

文章编号 1004-924X(2014)07-1904-08

## 基于离散萤火虫压缩感知重构的 无线传感器网络多目标定位

刘洲洲<sup>1,2\*</sup>, 王福豹<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学 电子信息学院, 陕西 西安 710072;  
2. 西安航空学院, 陕西 西安 710077)

**摘要:**研究了压缩感知(CS)理论在无线传感器网络(WSNs)多目标定位中的应用。提出一种基于离散萤火虫算法的压缩感知重构方法,并设计了具体算法实现流程,该算法摆脱了传统压缩感知重构算法对稀疏度K的依赖且能够准确地重构出原始信号。基于此,将新的压缩感知重构算法应用于 WSNs 目标定位,建立了 WSNs 系统模型,构造了合理的测量矩阵和稀疏矩阵,并分析了测量矩阵与重构结果之间的关系,最终实现了 WSNs 多目标定位。仿真结果表明该方法在稀疏信号重构性能及多目标定位精度方面具有较好效果,定位精度优于贪婪匹配跟踪(GMP)算法、正交匹配追踪(OMP)算法和最大似然估计(MLE)算法,且用于 WSNs 定位的传感器节点数目减少了 20%,抗噪性达到了 20 dB。

**关 键 词:** 无线传感器网络; 压缩感知; 多目标定位; 重构方法; 离散萤火虫优化算法

中图分类号: TP393 文献标识码: A doi: 10.3788/OPE.20142207.1904

## Multiple target localization in WSNs via CS reconstruction based on discrete GSO algorithm

LIU Zhou-zhou<sup>1,2\*</sup>, WANG Fu-bao<sup>1</sup>

(1. School of Electronics and Information,  
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;  
2. Xi'an Aeronautical University, Xi'an 71007, China)  
\* Corresponding author, E-mail: liuzhouzhou8192@126.com

**Abstract:** The application of Compressed Sensing(CS)theory to multiple target localization in Wireless Sensor Networks(WSNs )was explored. A CS reconstruction method based on Discrete Glowworm Swarm Optimization(DGSO) algorithm was proposed and the algorithm processing was designed. Different from the traditional reconstruction method, the DGSO algorithm is independent on the sparse K and can accurately reconstruct the original signal. The improved CS was applied to the multiple target localization in WSNs, and the WSNs application model was established. Then, a reasonable measuring matrix and a sparse matrix were constructed, and the relationship between measuring matrix and reconstructed results was analyzed. Finally, the multiple target localization was achieved in WSNs. The simulation results show that this method has better effect in the sparse signal reconstruction and multi target locating precision, and its location precision is better than those of

收稿日期:2013-09-16; 修定日期:2013-10-29.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61103242)

Greedy Matching Pursuit (GMP), Orthogonal Matching Pursuit (OMP) and mum Likelihood Estimation( MLE). Moreover, it reduces the network communication data amounts, extends the lifetime of WSNs. The number of sensor nodes for localization of WSNs is reduced by 20%, and the anti-noise can reach to 20 dB.

**Key words:** Wireless Sensor Network (WSN); compressed sensing; multiple target localization; reconstruction method; discrete glowworm swarm optimization algorithm

## 1 引言

近年来,随着传感器技术、无线通信技术、分布式信息处理技术的不断发展,无线传感器网络 (Wireless Sensor Networks, WSNs) 在军事、环境监控、跟踪定位等领域得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。由于传感器节点位置信息对于 WSNs 中的应用日益重要<sup>[2]</sup>,因此传感器节点定位问题成为了该领域的研究热点。常见的定位算法有 RSSI(Received Signal Strength Indication) 及其改进算法<sup>[3]</sup>、TOA (Time of Arrival)<sup>[4]</sup>、TDOA (Time Difference of Arrival)<sup>[5]</sup>等,其中 RSSI 由于具有成本低、方便获取、无需多余硬件等特点而得了广泛应用<sup>[6]</sup>。但是,由于外部环境干扰、节点能量限制等因素的影响,这些定位算法还难以有效应用于实际应用环境<sup>[2]</sup>。

压缩感知(Compressed Sensing, CS)<sup>[7]</sup>是一种全新的数据压缩与重构理论,它通过低维空间、欠奈奎斯特(Nyquist)采样数据非相关观测来实现对高维信号的感知<sup>[8]</sup>。CS 主要包括信号稀疏变换、观测矩阵设计、信号重构算法等,其中信号重构算法是 CS 理论的核心。Donoho 指出信号重构求解最小  $l_0$  范数问题是 NP-hard,无法获得最优解<sup>[9]</sup>。之后,学者们提出了很多求解次最优解的算法,主要包括贪婪匹配跟踪算法(Greedy Matching Pursuit, GMP)、正交匹配追踪算法(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)、正则化正交匹配追踪法 (Regularized Orthogonal Matching Pursuit, ROMP) 等。文献[10]利用 GMP 算法实现了信号重构,并且很大程度地提高了计算速度,但是该算法要求信号稀疏度已知;文献[11]从数学理论方面研究了 OMP 算法,证明其能以极大的概率准确地重构信号,但同时指出 OMP 并不能够准确地重构出所有信号,而且

