

# 单晶有限变形的热力耦合计算模型

赵 聃, 朱祎国, 胡 平\*, 张万喜

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室 运载工程与力学学部, 大连 116023)

**摘 要:**以弹性变形梯度作为基本变量,结合热力学理论构造了单晶有限变形的热、力耦合计算模型。该模型考虑了温度、变温速率以及塑性耗散等条件对单晶有限变形的影响,相对于传统的以弹性变形梯度为基本变量的晶体塑性模型,算法能够体现温度效应的影响。采用隐式的积分方法对建立的控制方程进行计算以保证求解过程的稳定。以1100 Al单晶为例计算了不同升温、降温速率,以及不同应变率影响下的材料应力-应变的响应。结果表明,模型能较好地反映变温过程中,单晶各向异性性质的演化以及应力、应变之间关系的变化。

**关键词:**单晶体;晶体滑移;热效应;有限变形

**中图分类号:**O344 **文献标志码:**A **doi:**10.7511/jslx201404014

## 1 引 言

随着热成形工艺的应用,汽车车身正朝着轻质、高强方向发展,以期实现节能减排及环保等目标。越来越多的车身和其他汽车结构零部件由高强度钢、镁铝合金以及其他多晶体材质的原材料经热成形工艺制造而成。零部件的成形过程中,涉及力、热乃至相变对材料有限变形的影响。在仿真计算中,若要准确预测出材料在该过程中的响应,需要提出相应的理论来进行描述。

传统晶体塑性理论的提出和完善能够描述晶体材料的有限变形过程,但大都基于常温条件的假设。在算法的实现方面,第二P-K应力<sup>[1]</sup>、剪切应变率<sup>[2]</sup>、弹性变形梯度<sup>[3]</sup>和塑性变形梯度<sup>[4]</sup>等作为常用的变量以建立相应的计算模型。计算上多采用隐式的积分方法来处理建立的变量控制方程。国内的一些学者<sup>[5-8]</sup>在算法上也提出了各自的模型用于晶体有限变形的计算,但都适用于常温的条件下。

关于热力耦合的研究,Simo等<sup>[9]</sup>将塑性熵作为内变量引入并结合 $J_2$ 流动理论建立宏观屈服应力与温度之间的关系,构造了考虑热塑性的有限变形计算模型。之后,Armro<sup>[10]</sup>和Canadija等<sup>[11]</sup>在

算法和模型的适用范围方面对其进行了拓展。为了考虑应变率的影响,Srikanth<sup>[12]</sup>和Adam等<sup>[13]</sup>又建立了有限变形下热粘塑性的计算模型。但上述模型并不能反映晶体塑性滑移等微观机制,因此基于晶体塑性理论,Anand<sup>[14]</sup>和Kothari等<sup>[15]</sup>利用热激活理论,建立温度与应力、剪切应变率等之间的关系,并基于此对材料在外加载荷作用下的应力-应变响应进行了描述。此后,一些学者<sup>[16-18]</sup>基于此在不同材料取向、对晶体结构和算法等方面进行了研究。

国内方面,张克实<sup>[19]</sup>利用泰勒展开对体现温度效应的分切应力以及剪切应变率的隐式计算格式进行显式化,构造了新的用于有限变形的单晶体计算模型。此后,他又以参考晶体坐标的柯西应力为基本变量建立了考虑热粘塑性以及损伤的迭代算法<sup>[20]</sup>。陈云等<sup>[21]</sup>从剪切应变率出发,结合热力学原理,构造了包含温度效应的弹塑性切线模量用于单晶体的有限变形计算。不同于上述的讨论,本文基于率相关的晶体塑性理论,以弹性变形梯度为基本变量,考虑温度的影响,构造了用于有限变形分析的单晶热、力耦合模型,并在不同的加载方向、变温速率以及应变率下对单晶体的应力和应变的响应进行了分析。

## 2 单晶运动学

为了体现温度的影响,将温度变形梯度引入总体变形梯度的极分解中,即在参考构形和塑性卸载构形之间引入热膨胀之后的应力卸载构形,如图1所示。可以看出, $F^e$ 为弹性变形梯度,包含了晶

收稿日期:2013-05-06;修改稿收到日期:2013-08-31.

