

《汽轮机原理》

第六章 汽轮机主要零件结构与振动

§ 6-1 叶片强度与振动

一、叶片强度

汽轮机的动叶片在工作时，作用在其上的力主要有两种：

- ❖ 一是叶片随叶轮高速旋转，要承受叶片自身和围带、拉金的质量所产生的离心力，从而产生**拉伸应力**；
- ❖ 二是蒸汽通过叶片通道时产生的汽流作用力，以产生**弯曲应力**。
- ❖ 离心力除了产生拉伸应力之外，当离心力不通过计算截面形心时，由于**偏心**，还会产生弯曲应力。
- ❖ 从喷嘴流出的汽流是不均匀的，对叶片形成的激振力，引起叶片振动，产生**弯曲应力**和**扭转应力**。离心力和汽流力作用点与弯曲中心不重合将引起扭转应力。
- ❖ 另外，在机组启动、停机和负荷变动时，由于受热不均匀而存在温差，叶片还产生**热应力**。

在进行叶片强度校核时，应分析各种不同的级有不同的最危险工况，选择其最危险工况进行分析计算。例如：

- ❖ **调节级**的危险工况是第一调节阀接近全开而第二调节阀尚未开启时；
- ❖ **低压级**的最危险则在最大蒸汽流量及真空最好之时；
- ❖ **中间级**是在最大蒸汽流量时最危险。
- ❖ **高压级**处于**高温下**，须考虑材料的热稳定及蠕变问题；
- ❖ **低压级**处于**湿蒸汽区**，应考虑湿汽的**冲蚀**问题。

总之，在进行叶片强度校核时，必须根据其危险工况及工作条件，选定适当的许用应力，以保证叶片的安全。

(一) 叶片的拉伸应力

叶片的拉伸应力是叶片作高速旋转时质量离心力而产生的。

1, 等截面叶片

对于等截面叶片，沿高度各截面所承受离心力是逐渐增大，其应力也是逐渐增加的。现在在任意半径R处(图5-30)取一微段dR叶片进行分析，则该微段的离心力为：

$$dC = F \cdot dR \cdot \rho \omega^2 \cdot R$$

式中 F —叶片截面积 (m^2)；

ρ —叶片材料的密度 (kg/m^3)；

ω ——角速度 (rad/s), $\omega = \frac{2n\pi}{60}$ ；

n — 转速 (r / min)。

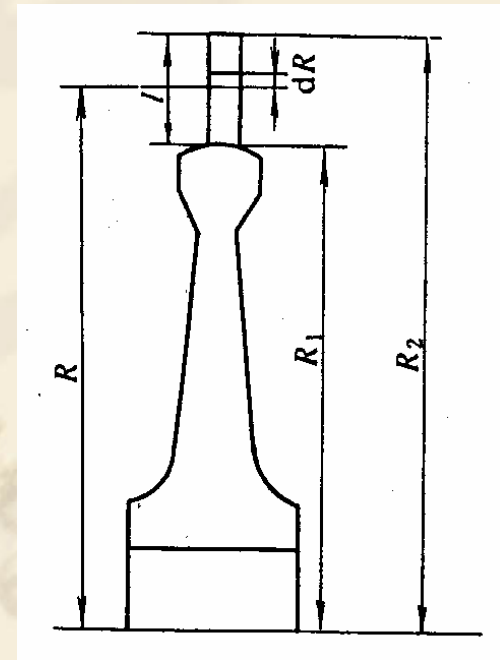


图6-30

对于半径为R的截面，作用在该截面上的离心力用积分可求得：

$$C = \int_R^{R_2} F\rho\omega^2 R dR = F\rho\omega^2 \frac{R_2^2 - R^2}{2}$$

由上式可知，最大离心力发生在根部截面。则等截面叶片叶根截面处的离心力和拉应力可表达式为

$$C_r = F\rho\omega^2 \frac{R_2^2 - R_1^2}{2} = F\rho\omega^2 lR_m \quad (6-1)$$

$$\sigma_r = \frac{C_r}{F} = \rho\omega^2 lR_m \quad (6-2)$$

式中 R_m —— 级的平均半径 (m)；

l —— 叶片高度 (m)。

若用径高比 $\theta = d_m/l$ 、 $d_m = 2R_m$ 代入上二式，且平均轮径处叶片的圆周速度 $u_m = R_m\omega$ ，则以上二式可以改写为

$$C_r = 2F\rho \frac{u_m^2}{\theta} \quad (6-3)$$

$$\sigma_r = 2\rho \frac{u_m^2}{\theta} \quad (5-4)$$

由以上公式可知，等截面叶片根部的拉应力只与 l 、 ρ 、 ω 、 R_m 有关，而与叶片截面积无关。也就是说，增加等截面叶片截面积并不能降低叶片的根部拉应力。在圆周速度和径高比不能改变的情况下，采用密度较小的材料可以减小叶片的质量（拉应力）。

2. 变截面叶片

对于径高比 $\theta < 10$ 的级为长叶片级。对于长叶片，如果采用等截面叶片，则叶片叶根拉应力会很大，无法满足强度要求。为了减少离心力，把叶片做成变截面形式。变截面叶片在任意半径 R 处的截面所承受的离心力为

离心拉应力为

$$C = \int_R^{R_2} F(R) \rho \omega^2 R dR = \rho \omega^2 \int_R^{R_2} F(R) R dR \quad (6-5)$$

$$\sigma = \frac{C}{F(R)} \quad (6-6)$$

上式表明，变截面叶片离心力不仅与 $\rho \omega^2$ 有关，还与叶片截面沿半径变化的规律 $F(R)$ 有关。

在变截面叶片中，离心力引起的拉伸应力不一定在根部截面是最大。一般来说，应通过计算才能确定最大拉伸应力所在截面。

变截面叶片截面积沿半径 R 的变化规律，一般难以用解析式表示。根据面积沿叶高的变化曲线，可以采取数值积分的办法，近似计算各截面的拉伸应力。譬如，可将叶片沿叶高等距离分为若干段（一般取5~10段），而把每一段看成为等截面叶片，则可先计算各等截面叶片的离心力，再确定各段面上的离心拉应力。

根据本节所讲的长叶片截面积沿半径的变化规律和第一章所讲的长叶片级速度三角形动叶片进出口角的变化规律，长叶片都做成“变截面扭叶片”。“变截面”是为了保证其强度，“扭”是为了避免沿半径的增加而引起的各种损失，以提高长叶片级的级效率。

3. 围带和拉金的影响

叶片多用围带、拉金或者既有围带又有拉金将叶片联成一体，成为叶片组。在汽轮机转动时，围带、拉金也会产生离心力，这些离心力也作用在叶片上，由叶片组内各叶片分摊其离心力的作用。因此，在计算叶片离心拉应力时，必需考虑进去。这样，对于根部截面，叶片受到总的离心拉应力为

$$\sigma = \frac{C_R + C_s + C_w}{F(R)} \quad (6—7)$$

式中 C_R —叶片型线部分的离心力(MN)；

C_s —一个节距围带段的离心力(MN)；

C_w —一个节距拉金段的离心力(MN)。

(二) 叶片的弯曲应力

1. 蒸汽作用力引起的弯曲应力

蒸汽对叶片产生作用力，可以分解为圆周分力和轴向分力。蒸汽作用力的大小和级的焓降、反动度及流过叶栅的蒸汽量有关。圆周分力为

$$F_u = \frac{G}{ze} (c_{1u} - c_{2u}) \quad (6-10)$$

或者

$$F_u = \frac{G\Delta h_t \eta_u}{ue z} = \frac{1000P_u}{ue z} \quad (6-11)$$

式中 G —通过一级的蒸汽流量 (kg / s)；

P_u 、 η_u 、 Δh_t —一级的轮周功率、轮周效率、绝热焓降；

c_{1u} 、 c_{2u} —叶片进、出口汽流在圆周方向的分速度；

e 、 u 、 z —部分进汽度、圆周速度、级中动叶片数。

轴向分力的大小为：

$$F_a = \frac{G}{ze} (c_{1a} - c_{2a}) + (p_1 - p_2)tl$$

(6—12)