对测量矩阵的要求比 RIP<sup>[9]</sup>的条件更加严格;文献[12]探讨了稀疏度未知情况下的重构方法,但是该方法需要对有效子空间进行跟踪与扩充。

CS 理论的提出为 WSNs 定位的研究开辟了全新的思路,文献[13]采用 CS 理论研究了 WSNs 定位问题,但是该方法要求传感节点要有一个定位字典;文献[14]通过 K 个稀疏度为 1 的 N 维向量压缩感知重构实现了 WSNs 多目标定位,但是系统通信开销比较大,而且假定传感节点对应的目标都存在单独测量值。

本文提出了一种基于离散萤火虫算法的 CS 重构方法 (Discrete Glowworm Swarm Optimization Reconstruction Method, DGSOR)。该方法将重构结果转化为萤火虫离散编码方式,通过萤火虫迭代进化操作获得次最优重构位置信息,可以在稀疏度未知的情况下,实现信号重构。在此基础上,将 WSNs 目标定位问题转化成压缩感知问题,即将目标位置当作稀疏向量,通过构造有效的测量矩阵和稀疏矩阵来实现 WSNs 多目标定位。最后,通过仿真实验分析验证所提算法的性能。

## 2 问题描述

在方形监控区域内(该区域被划分为 N 个网格)随机部署 M 个传感器(传感器位置已知),整个监控区域中共有 K 个目标(K 未知)。多传感器节点用于测量监控区域内目标的能量信号,并进行信息传输与处理,最后在融合中心实现目标定位。假定 K 个目标能量值为线性叠加,相互之间不存在信号干扰,则第 i 个传感器接收到的能量  $x_i$  为:

$$x_i = \sum_{k=1}^K P_{i,k} + v_i, P_{i,k} = P_0 G_{i,k} / d_{ik}^{\alpha}, \quad (1)$$

其中:  $v_i \sim N(0, \xi_i^2)$  为高斯分布白噪声;  $P_{i,k}$  为

( $1 \leq k \leq K$ ) 第  $i$  个传感器接收到的第  $k$  个目标的信号强度;  $G_{i,k}$  为第  $k$  个目标到第  $i$  个传感器的瑞利衰减<sup>[15]</sup>;  $d_{ik}$  为第  $i$  个传感器与第  $k$  个目标之间的欧拉距离。

对于  $N$  个网格, 将目标位置限定为网格中心, 目标位置可用向量  $s = [s_1, \dots, s_j, \dots, s_N]^T$  表示。当第  $j$  个网格有目标时,  $s_j = 1$ ; 否则  $s_j = 0$ , 显然  $s$  为稀疏度为  $K$  的  $N \times 1$  向量 ( $K \ll N$ )。WSNs 多目标定位问题的实质是根据多传感节点测量值求解目标位置向量  $s$ 。压缩感知理论采用稀疏信号重构方法将定位问题转化为稀疏逼近问题, 再通过求解目标空间位置稀疏向量实现 WSNs 多目标定位。

### 3 压缩感知与稀疏重构

#### 3.1 压缩感知理论

2006 年, Candès 和 Donoho 在相关研究的基础上, 提出了 CS 理论<sup>[16]</sup>。CS 的基本原理可以描述为: 假设  $N$  维信号  $x_{N \times 1}$  在空间正交基  $\{\psi_i\}_{i=1}^N$  ( $\psi_i$  为  $N \times 1$  基向量) 下的展开是  $K$  ( $K \ll N$ ) 稀疏的, 即:

$$x_{N \times 1} = \Psi_{N \times N} s_{N \times 1}, \quad (2)$$

其中:  $\Psi_{N \times N} = [\psi_1, \dots, \psi_N]$  为稀疏矩阵,  $s_{N \times 1}$  为信号  $x_{N \times 1}$  在稀疏矩阵  $\Psi_{N \times N}$  下的表达, 采用一个与  $\Psi_{N \times N}$  不相关的测量矩阵  $\Phi_{M \times N}$  对  $x_{N \times 1}$  进行测量, 得到  $M$  ( $M \ll N$ ) 个测量样本数据, 即:

$$\begin{aligned} A_{M \times N} &= \Phi_{M \times N} \Psi_{N \times N} \\ y_{M \times 1} &= \Phi_{M \times N} x_{N \times 1} = A s. \end{aligned} \quad (3)$$

稀疏信号重构是指已知稀疏矩阵  $\Psi_{N \times N}$ 、测量矩阵  $\Phi_{M \times N}$  和测量信号  $y_{M \times 1}$ , 求解稀疏向量  $s_{N \times 1}$  的过程。由于式(3)为欠定方程组, 具有无穷多解, CS 指出当矩阵  $A_{M \times N}$  满足限等距性 (Restricted Isometry Property, RIP) 条件时, 式(3)可行解中的最小  $l_0$  范数解就是稀疏向量  $s_{N \times 1}$ <sup>[6]</sup>。即通过求解  $l_0$  范数优化求解  $s_{N \times 1}$ :

$$\min \|s\|_{l_0}, \text{s. t. } y = As = \Phi \Psi s. \quad (4)$$

#### 3.2 基于离散萤火虫算法的 CS 稀疏重构 (DGSOR)

信号稀疏重构算法是 CS 理论核心内容, 目前, 对于信号稀疏重构算法的研究正朝着性能稳

定、计算复杂度低、观测数量少的方向发展<sup>[16]</sup>。为了使萤火虫优化算法 (Giowworm Swarm Optimization, GSO)<sup>[17-18]</sup> 能够应用于信号稀疏重构算法中, 本文对 GSO 算法进行了离散化处理, 并提出了适用于离散问题的萤火虫更新策略。基于离散萤火虫算法<sup>[18]</sup>的 CS 重构新方法 DGSOR 的思路与传统重构方法不同, 它不要求稀疏度已知, 而是将稀疏向量  $s_{N \times 1}$  等效为萤火虫编码方式, 通过对目标函数进行优化求解, 最终获得  $s_{N \times 1}$  中非零元素的位置信息。