基金项目:国家自然科学基金(10932003,11272075);国家基础性发展规划(2012CB619603,010CB832700);国家工信部04重大专项(2011ZX04001-21)资助项目.

作者简介:朱祎国(1972-),男,博士,副教授;  
胡 平\*(1956-),男,博士,教授  
(E-mail: pinghu@dlut.edu.cn).

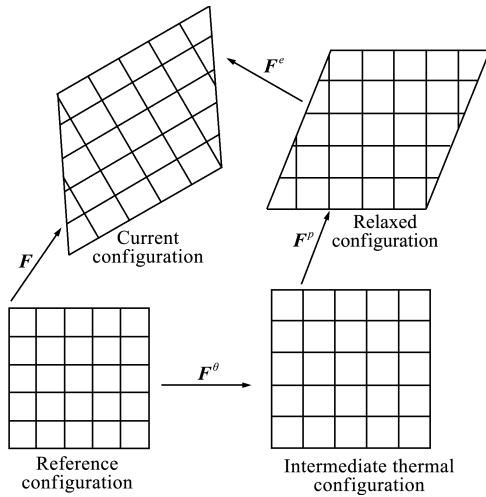


图1 单晶运动学示意图

Fig. 1 Schematic of kinematics of single crystal

体的弹性变形和刚体旋转,  $\mathbf{F}^p$  为塑性变形梯度, 反映了塑性卸载构形的演化,  $\mathbf{F}^0$  为温度变化产生的变形梯度。两个张量的乘法用  $\mathbf{AB}$  表示 ( $A_{ik}B_{kj}$ ), 总体变形梯度可以表示为<sup>[22]</sup>

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \mathbf{F}^0 \quad (1)$$

相应的速度梯度可以表示为

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}}\mathbf{F}^{-1} = \mathbf{L}^e + \mathbf{F}^e \mathbf{L}^p \mathbf{F}^{e^{-1}} + \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \mathbf{L}^0 \mathbf{F}^{p^{-1}} \mathbf{F}^{e^{-1}} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{L}^e$  为弹性速度梯度,  $\mathbf{L}^0$  为速度梯度的温度部分,  $\mathbf{L}^p$  为塑性速度梯度, 由滑移系剪切应变率  $\dot{\gamma}^\alpha$  及其对应的施密特取向张量  $\bar{\mathbf{P}}^\alpha$  构成。参考中间构形,  $\bar{\mathbf{P}}^\alpha$  由  $\alpha$  滑移系中滑移方向的单位矢量  $\bar{\mathbf{s}}^\alpha$  及其对应的滑移面法向单位矢量  $\bar{\mathbf{m}}^\alpha$  的并矢来表示。

$$\mathbf{L}^e = \dot{\mathbf{F}}^e \mathbf{F}^{e^{-1}}, \quad \mathbf{L}^0 = \dot{\mathbf{F}}^0 \mathbf{F}^{0^{-1}} \quad (3, 4)$$

$$\mathbf{F}^0 = [1 + A(\theta - \theta_0)] \mathbf{I}$$

$$\mathbf{L}^p = \dot{\mathbf{F}}^p \mathbf{F}^{p^{-1}} = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^\alpha \bar{\mathbf{P}}^\alpha \quad (5)$$

式中  $A$  为热膨胀系数,  $\theta$  为当前温度,  $\theta_0$  为初始温度,  $\mathbf{I}$  为二阶等同张量。

### 3 热力学模型

参考初始构型, 材料质点的耗散率(单位体积)  $D$  为<sup>[14]</sup>

$$D = -\rho \dot{\epsilon} + \mathbf{P} : \dot{\mathbf{F}} + \rho \theta \dot{\eta} - \nabla \theta \cdot \Phi \quad (6)$$

式中  $\rho$  为参考质量密度,  $\dot{\epsilon}$  为内能变化率,  $\mathbf{P}$  为第一类 P-K 应力,  $\dot{\mathbf{F}}$  为总体变形梯度的变化率,  $\theta$  代表温度,  $\dot{\eta}$  为熵的变化率,  $\nabla \theta$  代表温度梯度,  $\Phi$  为熵流。