式中 c_{1a} 、 c_{2a} —叶片进、出口汽流在轴向的分速度 (m / s)；

p_1 、 p_2 —叶片前、后蒸汽的静压力 ()；

t —叶片节距 (m)；

l —叶片高度 (m)。

在应用以上公式进行计算时，应选择蒸汽作用力为最大值的工况，即级的最危险工况。

由图6-31可以看出，蒸汽作用在叶片上的合力应为

$$F = \sqrt{F_u^2 + F_a^2} \quad (5—13) \quad 11$$

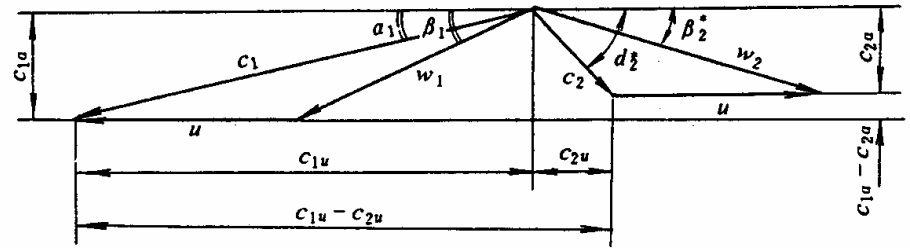


图6-31

在计算时，通常把叶片看成一端刚性固定的**悬臂梁**，并假定载荷沿叶片高度均匀分布，这样**均布载荷**为 $q = F/l$ ，

则离叶片根部x处的任意截面上的弯矩为

$$M(x) = q \frac{(l-x)^2}{2} \quad (6-14)$$

根部截面有**最大弯矩**值：

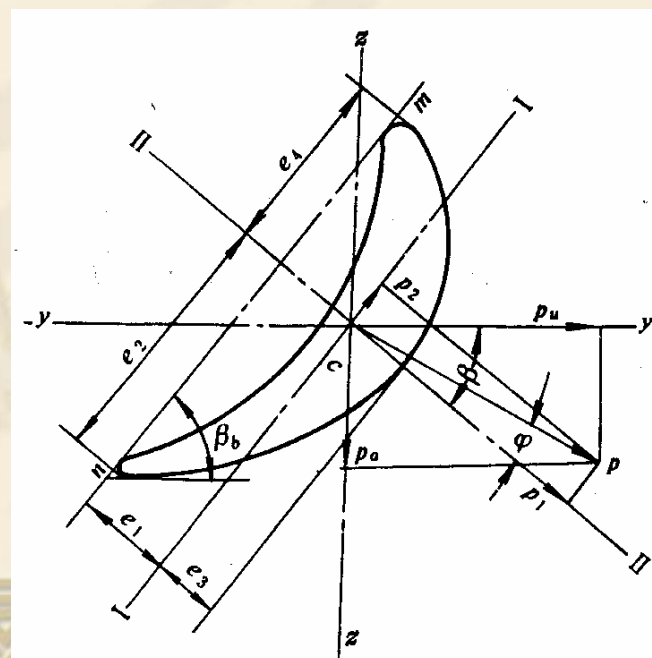
$$M_0 = \frac{ql^2}{2} = \frac{1}{2} Fl \quad (6-15)$$

为了计算弯曲应力，把最大弯矩可以分解为沿最大、**最小主惯性轴**方向上的**两个弯矩**，即

$$M_I = \frac{1}{2} Fl \cos \varphi = \frac{1}{2} F_1 l$$

$$M_{II} = \frac{1}{2} Fl \sin \varphi = \frac{1}{2} F_2 l$$

图5-32



如图6-32所示，用 I_{\min} 、 I_{\max} 代表叶型的最小(对于 I-I 轴)和最大(对于 II-II 轴)主惯性矩。则 M_I 和 M_{II} 在叶片底部截面出汽边、进汽边和背弧上产生弯曲应力分别为：

$$\sigma_n = \frac{M_I e_1}{I_{\min}} + \frac{M_{II} e_2}{I_{\max}} = \frac{M_I}{W_{mn}} + \frac{M_{II}}{W_n} \quad (6-16)$$

$$\sigma_m = \frac{M_I e_1}{I_{\min}} - \frac{M_{II} e_4}{I_{\max}} = \frac{M_I}{W_{mn}} - \frac{M_{II}}{W_m} \quad (6-17)$$

$$\sigma_b = -\frac{M_I e_3}{I_{\min}} = -\frac{M_I}{W_b} \quad (6-18)$$

式中 e_1 、 e_2 、 e_3 、 e_4 ——图6-32所示；

W_{mn} 、 W_m 、 W_n 、 W_b ——截面系数， $W_{mn} = \frac{I_{\min}}{e_1}$ ， $W_n = \frac{I_{\max}}{e_2}$ ，

$W_m = \frac{I_{\max}}{e_4}$ ， $W_b = \frac{I_{\min}}{e_3}$ 。

一般说来，汽流作用力 F 与最大主惯性轴（II-II轴）之间的夹角很小（ $\alpha \approx 0$ ）。这样，

$$M_I = \frac{1}{2} Fl \cos \varphi \approx M_0$$

$$M_{II} = \frac{1}{2} Fl \sin \varphi \approx 0$$

因此，可以采用如下简化计算：

对于叶片底部截面进、出汽边

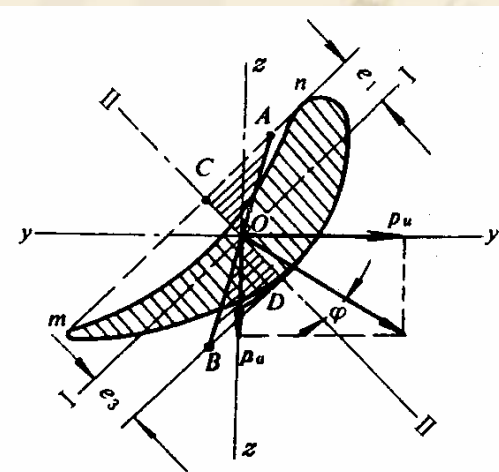
$$\sigma_{m、n} = \frac{M_0 e_1}{I_{\min}} = \frac{M_0}{W_{mn}} \quad (6-19)$$

对于叶片底部截面的背弧

$$\sigma_b = -\frac{M_0 e_3}{I_{\min}} = -\frac{M_0}{W_b} \quad (5-20)$$

图5-33上的AB线表示弯曲应力沿叶型的分布情况：

- ❖ 最大的拉应力发生在叶片的两个边缘上，即线段AC所示；
- ❖ 最大压应力发生在叶片背弧上，如线段BD所示。
- ❖ 而叶片的拉伸应力在整个截面上是均匀分布的。
- ❖ 可以用增加叶片的宽度（叶片的截面积和主惯性矩增大），以降低叶片的弯曲应力。



2. 离心力引起的弯曲应力

使离心力产生弯矩有两种情况：在叶片设计时，有意让叶片偏斜，使其离心力不通过计算截面的中心，即所谓叶片的偏装；另一个是由于叶片受到蒸汽力作用而产生弯曲所引起的。

(1) 叶片的偏装

叶片在工作时，离心力弯矩与蒸汽作用力的弯矩方向相反，这样，使叶片的最大弯矩或弯曲应力减小，甚至接近于零。

在设计时，常采用两种方法：

- ☞ 一种是使叶片顺着转动方向在圆周上(或同时在轴向方向)倾斜一角度(图6-34a)；
- ☞ 另一种办法是使整个叶型相对于辐向线在圆周方向平移一个距离(图5-34b)。