**定义 1** 萤火虫粒子的目标函数定义为:

$$\min f(s) = \|y - \Phi \Psi s\|_2^2 (s \in \mathbb{R}^N), \quad (5)$$

其中:  $s$  为所求稀疏信号, 这里表示萤火虫空间位置编码方式。

DGSOR 的工作过程可以描述如下(为了方便描述, 假设信号没有干扰噪声):

Step0. 算法设置。设置萤火虫种群规模为  $F$ , 初始荧光素为  $l_0$  ( $l_0$  为常数, 与具体优化问题有关), 初始决策范围为  $r_d$ , 算法最大迭代次数为  $T_{max}$ , 以及其他相关参数, 设定算法终止条件为  $\|y - \Phi \Psi s\|_2^2 \leq \epsilon$ 。

Step1. 初始化。随机生成规模为  $F$  的初始萤火虫群体  $P = \{s_1, s_2, \dots, s_F\}$ , 迭代次数  $t \leftarrow 0$ , 构造稀疏矩阵  $\Psi$ 、测量矩阵  $\Phi$ , 采集测量信号  $y$ 。

Step2. 执行离散萤火虫操作。

Step2.1 荧光素更新。 $t$  时刻, 对于萤火虫  $s_i(t)$ , 其荧光素  $l_i(t)$  按式(6)更新:

$$l_i(t) = (1 - \rho) l_i(t-1) + \gamma f[s_i(t)], \quad (6)$$

其中:  $\rho \in (0, 1)$ 、 $\gamma \in (0, 1)$  为荧光素控制因子。

Step2.2 萤火虫编码更新。通过观察萤火虫的编码方式发现, 可以通过一系列编码位调换操作实现不同的编码形式。定义编码位调换操作  $X$  表示调换编码中任意 2 个不同的编码位;  $C(A \leftrightarrow B) = \{X_1, X_2, \dots, X_l\}$  ( $0 \leq l \leq N$ ) 为编码转换操作, 因此, 编码转换可以描述为  $B = A + CH(A \leftrightarrow B)$  (如图 1 所示)。 $t$  时刻, 对萤火虫  $s_i(t)$  按式(7)和式(8)进行更新:

$$\begin{aligned} s_i(t+1) &= s_i(t) + \\ &\{(X_1, \dots, X_m) \mid X_m \in CH[s_b(t) \leftrightarrow s_i(t)]\} + \\ &\{(X_1, \dots, X_n) \mid X_n \in CH[s_g(t) \leftrightarrow s_i(t)]\}. \quad (7) \\ m &\leq \min[\text{rand}(\omega_l | CH(s_b \leftrightarrow s_i))], l, \end{aligned}$$

$$n \leq \min[\text{rand}(\omega_2 | \text{CH}(s_g \leftrightarrow s_i) |), l]. \quad (8)$$

其中: $s_g(t)$ 与 $s_i(t)$ 分别表示当前群体中目标函数值最优的编码和 $s_i(t)$ 决策范围<sup>[16]</sup>内目标函数值最优个体,|CH( $X_b \leftrightarrow X_i$ )|表示CH( $X_b \leftrightarrow X_i$ )中编码位调换操作的个数。

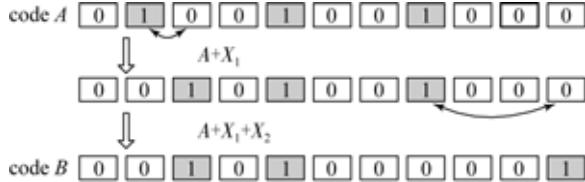


图1 离散萤火虫算法粒子编码更新策略

Fig.1 Update strategy of particle coding based on DGSO

Step2.3 萤火虫决策范围动态调整。 $t$ 时刻,萤火虫 $s_i(t)$ 的决策范围 $r_d^i(t)$ 按式(9)进行动态调整:

$$r_d^i(t+1) = \min\{r_s, r_d^i(t) + \beta[N_t - |N_i(t)|]\}, \quad (9)$$

其中: $\beta$ 为 $r_d^i(t)$ 的更新率; $N_t$ 为 $r_d^i(t)$ 内萤火虫数量阈值;| $N_i(t)$ |为 $N_i(t)$ 内萤火虫数目。