式(6)中第二项为外力功的变化, 利用式(1)可

以得到

$$\mathbf{P} : \dot{\mathbf{F}} = \mathbf{P} \mathbf{F}^e \dot{\mathbf{F}}^e \mathbf{F}^{e^{-1}} : \dot{\mathbf{F}}^e + \mathbf{F}^{p^{-1}} \mathbf{F}^e \mathbf{P} : \dot{\mathbf{F}}^p + \sum_{\alpha=1}^N (\mathbf{F}^{e^{-1}} \mathbf{P} \mathbf{F}^e \mathbf{F}^{p^{-1}} : \bar{\mathbf{P}}^\alpha) \dot{\gamma}^\alpha \quad (7)$$

同温度相关的滑移系上的分切应力的表达式记为

$$\tau^\alpha = \mathbf{F}^{e^{-1}} \mathbf{P} \mathbf{F}^e \mathbf{F}^{p^{-1}} : \bar{\mathbf{P}}^\alpha \quad (8)$$

塑性耗散项的具体表达式为

$$D_p = \sum_{\alpha=1}^N \tau^\alpha \dot{\gamma}^\alpha \quad (9)$$

由于弹性变形相对于塑性变形所产生的热较小, 这里忽略弹性变形产生的热。利用非弹性变形功率与塑性变形功率之间的关系, 用塑性变形功率近似地代替其他一些非弹性变形功率的影响, 例如由于晶体自身缺陷所造成的能量存储等<sup>[16]</sup>, 再结合 Fourier 热传导定律, 可以得到

$$\rho c \dot{\theta} = k \left( \sum_{\alpha=1}^N \tau^\alpha \dot{\gamma}^\alpha \right) + \text{Div}(k \nabla \cdot \theta) - \nabla \theta \cdot \Phi \quad (10)$$

式中  $c$  为热容系数,  $k$  代表非弹性变形功率与塑性变形功率的比值, 一般取值范围为  $0.85 \leq k \leq 1$ <sup>[14]</sup>。

### 4 计算模型

弹性阶段的本构关系由第二 P-K 应力  $\mathbf{T}$  及其功共轭的 Green 应变  $\mathbf{E}$  表示为

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}(\theta) : \mathbf{E} \quad (11)$$

式中  $\mathbf{C}(\theta)$  是与温度相关的四阶各向异性弹性张量。符号“:”代表四阶张量作用二阶张量。

粘塑性变形行为用滑移系上的剪切率  $\dot{\gamma}^\alpha$  及其相应的分切应力  $\tau^\alpha$  来描述。较为常用的是形如式(12)所表达的指数形模型为<sup>[23]</sup>

$$\dot{\gamma}^\alpha = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau^\alpha(\theta)}{\hat{\tau}^\alpha(\theta)} \right|^{1/m} \text{sign}(\tau^\alpha) \quad (12)$$

式中  $\hat{\tau}^\alpha(\theta)$  为临界分切应力且与温度变化相关,  $m$  为率敏感指数。

硬化模型形式上采用修正的 Voce-Kock<sup>[24]</sup> 模型, 临界分切应力的演化方程为

$$\dot{\hat{\tau}}^\alpha = H_0 \left\{ \frac{\hat{\tau}^\alpha(\dot{\gamma}, \theta) - \hat{\tau}^\alpha(\theta)}{\hat{\tau}^\alpha(\dot{\gamma}, \theta) - \hat{\tau}_0} \right\} \dot{\gamma} \quad (13)$$

$$\dot{\gamma} = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^\alpha, \quad \hat{\tau}^\alpha(\dot{\gamma}, \theta) = \hat{\tau}_s^\alpha (\dot{\gamma} / \dot{\gamma}_s)^{m'} \quad (14, 15)$$

式中  $H_0$  为参考硬化率系数,  $\hat{\tau}_0$  为初始的临界分切剪应力,  $\hat{\tau}_s^\alpha$  为材料达到应力饱和状态时的硬化值,  $\hat{\tau}_s^\alpha$ ,  $\dot{\gamma}_s$  和  $m'$  为材料常数。