(2) 叶片弯曲变形后离心力所引起的弯矩

当叶片在蒸汽力的作用下产生弯曲变形后，离心力不再通过截面形心O点，在叶片上引起了附加弯矩。

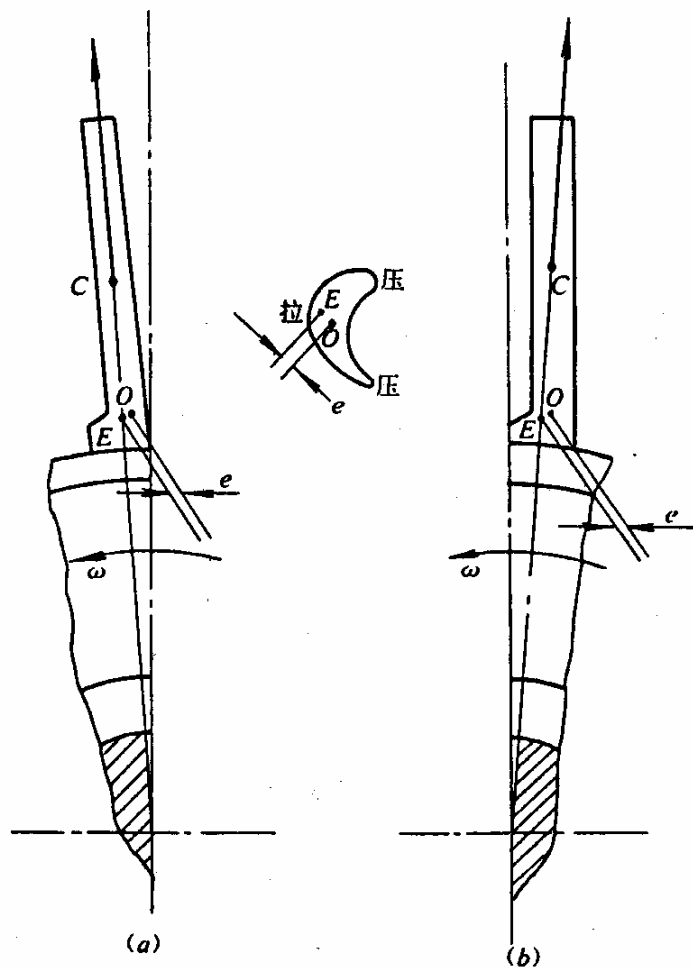


图 6-12 叶片的偏装
(a) 倾斜式; (b) 平移式

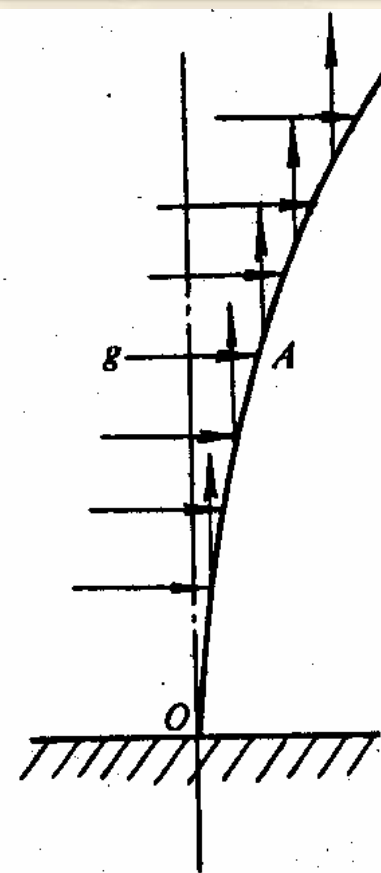


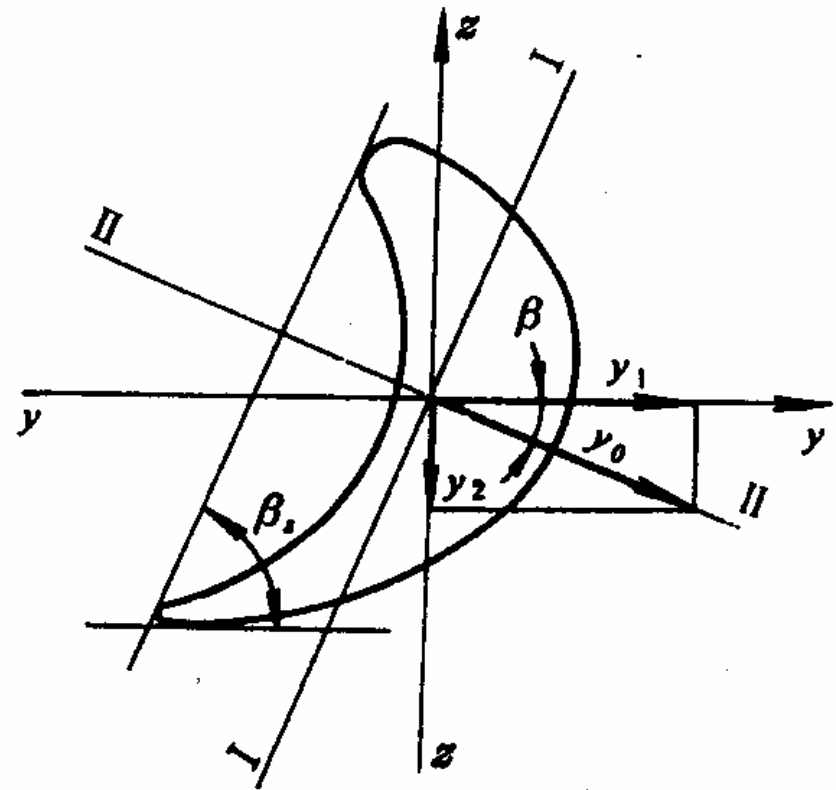
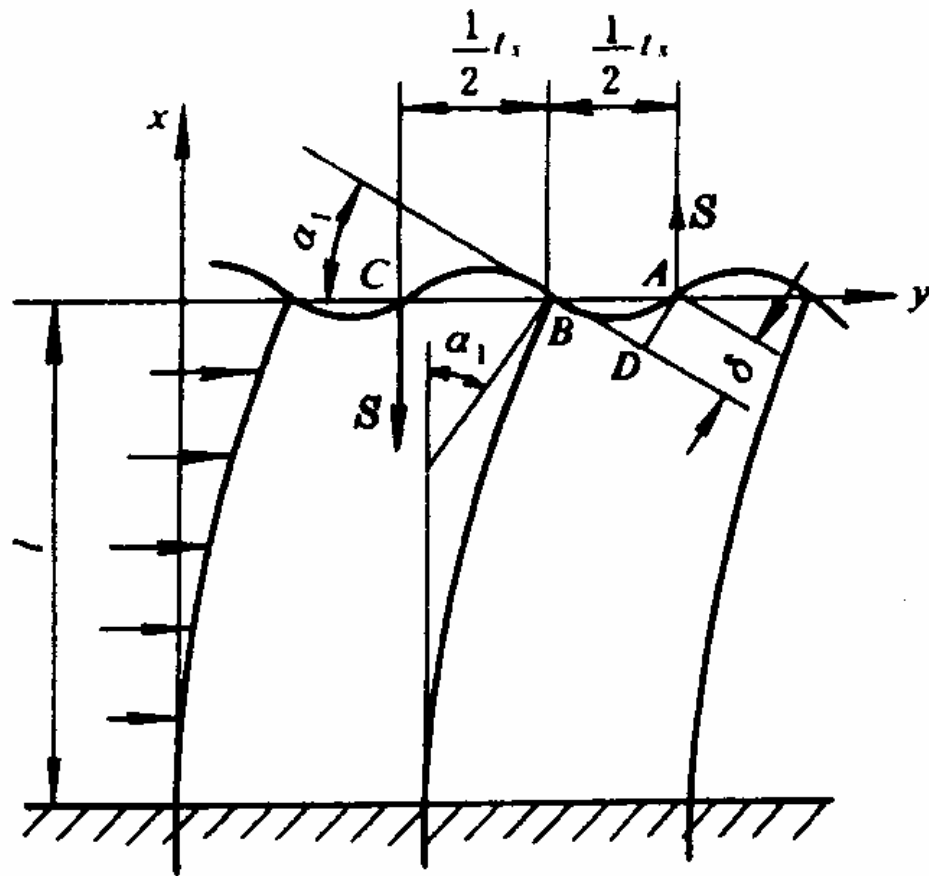
图 6-13 叶片弯曲后离心力
作用点的改变

图6-34a, b

3. 围带、拉金对外片汽流弯应力的影响

用围带或者拉金将单个叶片连成叶片组：

- ❖ 改善叶片的振动特性；
- ❖ 可以设置轴向汽封以减少漏汽；
- ❖ 围带和拉金的质量增加了叶片的离心力；
- ❖ 叶片产生弯曲变形而使围带和拉金相应产生弯曲变形，从而形成对叶片的反力矩，该反力矩可以部分地抵消汽流力引起的弯矩。



反力矩由下式确定：
$$M'_s = S \cdot t_s$$

式中 S — 剪切力，可由围带变形公式确定；
 t_s — 围带节距。

此弯矩作用在叶轮平面y-y上，它在最大惯性轴平面上的分量为

$$\text{即 } M_s'' = M_s' \cos \beta = \frac{12E_s I_s \cos^2 \beta}{t_s} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} \quad (6-23)$$

在最大惯性轴（II-II）平面内，围带作用在叶片的实际弯矩为

$$M_s = \frac{12E_s I_s H_s (z-1) \cos^2 \beta}{t_s \cdot z} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l} \quad (6-24)$$

式中 E_s —围带材料的弹性模量（ N/m^2 ）；

I_s —围带截面的惯性矩（ m^4 ）；

H_s —刚性连接修正系数（）；

$\frac{z-1}{z}$ —叶片个数修正系数。

上式中，最大惯性轴（II-II）平面内叶片弹性线顶部固定围带处的倾角

$\left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l}$ 由汽流力弯矩和围带反弯矩合成而引起。

经过一系列推导后即可得围带作用在叶片上的反弯矩与叶片根部截面弯矩的关系式：

$$M_s = \frac{\pi_s}{3(1 + \pi_s)} M_0 \quad (6-26)$$

根据上式绘成的曲线如图6-37所示。从图可以看出，用围带将叶片连成组之后，围带作用在叶片上的反弯矩最大值不会超过等截面叶片最大弯矩的30%，这就定量地说明了围带、拉金对叶片弯矩、弯应力的影响。