Step2.4 群体极值更新。更新群体最优函数值编码 $s_g(t)$ 。

Step3. 算法终止条件判断。判断是否满足

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_0 G_{1,1}}{d_{11}^a} s_1 + \dots + \frac{P_0 G_{N,1}}{d_{N1}^a} s_N \\ \frac{P_0 G_{1,2}}{d_{12}^a} s_1 + \dots + \frac{P_0 G_{N,2}}{d_{N2}^a} s_N \\ \vdots \\ \frac{P_0 G_{1,N}}{d_{1N}^a} s_1 + \dots + \frac{P_0 G_{N,N}}{d_{NN}^a} s_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_0 G_{1,1}}{d_{11}^a} & \frac{P_0 G_{2,1}}{d_{21}^a} & \dots & \frac{P_0 G_{N,1}}{d_{N1}^a} \\ \frac{P_0 G_{1,2}}{d_{12}^a} & \frac{P_0 G_{2,2}}{d_{22}^a} & \dots & \frac{P_0 G_{N,2}}{d_{N2}^a} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{P_0 G_{1,N}}{d_{1N}^a} & \frac{P_0 G_{2,N}}{d_{2N}^a} & \dots & \frac{P_0 G_{N,N}}{d_{NN}^a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_N \end{bmatrix} = \Psi_s, \quad (10)$$

其中: $d_{ij}$ 表示第*i*个目标到*j*个网格的欧拉距离;式(10)表示测量值 $x_{N \times 1}$ 为 $\Psi$ 上的稀疏向量,因此可以构造稀疏矩阵 $\Psi$ 。根据CS理论,只需要M

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1,1} x_1 + \dots + \Phi_{N,1} x_N \\ \Phi_{1,2} x_1 + \dots + \Phi_{N,2} x_N \\ \vdots \\ \Phi_{1,M} x_1 + \dots + \Phi_{N,M} x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1,1} & \Phi_{1,2} & \dots & \Phi_{1,N} \\ \Phi_{2,1} & \Phi_{2,2} & \dots & \Phi_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{M,1} & \Phi_{M,2} & \dots & \Phi_{M,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \Phi x, \quad (11)$$

其中: $\Phi_{i,j}=1$ ,则表示第*i*个传感器在第*j*个网格上,否则, $\Phi_{i,j}=0$ 。因此可以构造 $\Phi$ 为测量矩阵。联立式(10)~式(11),有:

$$y_{M \times 1} = \Phi x = \Phi \Psi s = \Phi s. \quad (12)$$

当测量值中含有噪声时,式(12)可以表示为:

$$y_{M \times 1} = \Phi s + v_{M \times 1}, \quad (13)$$

其中: $v_{M \times 1} = [v_1, v_2, \dots, v_M]^T$ 为高斯白噪声。此

算法终止条件,若满足,则输出最优编码结果,算法终止,否则 $t \leftarrow t+1$ ,并转到Step2。

通过DGSOR算法可以确定稀疏结果中非零元素的位置信息,进一步利用最小二乘法可以获得非零元素的位置幅度信息。

### 3.3 算法的计算复杂度

DGSOR种群初始化的计算复杂度为 $O(F)$ ,萤火虫荧光素更新时的计算复杂度为 $O(F)$ ,萤火虫编码更新时的计算复杂度为 $O(m \cdot F \cdot \log N) + O(n \cdot F \cdot \log N)$ ,萤火虫决策范围动态调整时的计算复杂度为 $O(F)$ ,群体极值更新时的计算复杂度为 $O(F \cdot \log F)$ ,因此,在每一代的运行过程中,算法的计算复杂度为 $CC = 3 \cdot O(F) + O(m \cdot F \cdot \log N) + O(n \cdot F \cdot \log N) + O(F \cdot \log F)$ ,算法总的计算复杂度为 $T_{\max} \cdot CC$ 。

## 4 压缩感知 WSNs 多目标定位

### 4.1 构造稀疏矩阵与测量矩阵

假设在每个网格中都部署一个传感器节点,则N个节点的测量信号 $x_{N \times 1} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ 可以表示为:

一个传感器测量值 $y_{M \times 1} = [y_1, y_2, \dots, y_M]^T$ 就可以实现目标定位,即:

时,就将WSNs多目标定位问题转化为压缩感知重构问题。因此,当矩阵 $A = \Phi \Psi$ 满足RIP条件时,可以采用DGSOR方法恢复出目标位置稀疏向量 $s_{N \times 1}$ 。

### 4.2 RIP 性质证明

**定义2** 对于任意K稀疏的信号 $s$ ,如果存在常数 $\gamma_K \in (0, 1)$ 使得式(14)成立,则矩阵 $X$ 满

足约束等距条件 RIP<sup>[19-20]</sup>。

$$\|\mathbf{s}\|_2^2(1-\gamma_K) \leq \|\mathbf{X}_T \mathbf{s}\|_2^2 \leq \|\mathbf{s}\|_2^2(1+\gamma_K), \quad (14)$$

其中:  $T \subset \{1, \dots, N\}$ ,  $|T| \leq K$ ,  $\mathbf{X}_T$  为  $T$  在矩阵  $\mathbf{X}$  中对应各列构成的矩阵。

**定理 1** 当传感器节点  $M = O(c(K+1)\ln(N/K))$  时, 矩阵  $\mathbf{A}$  依概率  $1-\varphi$  满足 RIP 条件。其中:  $\varphi \in (0, 1)$ ,  $c=8/\gamma_K^2$ 。在相关文献的基础上, 本文给出了定理 1 的证明过程。