建立以弹性变形梯度为基本变量的控制方程, 已知当前的速度梯度和温度, 求解下一时刻的弹性

变形梯度,进而利用式(11,13)计算下一时刻的应力、应变和临界分切应力等。弹性变形梯度的控制方程为

$$\dot{\mathbf{F}}^e = \mathbf{L}\mathbf{F}^e - \mathbf{F}^e \left[ \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha}(\theta) \bar{\mathbf{P}}^{\alpha} \right] + \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \mathbf{L}^{\theta} \mathbf{F}^{p-1} \quad (16)$$

采用隐式的积分方法对式(16)进行求解。利用N-R迭代法,建立控制变量第K次迭代的残值表达式为

$$\mathbf{R}^k = \mathbf{F}_k^e - \mathbf{F}_t^e - \Delta t \mathbf{L} \mathbf{F}_k^e + \Delta t \mathbf{F}_k^e \left( \sum_{\alpha} \dot{\gamma}_k^{\alpha} \bar{\mathbf{P}}^{\alpha} \right) + \Delta t \mathbf{F} \mathbf{F}^{\theta-1} \mathbf{L}^{\theta} \mathbf{F}^{\theta} \mathbf{F}^{-1} \mathbf{F}_k^e \quad (17)$$

控制变量K+1次迭代增量的求解格式为

$$\mathbf{DR}^k(\mathbf{F}_k^e) : \Delta \mathbf{F}_k^e = -\mathbf{R}^k \quad (18)$$

式中  $\mathbf{DR}^k(\mathbf{F}_k^e)$  为一个四阶张量,表示对  $\mathbf{F}_k^e$  进行求导。其计算表达式为

$$\mathbf{DR}^k(\mathbf{F}_k^e) : \Delta \mathbf{F}_k^e = \Delta \mathbf{F}_k^e - \Delta t \mathbf{L} \Delta \mathbf{F}_k^e + \Delta t \Delta \mathbf{F}_k^e \left( \sum_{\alpha} \dot{\gamma}_k^{\alpha} \bar{\mathbf{P}}^{\alpha} \right) + \Delta t \Delta \mathbf{F}_k^e \Delta \mathbf{G}_k^e + \Delta t \mathbf{F} \mathbf{F}^{\theta-1} \mathbf{L}^{\theta} \mathbf{F}^{\theta} \mathbf{F}^{-1} \Delta \mathbf{F}_k^e \quad (19)$$

$$\Delta \mathbf{G}_k^e = \sum_{\alpha} \frac{d\dot{\gamma}_k^{\alpha}}{d\tau_k^{\alpha}} (\bar{\mathbf{P}}^{\alpha} \otimes \bar{\mathbf{P}}^{\alpha}) : \Delta \mathbf{T}_k^e \quad (20)$$

$$\Delta \mathbf{T}_k^e = (\Delta \mathbf{F}_k^{eT} \mathbf{F}_k^e + \mathbf{F}_k^{eT} \Delta \mathbf{F}_k^e) \mathbf{T}_k^e + \mathbf{C}_k^e \mathbf{C} : (\Delta \mathbf{F}_k^{eT} \mathbf{F}_k^e) \quad (21)$$

根据式(17~21)确定控制变量增量  $\Delta \mathbf{F}_k^e$  的9个分量值,进而得到  $\mathbf{F}_{k+1}^e$  的值。计算  $k+1$  次迭代的残值,重复该过程直到残值的  $L^2$  范数小于容许值(量级为  $10^{-10}$ ),迭代结束得到下一时刻的  $\mathbf{F}_{t+\Delta t}^e$ 。再利用式(11,12),式(10)和式(13)依次计算下一刻的应变,应力,剪切应变率和塑性耗散所造成温度的改变以及临界分切应力的大小。根据式(5)和式(4)重新确定  $t+\Delta t$  时刻的应力卸载构形和热膨胀的中间构形。更详细的过程介绍可参考文献[25]。