式中 $\pi_s = \frac{12I_s H_s l \cos^2 \beta}{I \cdot t_s} \frac{z-1}{z}$ ——叶片组刚性连接系数；

l ——叶片高度 (m)；

E ——叶片材料的弹性模量 (N/m^2)；

I ——叶片截面的最小惯性矩 (m^4)；

M_0 ——汽流引起叶片根部截面的弯矩 (N·m)。

作业：

- 1、分析调节级、末级、转子叶轮的最危险工况。
- 2、叶片工作时受到哪些力的作用？
- 3、为什么长叶片必需做成变截面扭叶片的型式？
- 4、试求等截面叶片的最大弯曲应力和最大拉伸应力。已知级的流量 $G = 1.66 \text{ kg/s}$ ，级的平均直径 $d_m = 1.252 \text{ m}$ ，叶片高度 $l_b = 0.191 \text{ m}$ ，动叶前的压力 $p_1 = 0.039 \text{ MPa}$ ，级后压力 $p_2 = 0.0376 \text{ MPa}$ ，喷嘴出口速度 $c_1 = 386 \text{ m/s}$ ，出汽角 $\alpha_1 = 15^\circ$ ， $\alpha_2 = 100^\circ$ ，余速 $c_2 = 97 \text{ m/s}$ ，级的圆周速度 $u_m = 196.5 \text{ m/s}$ ，动叶数 $Z = 144$ ，叶片最小截面系数 $W_{\min} = 0.508 \text{ cm}^3$ ，部分进汽速 $e = 1$ ，叶片材料密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。

(接上页)

5、根据条件校核等截面叶片的离心应力和弯曲应力。

已知级的平均直径 $d_m = 1180\text{mm}$ ，叶高 $l_b = 59\text{mm}$ ，最小截

面系数 $W_{\min} = 0.43\text{cm}^3$ ，叶片材料密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ，转速

$n = 3000\text{r/min}$ ，轮周功率 $N_u = 2445\text{kW}$ ，叶片数 $z = 182$ ，级为全

周进汽，动叶前后的压力分别为 $p_1 = 0.518\text{MPa}$ $p_2 = 0.486\text{MPa}$

，轴向分速可忽略。

(三) 叶根和轮缘应力

叶片是通过叶根与轮缘相连并固定在叶轮上。在核算叶根和轮缘强度时，一般不考虑蒸汽的作用力，只计算叶片离心力所产生的拉应力、弯应力、挤压应力和剪切应力。常见的几种叶根有T型叶根、叉型叶根、枞树型叶根。

A, T型叶根

1. 叶根应力

(1) 在AB截面上所受的拉伸应力

由图6-38可以看出，AB截面在整个叶根中是截面积最小的受拉截面，故T型叶根最大的拉伸应力发生在AB截面上。其拉伸应力为

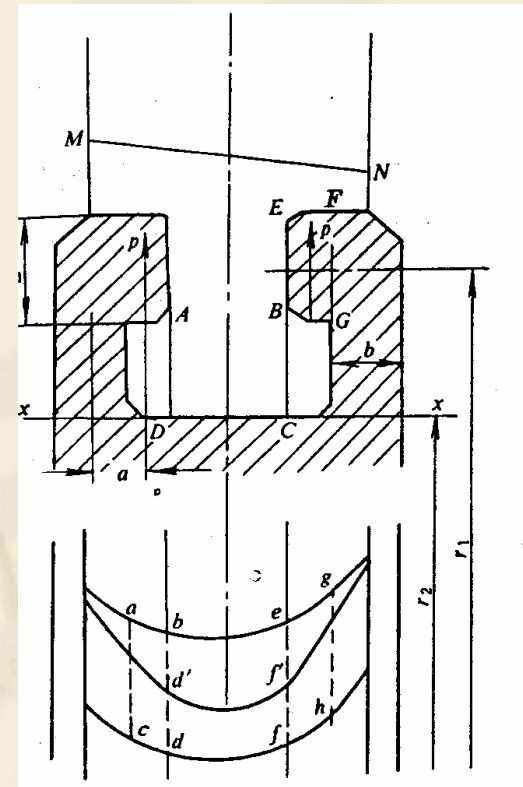


图6-38

$$\sigma_p = \frac{\sum C + C'_x}{F_1} \quad (6-27)$$

式中 $\sum C$ — 叶片型线部分、围带和拉金的离心力的总和，即

图6-38中MN截面以上部分质量所产生的离心力 (MN即

叶型与叶根的分界线)， $\sum C = C_R + C_s + C_w$ (MN)；

C'_x — 叶片MN截面和AB截面之间部分质量离心力 (MN)；

F_1 — AB截面的面积 (m^2)，即图6-38中面积befd (若垫块和叶片分开制造时，则等于面积bef'd')。

(2) AD及BC 截面上所受的剪切应力

$$\tau = \frac{\sum C + C'_x + C''_x}{2F_2} \quad (6-28)$$

式中 C''_x — ABCD部分的离心力 (MN)；

F_2 — 受剪切的面积 ()，等于ADbd亦即BCef所表示的面积 (若垫块和叶片分开制造，则等于面积Adbd')。

(3) abdc和eghf截面上所受的挤压应力

$$\sigma_{cr} = \frac{\sum C + C_x}{2F_3} \quad (6—29)$$

式中 C_x —叶片根部(截面MN与xx之间)的总离心力(MN);
 F_3 —面积abdc或eghf ;

2. 轮缘应力

由图5-38可以看出，轮缘x-x截面所受离心拉应力最大。其承受离心力(包括叶片及轮缘)引起的拉伸力、偏心载荷所引起的弯曲应力和剪切应力。由于轮缘可被认为是从叶轮上切割下来的圆环，它本身的离心力不仅引起径向应力，还将产生切向应力，计算中近似认为只有2/3的离心力引起径向应力。

(1) 截面xx上受到的拉伸应力

$$\sigma_p = \frac{z_2(\sum C + C_x) + \frac{2}{3}C_r}{2(2\pi r_2 b)} \quad (6-30)$$

式中 C_r ——xx截面以上的轮缘部分(不含叶根)的离心力(MN);
 $z_2(\sum C + C_x)$ ——所有叶片和叶根的总离心力(MN);
 b —— 轮缘每侧宽度。

(2) 偏心截荷p在截面xx上引起的弯矩和弯曲应力

弯矩 $M \approx pa$

弯曲应力 $\sigma_b = \frac{M}{W}$ (6—31)

式中 p — 为xx截面上作用在一个节距轮缘上的偏心截荷(其中

C'_r 为环BEFG的离心力, $p = \frac{\sum C + C_x}{2} + \frac{2 C'_r}{3 z_2}$ (N));

W — 一个节距轮缘在xx截面的抗弯断面系数, $W = \frac{\pi r_2 b^2}{3 z_2}$ 。

所以轮缘在xx截面上的总应力为

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_b \quad (6—32)$$

(3) 轮缘FG截面上受到的剪切应力

$$\tau = \frac{0.5(\sum C + C_x)z_2 + \frac{2}{3}C'_r}{2\pi r_1 h_1} \quad (6—33)$$

B, 枞树型叶根

现代大型汽轮机叶片的叶根多用枞树型叶根。枞树型叶根两侧的根齿与轮缘齿是一一对应的(图6-39)。严格地说,各个根齿所受力是不相同的。但在计算中,近似地认为枞树型叶根各齿受力相等。作用于垂直各齿接触面的力为

$$p = \frac{\sum C}{2n \cos \frac{\varphi}{2}}$$

式中 $\sum C$ — 整个叶片的离心力, (MN);

$$\sum C = C + C_0 + C_{x1}$$

C — 叶片型线部分的离心力(MN);

C_0 — 1-1截面以上叶根部分离心力(MN);

C_{x1} — 1-1截面以下叶根部分离心力(MN);

$2n$ — 齿的对数(包括两面,故乘以2);

φ — 叶根锥角($^\circ$)。

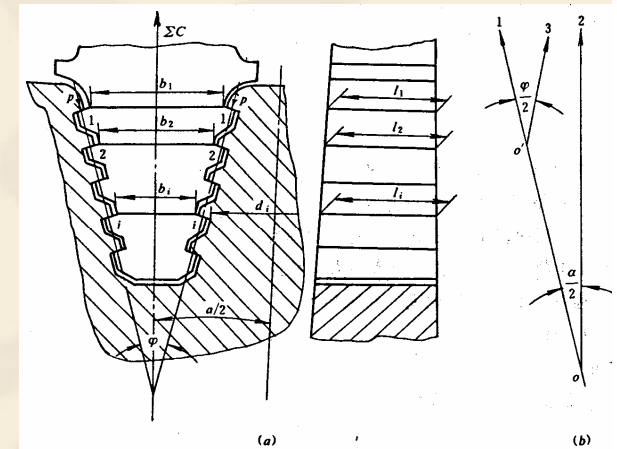


图6-39

1. 叶根计算

(1) 叶根任意截面*i-i*上的离心拉应力

$$\sigma_{ii} = \frac{C + C_0 + \sum_{i=1}^{i-1} C_i - \frac{i-1}{n} \sum C}{b_i l_i} \quad (6-34)$$

式中 $\sum_{i=1}^{i-1} C_i$ — 叶根*i-i*截面到1-1截面间叶根部分离心力(MN);

i — 截面序号;

b_i 、 l_i — 第*i*截面叶根的宽度、厚度(m)。

(2) 1-1截面的蒸汽弯应力

$$\sigma_{b1} = \frac{p_u \left(\frac{l}{2} + a \right)}{W_1} \quad (6-35)$$

式中 p_u — 作用在叶片上圆周方向的汽流力(MN);

l — 叶片型线部分高度(m);

a — 叶型底部截面到1-1截面的距离(m);