**证明** 由于  $\mathbf{A}=\Phi\Psi$ , 因此有:

$$\mathbf{A} = P_0 \begin{bmatrix} G'_{11}/D_{11}^\alpha & G'_{21}/D_{21}^\alpha & \cdots & G'_{N1}/D_{N1}^\alpha \\ G'_{12}/D_{12}^\alpha & G'_{22}/D_{22}^\alpha & \cdots & G'_{N2}/D_{N2}^\alpha \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G'_{1M}/D_{1M}^\alpha & G'_{2M}/D_{2M}^\alpha & \cdots & G'_{NM}/D_{NM}^\alpha \end{bmatrix}, \quad (15)$$

其中:  $D_{ij}$  表示第  $i$  个目标到第  $j$  个传感器的欧拉距离。由于  $G'_{ij}$  为瑞利衰减, 因此有:

$$G'_{ij} = G'_{ij,r} + i \times G'_{ij,i} \rightarrow \mathbf{A} = \mathbf{A}_r + i \times \mathbf{A}_i, \quad (15)$$

其中:  $G'_{ij,r}$ 、 $\mathbf{A}_r$  及  $G'_{ij,i}$ 、 $\mathbf{A}_i$  分别对应实部和虚部, 而且  $G'_{ij,r} \sim N(0, \zeta^2)$  和  $G'_{ij,i} \sim N(0, \zeta^2)$ 。显然当  $\mathbf{A}_r(\mathbf{A}_i)$  满足 RIP 条件时, 矩阵  $\mathbf{A}$  就满足 RIP 条件。对于矩阵  $\mathbf{A}_r$  的第  $i$  行  $\mathbf{A}_r^i = P_0 [G'_{1i}/D_{1i}^\alpha \ G'_{2i}/D_{2i}^\alpha \ \cdots \ G'_{Ni}/D_{Ni}^\alpha]$ , 对其进行归一化处理, 即:

$$\langle \mathbf{A}_r^i \rangle = \mu \langle P_0 G'_{1i}/D_{1i}^\alpha \ P_0 G'_{2i}/D_{2i}^\alpha \ \cdots \ P_0 G'_{Ni}/D_{Ni}^\alpha \rangle. \quad (16)$$

$$\mu = \sqrt{N(M \sum_{j=1}^N P_0^2 \zeta^2 / D_{ij}^{2\alpha})}, \quad (17)$$

其中:  $\mu$  为归一化常数。对于稀疏向量  $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ , 其与  $\mathbf{A}_r^i$  的乘积为高斯分布, 即:

$$\mathbf{A}_r^i \mathbf{s} \sim N(0, \delta_1^2), \quad \delta_1^2 = K \mu^2 \left( \sum_{j=1}^N P_0^2 \zeta^2 / D_{ij}^{2\alpha} \right) / N. \quad (18)$$

令  $X_i = \mathbf{A}_r^i \mathbf{s}$ , 则有  $\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 = X_1^2 + \cdots + X_M^2$ , 因此,  $\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 \sim \chi(M)$ , 且  $E(\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2) = M\delta_1^2$ ,  $D(\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2) = 2M\delta_1^4$ 。当  $M$  取较大值时,  $\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 / \|\mathbf{s}\|_2^2$  服从高斯分布, 其方差为:

$$D(\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 / \|\mathbf{s}\|_2^2) = 2M\delta_1^4 / K^2 = 2/M. \quad (19)$$

由 Chernoff 不等式得,

$$P\{|\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 / \|\mathbf{s}\|_2^2| - \gamma_K\} \geq 2e^{-\gamma_K^2 M/8}. \quad (20)$$

对于矩阵  $\mathbf{A}_r$  的  $K$  维子空间总数为:

$$\binom{N}{K} \leq (eN/K)^K. \quad (21)$$

因此, 任取稀疏向量  $\mathbf{s}$  有:

$$P\{|\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 / \|\mathbf{s}\|_2^2| - \gamma_K\} \geq 2e^{-\gamma_K^2 M/8} (eN/K)^K = 2e^{-\frac{\gamma_K^2 M}{8} + K \ln(\frac{N}{K}) + K}. \quad (22)$$

定义  $u_\varphi$  为指数函数  $f(x) = e^x$  下侧分位数, 即:  $P\{x \leq u_\varphi\} = \varphi$  (本文中, 取  $\varphi \in (0, 1)$ , 因此  $u_\varphi < 0$ )。结合式(22), 当  $\frac{M\gamma_K^2}{8} - K \ln\left(\frac{N}{K}\right) - K \geq |u_\varphi|$  成立时,  $P\{|\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 / \|\mathbf{s}\|_2^2| - \gamma_K\} \leq \varphi$ , 即当  $M \geq \frac{8}{\gamma_K^2} \left[ (K+1) \left( \frac{N}{K} \right) + |u_\varphi| \right]$  时,  $P\{|\|\mathbf{A}_r \mathbf{s}\|_2^2 / \|\mathbf{s}\|_2^2| \leq \gamma_K\} \geq 1 - \varphi$ 。因此, 当  $M = O(c(K+1)\ln(N/K))$  时 ( $c=8/\gamma_K^2$ ), 矩阵  $\mathbf{A}$  依概率  $1-\varphi$  满足 RIP 条件, 当  $\varphi \leq 0.05$  时, 矩阵  $\mathbf{A}$  满足约束等距条件的概率在 95% 以上。证毕。