### 5 数值算例

拉伸时速度梯度的分量为  $L_{33} = 1.0, L_{11} = L_{22} = -0.5$ ,其余分量为0。以1100Al单晶为算例,FCC晶体结构具有 $\{111\}\langle 110 \rangle$ 型滑移系。假定单晶体具有连续周期性边界条件,认为单晶体各质点与外部加载的速度梯度保持一致。在算例部分针对计算模型本身,考虑变温条件对单晶体应力-应变响应的影 响。采用各向异性的与温度相关的弹性常数<sup>[16]</sup>,其与温度的关系如图2所示。热膨胀系数为  $23.6(1.0e-6/^{\circ}\text{C})$ ,热容系数为  $920 \text{ J/kg} \cdot \text{K}^{[16]}$ 。模型采用的材料参数的确定方法及其与实验的对比在文献[25]中有较为详细的叙述,参数列入表1。

算例中等效力为 Mises 等效力,等效应变  $\epsilon$  的计算公式为

$$\epsilon = \int d dt, d = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{D} \cdot \mathbf{D}} \quad (22)$$

式中  $\mathbf{D}$  为速度梯度  $\mathbf{L}$  的对称部分。

表1 模型参数  
Tab.1 Parameters for model

$\theta$ /K	$m$	$\dot{\gamma}_0$ /s <sup>-1</sup>	$H_0$ /MPa	$\tau_{cr}^0$ /MPa	$\tau_{cr}^1$ /MPa	$\dot{\gamma}_s$ /s <sup>-1</sup>	$m'$
300	0.05	1.0	58.41	27.17	61.8	$5.0 \times 10^{10}$	0.005
473	0.08	1.0	35.41	20.17	41.6	$5.0 \times 10^{10}$	0.008
673	0.13	1.0	7.41	9.17	18.3	$5.0 \times 10^{10}$	0.01

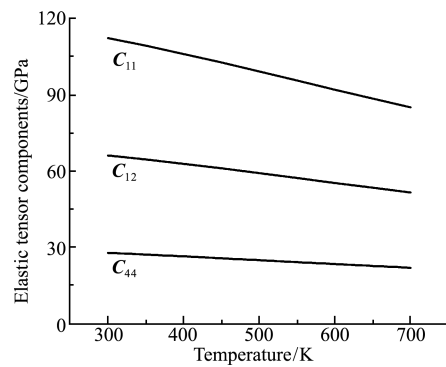


图2 温度与弹性张量分量之间的关系  
Fig.2 Relationship between the elastic tensor components and temperature

以三个不同升温速率为例,计算了单晶体在不同拉伸方向的作用下等效力与等效应变的响应,结果如图3(a)所示。在相同的升温条件下,[101]方向的强化能力较[001]方向强,原因是[101]方向是单晶体最密排原子平面的滑移方向,施密特取向因子大,需要较大的外力才能致使滑移系开动,但是随着变形终了温度(等效应变到达1.5时不同升温速率所对应的温度)的提高,不同拉伸方向之间强化能力的差异也随之减弱,即单晶体的各向异性差异随着温度的升高而降低。同样的结论在三个不同降温速率的作用下单晶体等效力和等效应变的结果中也有所体现,如图3(b)所示。

以升温速率为  $21.56 \text{ K/s}$  为例,计算不同应变率作用对单晶等效力-等效应变关系的影响,计算结果如图4所示。可以看出,随着应变率的增大,单晶体的应力水平和强化能力都有所提高。变温过程中等效力-等效应变之间的响应与应变率的变化呈现出正向相关的性质(即材料的应力和强化能力随着应变率的增大而提高)。关于应变率的影响,大多数的金属材料都表现出类似的现象,但有些材料在一定条件下表现出不同的性质。例如,