W_1 — 叶根1-1截面的断面系数, $W_1 = \frac{b_i^2 l_1}{6}$ 。

2. 轮缘计算

在图6-39中，01线代表叶片离心力方向，02线代表轮缘齿槽部分离心力方向，0'3线代表叶根齿与轮缘齿槽接触面上作用力p方向。根据三角形内外角的关系可知，02与0'3线的夹角为 $(\frac{\varphi}{2} - \frac{\alpha}{2})$ ，将p力投影到02线上，即可求得轮缘宽度为 d_i 的第i截面上的离心拉应力：

$$\sigma'_{ti} = \frac{2ip \cos\left(\frac{\varphi - \alpha}{2}\right) + \sum_0^i C_{di}}{d_i l_i} \quad (6-36)$$

式中 C_{di} — 两相邻截面之间轮缘部分的离心力(MN)；

α — 两相邻叶片中心线之间的夹角， $\alpha = \frac{360^\circ}{z_2}$ ；

z_2 — 叶片数。

轮缘最大拉应力位于齿槽的最下面的一个截面。

3. 叶根和轮缘的强度计算(图6-40)

(1) 齿底的弯曲应力
$$\sigma_b = \frac{M_u}{W} = \frac{pe}{l_i h_1^2 / 6} \quad (6-37)$$

式中 e — 作用力 p 相对齿底中点的力臂(m);
 h_1 — 齿根高度(m)。

(2) 齿的剪切应力
$$\tau = \frac{p}{h_i l_i} \quad (6-38)$$

式中 h_2 — 齿与齿开始接触处的齿高(m)。

(3) 齿的挤压应力

$$\sigma_{cr} = \frac{p}{ml_i} \quad (6-39)$$

式中 m — 扣除圆角和间隙后,
齿的实际受力面的宽度(m)。

C, 叉型叶根

叉型叶根用于长叶片。叶片的离心力是通过铆钉传给轮缘的。

1. 叶根应力

1-1截面上叶根的拉伸应力为

$$\sigma_p = \frac{\sum C + C'_x}{(t - 0.5d) \times Z_H b} \quad (5-40)$$

式中 $\sum C$ — 根部截面MN线以上部分离心力 (N) ;

C'_x — 1-1截面以上叶根部分的离心力 (MN) ;

t — 在半径及n处的叶片节距, (m) ;

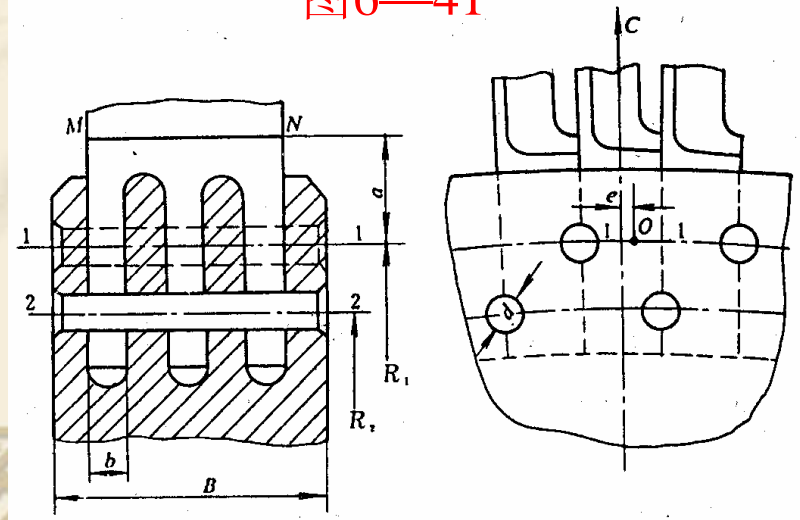
z_2 — 工作叶片数;

d — 铆钉直径 (m) ;

Z_H — 叶根叉数;

b — 叉尾宽度 (m) 。

图6—41



由于叶片重心不通过1-1截面的形心0，所以1-1截面亦要承弯矩：

$$M = (\sum C + C'_x)e$$

叶根1-1截面的抗弯断面系数：
$$W = (t - 0.5d)^2 \frac{Z_H b}{6}$$

则叶根1-1截面的弯曲应力为

$$\sigma_u = \frac{M}{W} = \frac{6(\sum C + C'_x)e}{(t - 0.5d)^2 \cdot Z_H \cdot b} \quad (6-41)$$

2. 铆钉应力

(1) 剪切应力

$$\tau = \frac{\sum C + C'_x + C''_x}{2 \times Z_H \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{2(\sum C + C'_x + C''_x)}{Z_H \pi d^2} \quad (6-42)$$

(2) 铆钉与叶根间的挤压应力

$$\sigma_{cr1} = \frac{\sum C + C'_x + C''_x}{bdZ_H} \quad (6-43)$$

(3) 铆钉与轮缘间的挤压应力

$$\sigma_{cr2} = \frac{\sum C + C'_x + C''_x}{d(B - Z_H b)} \quad (6-44)$$

上三式中 C''_x 为1-1截面以下叶根离心力(MN)。

3. 轮缘应力

轮缘应力最大的危险截面是2-2截面，其拉伸应力为

$$\sigma_p = \frac{(\sum C + C'_x + C''_x)z_2 + \frac{2}{3}C_r}{(2\pi R_2 - id)(B - Z_H b)} \quad (6-45)$$

式中

C_r — 2—2截面以上轮缘部分的离心力(MN)；

i — 轮周上一排铆钉的数目。

在计算叶片强度时，必须知道叶片截面几何特性，即叶片截面的形心坐标、面积、惯性矩和截面系数等。而叶片型线非常复杂，难以用解析方法计算，故通常用高斯近似法计算。其详细计算请参考有关资料和书籍。

二，叶片的振动

汽轮机的叶片在工作时，会受到不均匀汽流力（激振力）的作用，使叶片产生振动。特别是当叶片的自振频率等于激振力或者为其整数倍时，叶片将发生共振，就可能使叶片疲劳断裂。运行经验表明，叶片损坏主要原因是由于振动造成的。因此，研究叶片的振动，就应该研究引起叶片振动的激振力和叶片本身的自振频率。

（一）引起叶片振动的激振力

引起叶片振动的原因是叶片在工作时受到周期性的汽流激振力的作用。作用在叶片上的激振力按其产生原因可分为两类：一类是由于结构上的因素产生的；一类是由于制造、安装的误差产生的。前者称为高频激振力，后者称为低频激振力。

1, 低频激振力

低频激振力产生的原因是由于结构件的制造、安装误差而导致汽流力分布不均所致。具体情况有如下几种：

- (1) 上下隔板接口结合不良，当汽流流过接口处的喷嘴通道时，汽流速度的大小及方向不同，形成一个（或两个）激振源。
- (2) 由于喷嘴或者隔板导叶制造误差，使个别喷嘴异常，其出口汽流速度的过大或过小，也就形成了一个激振力。
- (3) 对于喷嘴调节的汽轮机，采当部分进汽，调节阀依次开启，当叶片通过装有喷嘴弧段时，受到汽流力的作用，而叶片通过没有喷嘴弧段时，又不受汽流力的作用，从而引起了一个激振力。
- (4) 级前后有抽汽口，在抽汽口附近的动静间隙中有大量的汽流作径向流动，使得这一部位的出口汽流速度的周向分速变小，从而会引起了一个激振力。

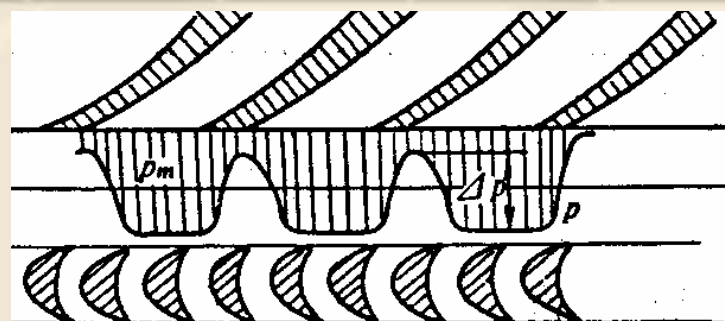
上述几种情况产生的激振力，都会使动叶片每旋转一周，就要受到一次（或几次）激振力的作用，故称为低频激振力。