## 5 仿真结果

### 5.1 评价指标

当目标估计位置与真实位置误差达到一定阈值时, 此次定位失效。定义 POF (Positioning Failure) 为目标定位失效率, 其计算公式为  $POF = (K - K_i)/K$  ( $K_i$  为定位成功数目)。

目标定位误差 (Root Mean Squared Error, RMSE) 定义为:

$$RMSE = \left( \sum_{k=1}^{K_i} \sqrt{\|\rho'_k - \rho_k\|_2^2} \right) / K_i, \quad (23)$$

其中:  $\rho'_k$  为真实位置,  $\rho_k$  为估计位置。

### 5.2 实验设置

监控区域设置为  $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$  的方形区域, 并划分为 400 个网格, 每个网格的边长  $r = 1 \text{ m}$  (此时传感器定位精度为 1 m)。采用信号衰减模型生成测量矩阵, 其中:  $P_0 = 1$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\zeta = 0.5$ 。稀疏信号重构算法 DGSOR 参数设置如表 1 所示。目标稀疏度  $K$  ( $K \leq 20$ ) 未知, 为了进一步分析基于 DGSOR 的 WSNs 目标定位方法的性能, 在测量结果中加入了高斯白噪声。

表 1 DGSOR 参数设置

Tab. 1 Parameters of DGSOR

参数	取值	参数	取值	参数	取值
F	200	$\rho$	0.4	$\omega_1$	0.2
$l_0$	5	$\gamma$	0.6	$\omega_2$	0.8
$N_t$	5	$T_{max}$	500	$\epsilon$	0.01

在实验中, 通过设置 SNR (Signal Noise

Ratio,环境噪声)、M、K等参数,分析DGSOR、GMP、OMP和MLE算法的目标定位性能。

### 5.3 实验结果及分析

#### 5.3.1 DGSOR、GMP、OMP 和 MLE 的性能比较

设定  $K=4$ ,  $\text{SNR}=20 \text{ db}$ , 取  $M=25$ 。分别采用4种算法进行定位,每种算法运行50次,并对定位成功目标位置取均值,图2给出了4种算法的定位结果。由图2可以看出,DGSOR算法能以较小的定位误差进行目标定位,其平均定位精度优于其他3种算法;OMP算法定位精度较差,而且只适用于K已知的目标。表2给出了4种算法的RMSE、平均消耗时间 $\bar{T}$ 和POF。从表2可以看出,DGSOR算法在平均定位精度和定位失效率方面要优于其他3种算法,在平均时间消耗方面,由于进行多次迭代,因此耗时相对较长。

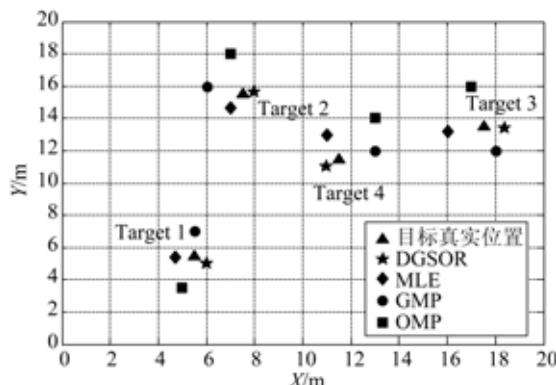


图2 DGSOR、GMP、OMP 和 MLE 算法目标定位结果

Fig. 2 Target location results of DGSOR, GMP, OMP and MLE

表2 DGSOR、GMP、OMP 和 MLE 算法性能比较

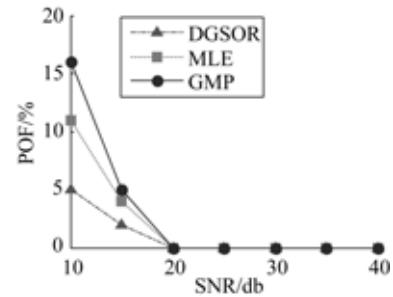
Tab. 2 Performance comparison of DGSOR, GMP, OMP and MLE

指标	DGSOR	GMP	OMP	MLE
RMSE/m	0.562	1.023	1.985	0.657
$\bar{T}/\text{s}$	1.23	0.12	0.02	0.94
POF	5%	11%	23%	8%

#### 5.3.2 系统参数对性能的影响

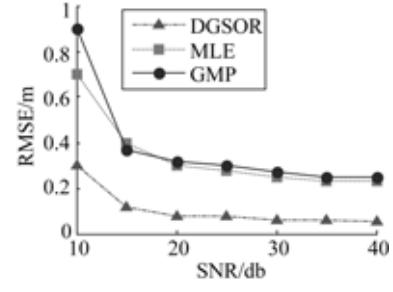
将监控区域设置为  $30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$ , 取  $N=900$ ,  $K \leq 40$ 。通过设置不同的 SNR、M、K 等, 对比分析 DGSOR、GMP 和 MLE 算法的目标定位性能。