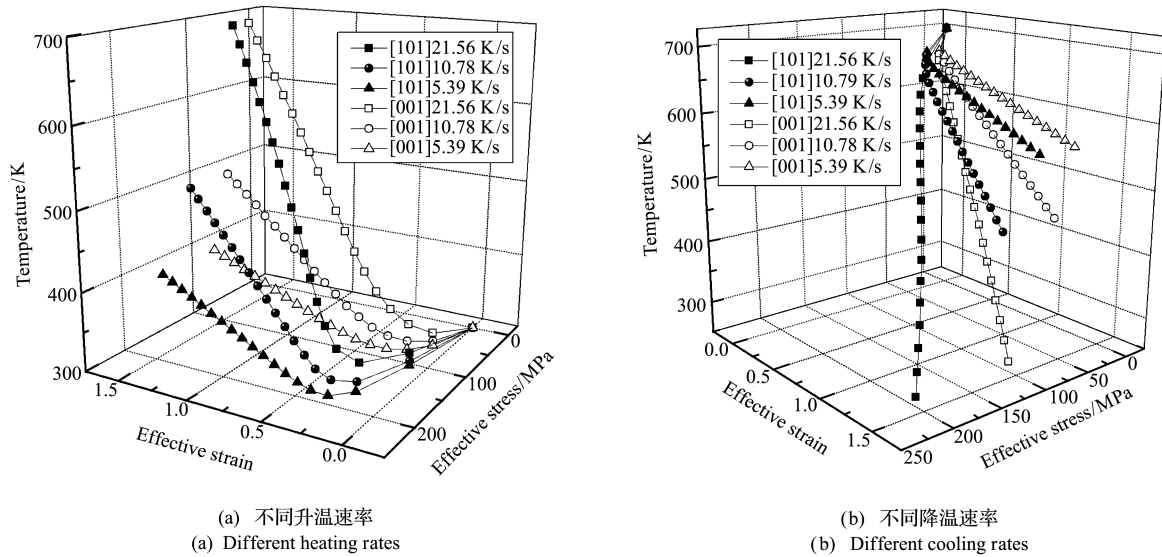


图3 不同变温速率在拉伸过程中对等效应力-等效应变响应的影响  
Fig. 3 Effect of different temperature variation rates on effective stress-effective strain response in tensile deformation

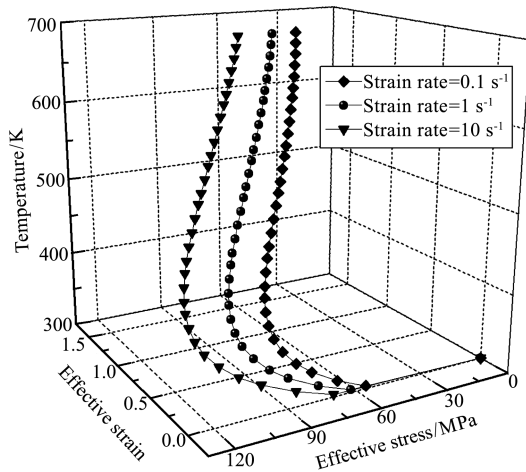


图4 升温过程中不同应变率对单晶等效应力-等效应变响应的影响  
Fig. 4 Effects of different strain rates on effective stress-effective strain response in heating process

AA5182-O 在温度为 293 K 时表现出反向的性质,即在应变率由  $10^{-4} \text{ s}^{-1} \sim 1.0 \text{ s}^{-1}$  的增加过程中,材料的应力和强化能力有所降低,产生该现象的原因可能与位错过程中溶质原子之间的相互作用有关<sup>[26]</sup>。Khan 等<sup>[26]</sup>针对此进行了相应的研究。本文计算所选取的应变率范围 ( $10^{-1} \text{ s}^{-1} \sim 10^1 \text{ s}^{-1}$ ) 也经常出现在板材轧制成形的过程中<sup>[24]</sup>,具有一定的普遍性。