低频激振力的频率是汽轮机转速的整数倍，即

$$f_l = k \times n \quad (6-46)$$

式中， n ——汽轮机转速；

k ——为正整数， $k=1, 2, 3, \dots$



2, 高频激振力

高频激振力产生的原因是由于喷嘴的存在所致。由于喷嘴通道壁面的存在，使蒸汽在喷嘴出口处的汽流速度大小沿轮周分布呈近似抛物线（图6—42）。叶片每转过一个喷嘴通道时，所受汽流作用力就会发生一次由小到大、又由大到小的变化。这种激振力称之为高频激振力。高频激振力的频率用下式求得：

$$f_h = n \times z \quad (6-47)$$

式中， n ——转速；

z ——级内喷嘴数。

当部分进汽度 $e < 1$ 时，则有

$$f_h = n \times z'$$

$$z' = \frac{z}{e}$$

式中， z' ——为当量喷嘴数。

(二) 叶片振动型式

叶片振动的基本形式有弯曲振动和扭转振动。而弯曲振动又分切向振动和轴向振动：

- ❖ 绕叶片截面最小主惯性轴（I—I轴）的弯曲振动称为切向振动；
 - ❖ 绕叶片截面最大主惯性轴（II—II轴）的弯曲振动称为轴向振动；
 - ❖ 沿着叶片长度方向绕通过截面型心轴线往复作转过一角度的振动称为扭转振动。
- 各种振型如图6—43所示。

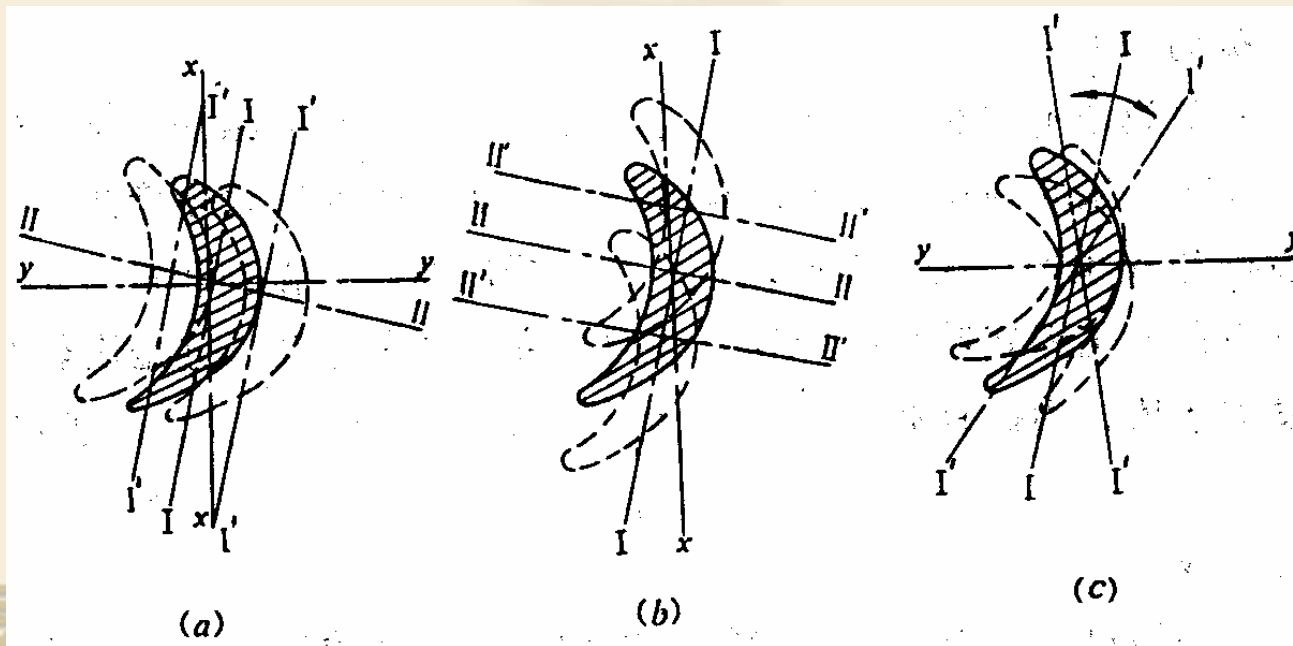


图6—43

各种振型

1) 切向振动:

叶片切向振动如图6--43a所示。而叶片切向振动又有不同的振动型式:

- ❖ **A型振动**: 根部固定、叶顶自由的振动 (图6—44)。根据节点数的多少, A型振动又依次有 A_0 型振动、 A_1 型振动、 A_2 型振动...等, 即有无穷多个振型。其中, A_0 型振动的振幅最大、频率最低, 随着振动阶次增加, 其振幅逐渐减小, 振动频率逐渐增大。对于等截面而言, 其频率之间有一定比例关系, 比值为:

$$f_{A_0} : f_{A_1} : f_{A_2} \dots = 1 : 6.27 : 17.6 \dots$$

- ❖ **B型振动**: 根部固定、叶顶为铰支的振动 (图6—45)。叶片作B型振动时, 叶顶不产生位移, 但要产生旋转。B型振动也依次有 B_0 型振动、 B_1 型振动、 B_2 型振动...等。对于等截面各阶振动, 有:

$$f_{B_0} : f_{B_1} : f_{B_2} \dots = 1 : 3.2 : 6.8 \dots$$

2) 轴向振动

叶片轴向振动的振型如图6---43b所示。与切向振动类似，叶片轴向振动分为A型振动和B型振动。

3) 扭转振动

叶片扭转振动的振型如图6---43c所示。按频率高低不同，扭转振动也分为第一、二、三阶等次的振动。

4) 叶片组的振动

叶片组的振型比自由叶片的振型复杂。叶片组的振动也有切向、轴向和扭转振动之分。

∞ 叶片组的A型振动（叶片根部固定、顶部自由）：这种振动的特点是组内叶片作相同的振动，并且频率相同，有 A_0 型、 A_1 型、 A_2 型……振动等，如图6—46所示。

叶片组的B型振动（叶片根部固定、顶部铰支）——用围带将叶片连成叶片组的B型振动，其顶部保持不动或几乎不动，可以分成 B_0 型、 B_1 型、 B_2 型……振动等。但叶片组的B型振动，又有两类对称振动，即第一类对称的型振动和第二类对称的型振动（图6—47）。

由于围带的存在，使叶片的刚度增加，则使振动自振频率增加；但另一方面又增加了质量，使自振频率降低。

当激发叶片组振动时，激振力的频率逐渐增加，会交替出现A型、B型振动。实践证明，最容易出现、并且振幅最大的主要是 A_0 、 B_0 、 A_1 型振动；而更高阶次的振动，不容易发生，即使发生了，振幅也不大，也不危险。

除了产生切向振动之外，叶片组也会产生轴向振动和扭转振动。

作业:

- 1、造成叶片振动的激振力有哪些？各是怎样产生的？
- 2、叶片的振型有哪些？并画出示意图。

(三) 叶片振动自振频率计算

这里所讲的频率是指叶片不动时的静频率。实际上叶片是随大轴、叶轮一起旋转的，旋转时要产生离心力，在离心力作用下，叶片的弯曲刚度增加，故自振频率增高。叶片自振频率可以用实验测得，也可以通过理论计算求得。

1, 单个等截面叶片弯曲振动自振频率计算

1) 叶片弯曲振动微分方程式:

这里把叶片看成是均布载荷的弹性梁，并作一些简化处理:

- ❖ 不考虑阻尼的作用;
- ❖ 对于叶高而言，叶片的断面尺寸很小，振动发生在一个平内，
- ❖ 为单纯弯曲无扭转振动，叶片弯曲平面保持平面。

叶片是简谐振动， y 随时间 t 的变化为正弦规律变化，因此叶片的挠度曲线可用下式描述：

$$y = Y(x) \sin(\omega t + \alpha) \quad (6-48)$$

式中， $Y(x)$ ——叶片各点振幅，它是 x 的函数。也称为振动的“振型”；

ω ——圆频率， $\omega = 2\pi f$ (f 为频率)；

α ——初相角。

叶片作自由振动时，没有外力作用。振动时，弹性力与惯性力大小相等、方向相反，保持平衡。把叶片看成为在任意一时刻在惯性力载荷作用下的静止梁。则作用在单位长度上的惯性力为

$$q(x) = -\rho F \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (6-49)$$

F —— 断面面积 ρ

式中 —— 材料密度；式中的负号是因为惯

惯性力为作用在梁上的分布荷载。取一微元叶高进行研究（图5—48）。距叶根 x 处，其弯矩为 M ，剪力为 Q 。当 x 变化 dx 时，弯矩和剪力变化，则微元叶高 dx 段右边的弯矩 M_1 和剪力 Q_1 为：

