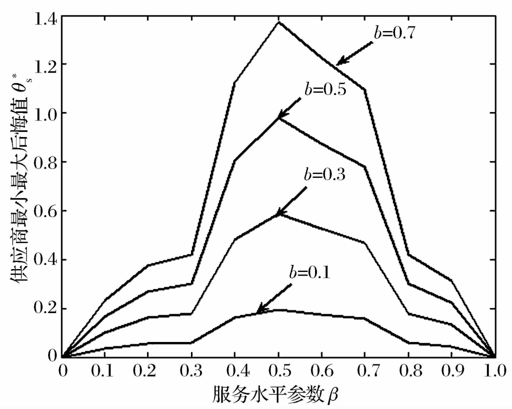

图 6　供应商最小最大后悔值

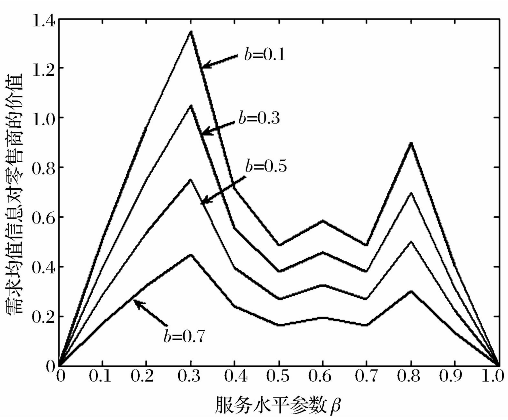

图 7　需求均值信息对零售商的价值

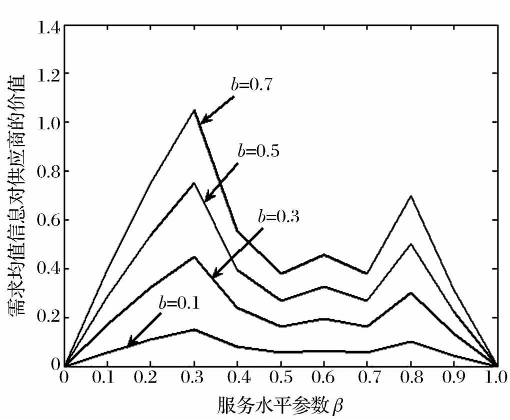

图 8　需求均值信息对供应商的价值

6　结 语

本文针对包括一个供应商和一个零售商的二级供应链系统，研究了需求不确定条件下基于最小最大后悔值准则的供应链鲁棒回购契约协调问题。应用鲁棒优化方法求解了仅知需求区间和均值信息下集成供应链鲁棒订货策略和分散供应链鲁棒契约协调策略，分析了不同服务水平和契约参数下，由于信息缺失而未能实现最优运作的供应链及其成员绩效情况。结果表明，随着服务水平的提高，鲁棒订货决策下的集成供应链后悔值呈现先增后减的趋势，而分散供应链系统成员后悔值却取决于服务水平和回购价格两个因素。进一步，对仅知需求区间信息和额外获得需求均值信息两种条件下的供应链及其成员绩效进行对比发现，额外获得需求均值信息能够显著改进供应链系统及双方成员的绩效，说明掌握的信息越多，做出的决策越接近最优情况。在仅知需求部分信息条件下，文中给出的解析形式的供应链鲁棒运作策略具有较强的应用性，进一步，可考虑供应链及其成员风险偏好因素，研究具有风险偏好的供应链鲁棒运作策略。

参考文献：

[1] Wang C X. A general framework of supply chain contract models[J]. Supply Chain Management: An International Journal, 2002, 7(5): 302－310.

[2] Cachon G, Lariviere M A. Supply chain coordination with revenue-sharing contracts: strengths and limitations[J]. Management Science, 2005, 51(1): 30－44.

[3] Yao Zhong, Leung S C, Lai K K. Analysis of the impact of price-sensitivity factors on the returns policy in coordinating supply chain[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 187(3): 275 - 282.

[4] Yue Xiaohang, Raghunathan S. The impacts of the full returns policy on a supply chain with information asymmetry[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 180(7): 630 - 647.

[5] Klibi W, Martel A, Guitouni A. The design of robust value-creating supply chain networks: A critical review [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 203(3): 283－293.

[6] Ben-Tal A, Nemirovski A. Robust optimization-methodology and applications[J]. Mathematical Programming, Ser. B, 2002, 92(3): 453－480.

[7] Roy B. Robustness in operational research and decision aiding: A multi-faceted issue[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 200(3): 629－638.

[8] Scarf H E. A min-max solution to an inventory problem [M]//Arrow K J, Karlin S, Scarf H E. Studies in mathematical theory of inventory and production. Stanford, CA: Stanford University Press, 201－209.

[9] Bertsimas D, Sim M. The price of robustness[J]. Operations Research, 2004, 52(1): 35－53.

[10] Pishvaee M S, Rabbani M, Torabi S A. A robust optimization approach to closed-loop supply chain network design under uncertainty[J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(2): 637－649.

[11] Wei Cansheng, Li Yongjian, Cai Xiaoqiang. Robust optimal policies of production and inventory with uncertain returns and demand[J]. International Journal of Production Economics, 2011, 134(4): 357－367.

[12] Yu Gang. Theory and methodology: Robust economic order quantity models [J]. European Journal of Operational Research, 1997, 100(4): 482－493.

[13] Lin Jun, Ng T S. Robust multi-market newsvendor models with interval demand data[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 212(3): 361－373.

[14] Yue Jinfeng, Chen Bintong, Wang Mingchiang. Expected value of distribution information for the newsvendor problem[J]. Operations Research, 2006, 54(6): 1128－1136.

[15] Perakis G, Roels G. Regret in the newsvendor model with partial information[J]. Operations Research, 2008, 56(1): 188－203.

[16] 邱若臻，黄小原．基于最小最大后悔值准则的供应链鲁棒协调模型[J]. 系统管理学报，2011，20(3)：296－302.

[17] Zhu Zhisu, Zhang Jiawei, Ye Yinyu. Newsvendor optimization with limited distribution information[J]. Technical Report,Stanford University, 2006.

[18] Popescu I. A semi-definite approach to optimal-moment bounds for convex class of distributions[J]. Mathematics Operation Research, 2005, 30(3): 632 - 657.

The Supply Chain Robust Coordination Strategy Based on Buy-back Contract Under Limited Demand Information

QIU Ruo-zhen, HUANG Xiao-yuan, YUAN Hong-tao

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Robust coordination with buyback contract for a supply chain with only knowing demand mean and interval based on minimax regret criterion is studied. Under the framework of buyback contract, a supply chain coordination model for a two-stage supply chain system with unknown detailed demand distribution is developed by using the performances of supply chain system and its members under optimal decision minus which under robust decision as the objective functions. Under the condition of only knowing demand interval and mean, the robust order policy of integrated supply chain, together with the robust contract coordination policy of decentralized one and the deviations of their performances based on minimax regret criterion are proposed by using robust optimization technology. Furthermore, regrets of supply chain system and its members who do not operating optimally for information lacking are analyzed under different service level and contract parameters. At last, numerical calculation are carried out to verify the robustness and effectiveness of supply chain buyback contract coordination strategy obtained by robust optimization. The results show that supply chain robust coordination strategy based on buyback contract can reduce the impact of demand uncertainty on the performance of supply chain system and its members effectively. Specially, compared to only knowing demand interval, obtaining additional information about mean value can improve the operational performance of supply chain.

Key words: supply chain; robust optimization; minimax regret criterion; coordination; buy-back contract