## 6 结论

本文以弹性变形梯度为基本变量,结合热力学原理建立了能够体现温度效应的单晶有限变形计算模型。

计算了不同的拉伸方向、升降温速率以及应变率等因素对晶体有限变形的影响。结果表明,模型

能够较好地体现由于温度的改变对晶体的各向异性性质、应力以及强化能力的影响,能够描述不同应变率作用下的材料应力、应变之间的响应。

本文建立的反映温度效应的单晶有限变形计算模型,为多晶体的成形计算提供了相应的理论基础。

## 参考文献(References):

- [1] Kalidindi S R, Bronkhorst C A, Anand L. Crystallographic texture evolution in bulk deformation processing of FCC metals[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1992, **40**(3): 537-569.
- [2] Peirce D, Asaro R J, Needleman, Material rate dependence and localized deformation in crystalline solids[J]. *Acta Metallurgica*, 1983, **31**(12): 1951-1976.
- [3] Sarma G, Zacharia T. Integration algorithm for modeling the elasto-viscoplastic response of polycrystalline materials[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1999, **47**(6): 1219-1238.
- [4] Maniatty A M, Dawson P R, Lee Y S. A time integration algorithm for elasto-viscoplastic cubic crystals applied to modelling polycrystalline deformation [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1992, **35**(8): 1565-1588.
- [5] 张克实,张光,冯露.单晶体塑性滑移有限变形下的应力计算[J]. *力学学报*, 2002, **34**(4): 636-644. (ZHANG Ke-shi, ZHANG Guang, FENG Lu. Stress calculation of single crystal under finite slip plastic deformation[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2002, **34**(4): 636-644. (in Chinses))
- [6] Zhang G, Zhang K S, Feng L. On plastic anisotropy of constitutive model for rate-dependent single crystal

- [J]. *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, 2005, **26**(1):121-130.
- [7] 冯 露,张克实,张 光. HILL 屈服准则与晶体塑性模型对 FCC 单晶材料塑性各向异性描述能力的比较[J]. *计算力学学报*, 2003, **20**(5):535-540. (FENG Lu, ZHANG Ke-shi, ZHANG Guang. Comparative study of hill model with crystal plasticity for FCC single crystals[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2003, **20**(5):535-540. (in Chinese))
- [8] Li H W, Yang H, Sun Z C. A robust integration algorithm for implementing rate dependent crystal plasticity into explicit finite element method[J]. *International Journal of Plasticity*, 2008, **24**(2):267-288.
- [9] Simo J C, Miehe C. Associative coupled thermoplasticity at finite strains: formulation, numerical analysis and implementation[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1992, **98**(1):41-104.
- [10] Armero F, Simo J C. A new unconditionally stable fractional step method for non-linear coupled thermo-mechanical problems[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1992, **35**(4):737-766.
- [11] Canadija M, Brnic J. Associative coupled thermoplasticity at finite strain with temperature-dependent material parameters[J]. *International Journal of Plasticity*, 2004, **20**(10):1851-1874.
- [12] Srikanth A, Zabarar N. A computational model for the finite element analysis of thermoplasticity coupled with ductile damage at finite strains[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, **45**(11):1569-1605.
- [13] Adam L, Ponthot J. A coupled thermo-viscoplastic formulation at finite strains for the numerical simulation of superplastic forming[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2003, **139**(1):514-520.
- [14] Anand L, Gurtin M E. Thermal effects in the superelasticity of crystalline shape-memory materials[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2003, **51**(6):1015-1058.
- [15] Kothari M, Anand L. Elasto-viscoplastic constitutive equations for polycrystalline metals: application to tantalum[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1998, **46**(1):51-67.
- [16] Ganapathysubramanian S, Zabarar N. Modeling the thermoelastic-viscoplastic response of polycrystals using a continuum representation over the orientation space[J]. *International Journal of Plasticity*, 2005, **21**(2):119-144.
- [17] Yalcinkaya T, Brekelmans W, Geers M. BCC single crystal plasticity modeling and its experimental identification[J]. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 2008, **16**:1-16.
- [18] Christ D, Reese S. A finite element model for shape memory alloys considering thermomechanical couplings at large strains[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, **46**(20):3694-3709.
- [19] 张克实. 变温情形下单晶体热-粘塑性有限变形的分析方法[J]. *机械科学与技术*, 2001, **20**(1):1-4. (ZHANG Ke-shi. A finite element algorithm for crystal viscoplastic finite deformation[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2001, **20**(1):1-4. (in Chinese))
- [20] 张克实,杨士杰,周柏卓. 定向凝固涡轮叶片的晶体热粘塑性变形与损伤分析[J]. *航空动力学报*, 2004, **19**(6):762-770. (ZHANG Ke-shi, YANG Shi-jie, ZHOU Bai-zhuo. Crystalline thermo viscoplastic deformation and damage of directionally solidified turbine blade [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, **19**(6):762-770. (in Chinese))
- [21] 陈 云,崔俊芝,聂玉峰. 基于有限变形单晶塑性滑移的微观热-力耦合模型及其有限元计算[J]. *固体力学学报*, 2012, **33**(1):32-38. (CHEN Yun, CUI Jun-zhi, NIE Yu-feng. The thermo-mechanical coupled model of single crystal based on rate-dependent slip deformation theory and its FEM computation[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2012, **33**(1):32-38. (in Chinese))
- [22] Ganapathysubramanian S, Zabarar N. A continuum sensitivity method for finite thermo-elastic deformations with applications to the design of hot forming processes[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, **55**(12):1391-1437.
- [23] Pan J, Rice J R. Rate sensitivity of plastic flow and implications for yield-surface vertices [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1983, **19**(11):973-987.
- [24] Mathur K K, Dawson P R. On modeling the development of crystallographic texture in bulk forming processes[J]. *International Journal of Plasticity*, 1989, **5**(1):67-94.
- [25] 赵 聃,朱祎国,胡 平,等. 有限变形下单晶变温本构模型[J]. *固体力学学报*, 2013, **34**(3):266-271. (ZHAO Dan, ZHU Yi-guo, HU Ping, et al. Constitutive model of single crystal thermal finite deformation [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2013, **34**(3):266-271. (in Chinese))
- [26] Khan A S, Baig M. Anisotropic responses, constitutive modeling and the effects of strain-rate and temperature on the formability of an aluminum alloy[J]. *International Journal of Plasticity*, 2011, **27**(4):522-538.