$$M_1 = M + \frac{\partial M}{\partial x} dx$$

$$Q_1 = Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$$

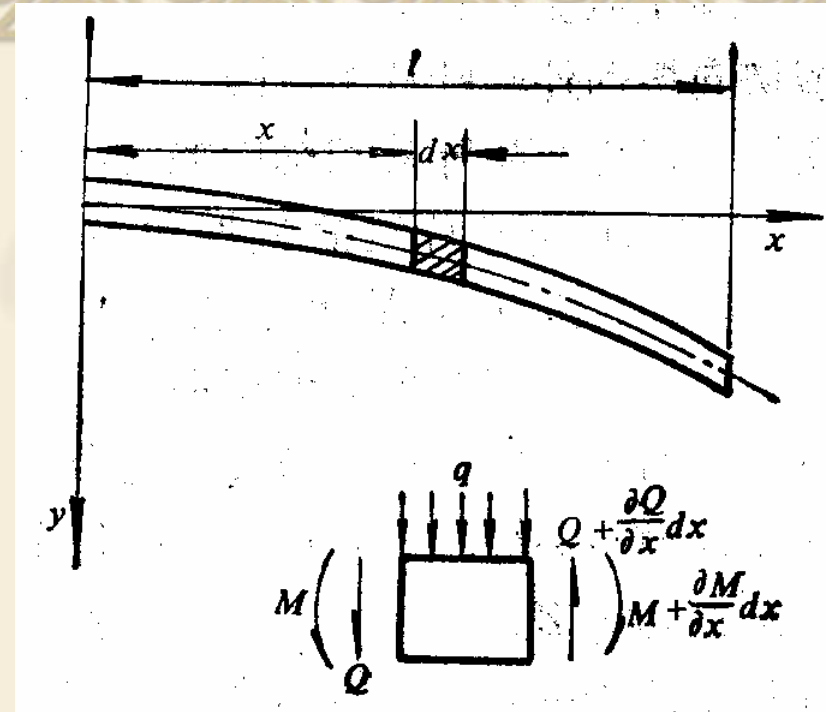


图5—48

叶片自由振动时，作用在微元体上的力和力矩应保持平衡，即

力的平衡： $\sum f_y = 0$: $Q + q(x)dx - (Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) = 0$

化简后为： $\frac{\partial Q}{\partial x} - q(x) = 0$ (6—

50) $\sum M = 0$: $M + Qdx - \frac{1}{2} dx[q(x)dx] - (M + \frac{\partial M}{\partial x} dx) = 0$

力矩的平衡： $Q = \frac{\partial M}{\partial x}$

化简并略去高阶微量得： (6—

51) $\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$

将式 (6—51) 代入式 (6—50) 中得

52) $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$ (6—

根据材料力学中挠度和弯矩的关系得

将式 (6—53) 代 (6—52) 得

$$\frac{\partial}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (6—54)$$

对于等截面叶片来说, I, F 为常数, 则上式可写为:

$$\rho F \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (6—55)$$

令 $a^2 = \frac{EI}{\rho F}$, 则上式可写为:
$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0 \quad (6—56)$$

再将此偏微分方程式变成常微分方程式。设叶单个叶片振动为简谐振动, 圆频率为 ω 。则叶片的点在某一瞬间的位移为:

$$y = Y \sin(\omega t + \varphi) \quad (6—57)$$

对式 (6—57) 关于时间 t 求二阶导数, 关于 x 求 4 阶导数, 然后代入式 (6—56), 经整理可得:

$$\frac{d^4 Y}{dx^4} - \frac{\omega^2}{a^2} Y = 0$$

令 $k^4 = \frac{\omega^2}{a^2} = \frac{\rho F \omega^2}{EI} \quad (6—58)_{47}$

则有
$$\frac{d^4 Y}{dx^4} - k^4 Y = 0 \quad (6-59)$$

方程 (6-59) 的通解为:

$$Y(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx) + C_3 \operatorname{sh}(kx) + C_4 \operatorname{ch}(kx) \quad (6-$$

$$60) C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad C_4$$

其中, C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 为积分常数, kx 为所求的未知常数, 因此求得 kx 之后, 便可以求出叶片的自振圆频率 ω 。而 kx 可根据叶片两端不同的边界条件确定。

2) 单个等截面叶片弯曲振动自振频率

i , A型振动的自振频率

A型振动的边界条件: 叶根固定, 即根部的挠度和转角均为零; 叶顶自由, 即顶部的弯矩和剪力均为零。其数学形式为:

$$(i) \text{ 当 } x=l=0, \quad M(x)=0 \quad ; \quad \frac{d^2 Y}{dx^2} = 0 \quad Q(x) = 0 \quad \frac{d^3 Y}{dx^3} = 0$$

$$(ii) \text{ 当 } , \quad , \text{ 则有: } ; \quad ,$$

将以上边界条件代入式 (6—60)，经过推导变化之后可得
以系数 C_1 C_2 C_3 C_4 为未知数的线性方程组，求解此方程组
后，就最后得到包含未知量 kl 的频率方程式

$$\cos(kl)ch(kl) = -1 \quad (6—61)$$

上式为一超越方程，可用图象法求解，此方程有无穷多个根，
前三个根值为：

1.875, 4.694, 7.855

而更高阶的解，前后两者只相差一个“ π ”。根据 (6—58) 式，得
振动圆频率公式为

$$\omega = \sqrt{\frac{k^4 EI}{\rho F}} = \frac{(kl)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6—62)$$

自振频率公式为

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{(kl)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6—63)$$

根据所求得不同阶次的 kl 值，代入式 (6—63) 便可求得叶

对于 A_0 型振动，其自振频率为：

$$f_{A_0} = \frac{(1.875)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6-6)$$

64) A_1

对于 A_1 型振动，其自振频率为：

$$f_{A_1} = \frac{(4.694)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6-7)$$

65)

ρ kg/m^3

N/m^2

以上各式中的单位：面积 F 为 m^2 ，惯性矩 I 为 m^4 ，叶高 l 为 m ，材料密度 ρ 为 kg/m^3 ，材料弹性模量 E 为 N/m^2 。

ii, B型振动的自振频率

B型振动的边界条件：叶根固定， $Y=0, \frac{dY}{dx}=0$ ，即根部的挠度和转角均为零；叶顶铰支， $x=l, Y=0, M(x)=0$ ，即顶部的挠度和弯矩均为零。其数学形式为：

(i) 当 $x=0, Y=0, \frac{dY}{dx}=0$ ；

(ii) 当 $x=l, Y=0, M(x)=0$ ； $tg(kl) = th(kl)$ ，则有：

此方程也有无穷多个解，前三个根的值为：
 $3.927, 7.069, 10.21$
 (kl)

根据所求得不同阶次的 kl 值，代入式 (6—63)，便可求得叶片 B 型振动不同阶次振动的自振频率。对于 B_0 型振动，其自振频率为：

$$f_{B_0} = \frac{(3.927)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}}$$

(6—

67)

同样，可以求得其他各阶 B 型振动的自振频率。

由上述讨论可知，A 型振动和 B 型振动的自振频率公式是相同的，所不同的只是 A_0 而已。根据前面的讨论又知道，对于同一个叶片，最容易发生、并且振幅最大、最危险的振型主要是切向 A_0 、 A_1 型振动，它们之间的频率比为：

A_0

$B_0 \quad A_1$

(6—

作业:

1、试求根部紧固、叶顶自由的单个等截面叶片的切向 A_0 、 B_0 、 A_1 振动的自振频率。已知叶高 $l_b = 0.191m$ ，截面 $A_b = 3.4 \times 10^{-4} m^2$ ，最小惯性矩 $I_{\min} = 0.742 \times 10^{-8} m^4$ ，叶片材料弹性模量 $E = 20.59 \times 10^{10} N/m^2$ ，材料密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 kg/m^3$ 。

2、试求单个等截面叶片的切向 A_0 、 B_0 、 A_1 振动的自振频率。叶片工作部分高度 $l_b = 5.85cm$ ，最小惯性矩 $I_{\min} = 0.487cm^4$ ，截面面积 $A_b = 2.683cm^2$ ，工作温度 $t = 445^\circ C$ ，叶片材料密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 kg/m^3$ ，弹性模量 $E = 2.167 \times 10^5 MPa$

2, 等截面叶片组弯曲振动自振频率计算

叶片组自振频率计算, 仍然可用微分方程式 (6—59)。由于支承条件(边界条件)不同, 其结果就不相同。对于用围带连成的叶片组, 根部固定, 则边界条件和单个叶片的边界条件相同, 即:

(i) 当 $x = 0, Y = 0$; $\frac{dY}{dx} = 0$ 。

顶部的边界条件: 在叶顶作用有一个反弯矩 (M_s) 和一个往复振动的质量惯性力 (Q_s), 即

(ii) 当 $x = 1, M(l) = M_s$; $Q(l) = Q_s$ 。

建立了这样一个力学模型之后, 对于用围带连成的叶片组, 可看成为在顶部作用有一个弯矩 (M_s) 和一个切力 (Q_s) 的单个叶片。而围带的反弯矩为

$$M_s = \pi_s \frac{E_s I}{l} \frac{dy(l)}{dx}$$

式中, π_s 为刚性连接系数,
$$\pi_s = \frac{12H_s I_s l \cos^2 \beta}{t_s I} \cdot \frac{z-1}{z} \quad (6-)$$