图3给出了不同 SNR 级别下 3 种算法的性能对比结果 ( $M=160$ ,  $K=20$ )。从图3可以看出,当 SNR 取值为  $20 \sim 40 \text{ db}$  时, POF 和 RMSE 的变化均不大, 这说明 3 种算法均具有一定的抗噪能力; 当  $\text{SNR} < 20 \text{ db}$  时, 随 SNR 的改变, POF 和 RMSE 变化较大; 但不同噪声级别下 DGSOR 算法的定位性能总是优于 GMP 和 MLE 算法。



(a) 不同 SNR 下目标定位失效率比较

(a) Comparison of POF under different SNRs



(b) 不同 SNR 下目标定位误差比较

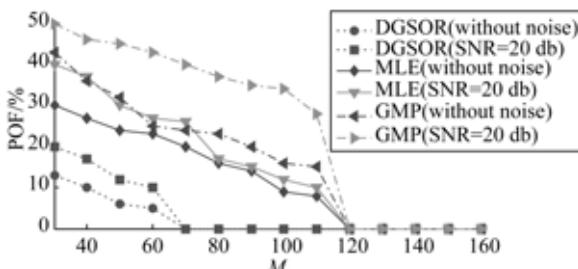
(b) Comparison of RMSE under different SNRs

### 图3 不同 SNR 下的算法定位性能比较

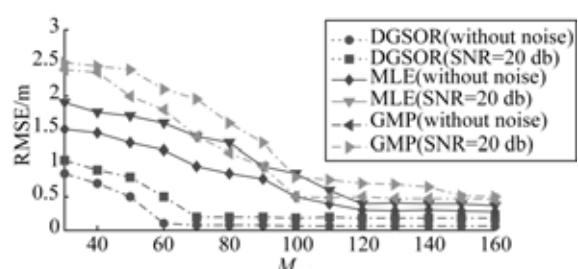
Fig. 3 Performance comparison of DGSOR, MLE and GMP under different SNRs

图4给出了不同  $M$  下 3 种算法的性能对比结果 ( $K=20$ )。从图4可以看出,随着测量传感器个数的增加,3 种算法的测量精度和准确率均不断提高,  $M=20$  时,DGSOR 算法实现目标准确定位所需的传感器测量节点数目比其他两种算法降低了 20%, 在相同 SNR 下,DGSOR 算法定位误差始终小于其他 2 种算法。

图5给出了不同  $K$  下 3 种算法的性能对比结果 ( $M=160$ )。从图5可以看出,当  $K \leq 20$  时, 3 种算法都能准确地实现目标定位, 而且定位精

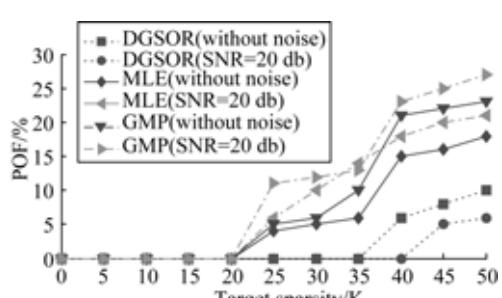


(a) 不同  $M$  下目标定位失效率比较  
(a) Comparison of POF under different  $M$

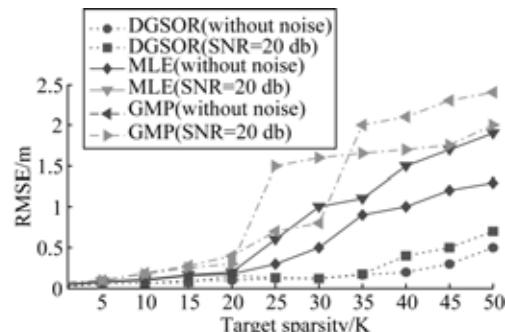


(b) 不同  $M$  下目标定位误差比较  
(b) Comparison of RMSE under different  $M$

Fig. 4 Performance comparison of DGSOR, MLE and GMP under different  $M$



(a) 不同  $K$  下目标定位失效率比较  
(a) Comparison of POF for target with different  $K$



(b) 不同  $K$  下目标定位误差比较  
(b) Comparison of RMSE for targets with different  $K$

Fig. 5 Performance comparison of DGSOR, MLE and GMP with different  $K$

度均比较高,随着  $K$  的增加,算法的 POF 和 RMSE 均不断加大,DGSOR 算法在  $K \leq 35$  的情况下,仍能以较高准确率进行目标定位,而且定位精度均优于其他 2 种算法。

## 6 结 论

本文提出了一种新的基于离散萤火虫压缩感知重构的 WSNs 目标定位方法,仿真结果表明,基于离散萤火虫压缩感知重构的目标定位方法能够准确地进行多目标定位,定位性能优于 GMP、OMP 和 MLE 算法,而且用于 WSNs 定位的传感器节点数目减少了 20%,抗噪性可达 20 db。未来在对压缩感知定位算法优化的研究中,应进一步提高算法在高噪声环境下的定位性能,以及改善信号重构算法的稳定性。

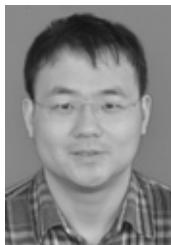
## 参考文献:

- [1] 张晓平,刘桂雄,周松斌.利用最小二乘支持向量机实现无线传感器网络的目标定位[J].光学精密工程,2010,18(9):2060-2068.  
ZHANG X P, LIU G X, ZHOU S B. Target localization based on LSSVR in wireless sensor networks [J]. Opt. Precision Eng., 2010, 18(9): 2060-2068. (in Chinese)
- [2] 朱剑,赵海,徐久强,等.无线传感器网络中的定位模型[J].软件学报,2011,22(7):1612-1625.  
ZHU J, ZHAO H, XU J Q, et al.. Localization model in wireless sensor networks [J]. Journal of Software, 2011, 22(7): 1612-1625. (in Chinese)

- Software, 2011, 22(7):1612-1625. (in Chinese)
- [3] 田丰,郭巍,王传云,等.大规模 WSNs 多层定位模型与误差分析[J].电子学报,2009, 37 (5): 1095-1099.  
TIAN F, GUO W, WANG CH Y, et al.. Multilevel localization model and localization error analyze for large scale WSNs [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5):1095-1099. (in Chinese)
- [4] 王福豹,史龙,任丰原.无线传感器网络中的自身定位系统和算法[J].软件学报,2005,16(5):857-868.  
WANG F B, SHI L, REN F Y. Self-localization systems and algorithms for wireless sensor networks [J]. Journal of Software, 2005, 16(5): 857-868. (in Chinese)

- [5] AKSU H, AKSOY D, KURPEOGLU I. A study of localization metrics: Evaluation of position errors in wireless sensor networks [J]. *Computer Networks*, 2011, 55(15): 3562-3577.
- [6] 何风行,余志军,刘海涛.基于压缩感知的无线传感器网络多目标定位算法[J].*电子与信息学报*,2012,34(3):716-721.
- HE F H, YU ZH J, LIU H T. Multiple target localization via compressed sensing in wireless sensor networks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(3):716-721. (in Chinese)
- [7] DONOHO D. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52 (4): 1289-1306.
- [8] 焦李成,杨淑媛,刘芳,等.压缩感知回顾与展望[J].*电子学报*,2011,39(7):1651-1662.
- JIAO L CH, YANG SH Y, LIU F, et al.. Development and prospect of compressive sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39 (7): 1651-1662. (in Chinese)
- [9] DONOHO D L. For most large underdetermined systems of linear equations, the minimal  $l_1$  norm solution is also the sparsest solution [J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2006, 59(6): 797-829.
- [10] TROPP J, GILBERT A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [11] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. *ACM Technical Report* 2008; 01, California Institute of Technology, Pasadena, July 2008.
- [12] 张宗念,黄仁泰,闫敬文.压缩感知信号盲稀疏度重构算法[J].*电子学报*,2011,39(1): 18-22.
- ZHANG Z N, HUANG R T, YAN J W. A blind sparsity reconstruction algorithm for compressed sensing signal [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(1): 18-22. (in Chinese)
- [13] CEVHER V, DUARTE M F, BARANIUK R G. Distributed target localization via spatial sparsity [C]. *Proceedings of the European Signal Processing Conference*, Lausanne, Switzerland, Aug, 2008: 25-29.
- [14] FENG CHEN, VALAEE S, TAN ZH H. Multiple target localization using compressive sensing [C]. *GLOBECOM 2009, Piscataway: IEEE*, 2009: 1-6.
- [15] WU ZHUO, YANG H. Power allocation of cooperative amplify-and-forward communications with multiple relays [J]. *The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications*, 2011, 8(4): 65-69.
- [16] 石光明,刘丹华,高大化,等.压缩感知理论及其研究进展[J].*电子学报*,2009,37(5):1070-1081.
- SHI G M, LIU D H, GAO D H, et al.. Advances in theory and application of compressed sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 1070-1081. (in Chinese)
- [17] KRISHNANAND K N, GHOSE D. Theoretical foundations for rendezvous of glowworm-inspired agent swarms at multiple locations [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2008, 56(7): 549-569.
- [18] 周永权,黄正新,刘洪霞.求解TSP问题的离散型萤火虫群优化算法[J].*电子学报*,2012,40(6): 1164-1170.
- ZHOU Y Q, HUANG ZH X, LIU H X. Discrete Glowworm Swarm Optimization Algorithm for TSP problem [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(6): 1164-1170. (in Chinese)
- [19] 吴新杰,黄国兴,王静文.压缩感知在电容层析成像流型辨识中的应用[J].*光学精密工程*,2013,21(4): 1062-1068.
- WU X J, HUANG G X, WANG J W. Application of compressed sensing to flow pattern identification of ECT [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21 (4): 1062-1068. (in Chinese)
- [20] 朱秋平,颜佳,张虎,等.基于压缩感知的多特征实时跟踪[J].*光学精密工程*,2013,21(2): 437-444.
- ZHU Q P, YAN J, ZHANG H, et al.. Real-time tracking using multiple features based on compressive sensing [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21 (2): 437-444. (in Chinese)

## 作者简介:



刘渊渊(1981—),男,山西运城人,博士研究生,讲师,2004年、2007年于西北工业大学分别获得学士、硕士学位,主要从事无线传感器网络方面的研究。  
E-mail: liuzhouzhou8192@126.com



王福豹(1963—),男,山西运城人,博士,教授,博士生导师,主要从事计算机网络、网络与信息安全、无线通信网络、数字多媒体通信等方面的研究。  
E-mail: wfb1963@126.com