## A new aerodynamic noise model for aerodynamic optimization design

YU Pei-xun<sup>\*1</sup>, BAI Jun-qiang<sup>1</sup>, GUO Bo-zhi<sup>1,2</sup>, HAN Xiao<sup>1</sup>, HAN Shan-shan<sup>1</sup>

(1. Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072, China;

2. Shanghai Aircraft Design & Research Institute, Shanghai 200233, China)

**Abstract:** A rapid prediction method of the aerodynamic noise is developed, which can be applied to the aerodynamic optimization design of the wing or airfoil. The method uses Reynolds-averaged Navier-Stokes equation with a two-equation turbulence model to include the effects of the lift coefficient, flow three-dimensionality, and wing design parameters on the trailing-edge noise. These effects are not considered in the existing, semi-empirical noise prediction methods. While compared to DNS or acoustic analogy method, the proposed noise metric is not the exact value of noise intensity, but it is a relative noise measure suitable for design studies. The new noise model is less expensive to the full-noise calculations done with computational aerodynamic noise methods. The total sound pressure level (SPL) of the different wings or airfoils and the change of the total SPL with the lift coefficient can be obtained by this method. It can be easily applied to the airfoil/wing. The reliability of the method is validated by calculating and analyzing the noise difference caused by the change of the geometric parameters or the free-stream conditions and comparing the results with the results obtained by the ANOPP software and the Brooks. Finally, Two-dimensional airfoils and three-dimension wing were computed to display the values of the method.

**Key words:** RANS equation; aerodynamic noise model; trailing-edge noise; optimization design; sound pressure level

~~~~~  
(上接第 505 页)

## A thermo-mechanical coupled model of single crystal for finite deformation

ZHAO Dan, ZHU Yi-guo, HU Ping<sup>\*</sup>, ZHANG Wan-xi

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

**Abstract:** A thermo-mechanical coupled model based on thermodynamic theory is presented. The elastic deformation gradient was chosen as the basic integration variable in this model. The effects of temperature, temperature changing rate and dissipation of plastic deformation are considered in the finite deformation computation. Compared to the traditional algorithm with the elastic deformation gradient as its basic variable, this model can reveal the thermal effects. An implicit integration method was chosen to ensure the numerical stability. The effects of different heating/cooling rates and strain rates on stress-strain response of 1100 Al single crystal are computed. The results showed that this model can evaluate the variation of anisotropy and stress-strain response for single crystal deformation with changing temperature.

**Key words:** single crystal; crystal slip; finite deformation; thermal effects