70) Q_s
切力 () 为
$$Q_s = -m_s \frac{d^2 y(l)}{dx^2} \quad (6-)$$

71)
根据材料力学中弯矩和挠度的关系, 则有

$$E = E_s$$

一般, 叶片和围带的材料相同, 则。经推导整理, 最后可得到这种一般边界条件下的频率方程:

$$\pi_s = (kl) \frac{a_s [\cosh(kl) \sin(kl) - sh(kl) \cos(kl)] - \frac{1}{kl} [1 + \cosh(kl) \cos(kl)]}{\frac{1}{kl} [\cosh(kl) \sin(kl) + sh(kl) \cos(kl)] - a_s [1 - \cosh(kl) \cos(kl)]}$$

而方程（6—72）为超越方程，有无穷多个根，最小的根（ kl ）为对应叶片组型（第一阶） A_0 振动频率的根。这样，叶片组第 n 阶振动A型或B型振动的自振频率为：

$$f_{sn} = \frac{(k_n l)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6-73)$$

显然叶片组振动的自振频率公式和单个叶片振动的自振频率在形式上是相同的，只是（ kl ）值不同。对上式作一些变化：

$$f_{sn} = \frac{(k_n l)^2}{1.875^2} \frac{1.875^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} = \varphi_s \frac{1.875^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} = \varphi_s f_{A_0} \quad (6-74)$$

即

$$f_{sn} = \varphi_s f_{A_0} \quad (6-74a)$$

式中 f_{A_0} ——为叶片组内任意一个根部固定、叶顶自由单个叶片

A₀型振动的自振频率；

$\varphi_s = \frac{f_{sn}}{f_{A_0}}$ ——为考虑了围带影响的修正系数，称为**成组系数**。

可见，等截面叶片组自振频率可用成组系数乘以叶片组内任意一个根部固定、叶顶自由单个叶片A₀型振动的自振频率而求得。叶片组成组系数与振动的阶次、叶片组的结构尺寸有关。图5—49为叶片组A₀、B₀、A₁型振动的 φ_s 值与 π_s 和 a_s 的关系曲线。从曲线可以看到：

- (i) 随着叶片组的刚度（即 π_s ）增大，则 φ_s 随之增大。也就是说，叶片组的刚度增大时，其自振频率提高；
- (ii) 当叶片组的刚度 π_s 不变， φ_s 值随 a_s 的增大而减小。说明围带质量增大，使叶片组自振频率降低。
- (iii) 对于 B₀型振动，叶片组成组系数 π_s 变化范围不大（4.4~4.9），说明 π_s 和 a_s 对 φ_s 的影响不大。这是因为叶片组作型振动时，叶顶基本不动，围带基本不变形。

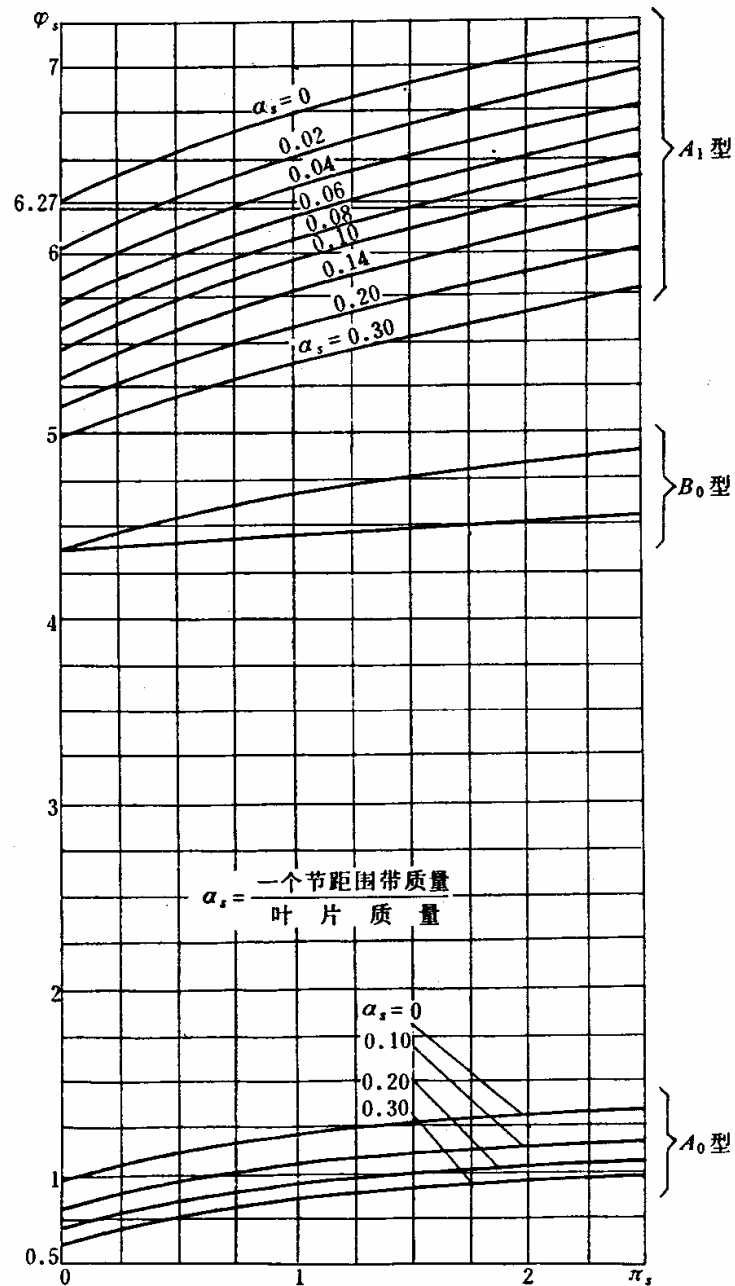


图5—49 图 6-28 叶片组 A_0 、 B_0 、 A_1 型振动的 φ_s 与 α_s 、 π_s 的关系曲线

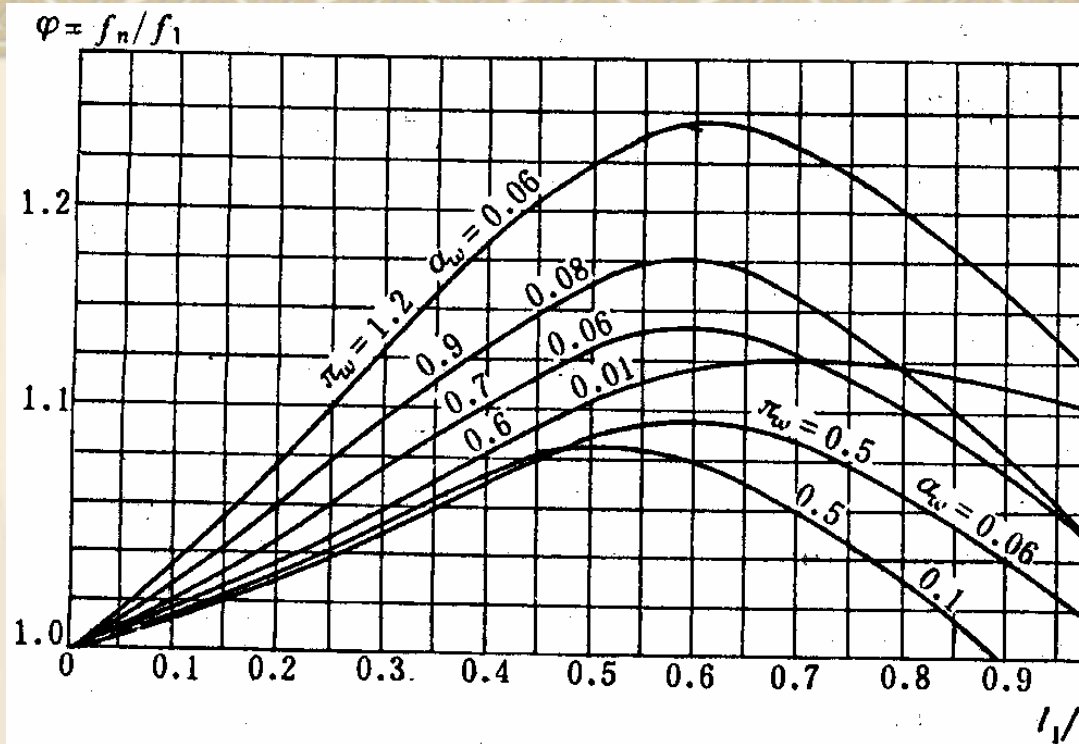


图 6-29 拉金联结的叶栅自振频率 (A_0 型)

l_1 —从叶根至拉金处的叶片高度; l —叶片全长

图6—50

用拉金将叶片连成组之后, 叶片组弯曲振动自振频率仍可以用类似用围带连成的叶片组公式进行计算:

$$f_{ln} = \varphi f_{A_0}$$

(四) 叶片弯曲振动自振频率的修正

上述叶片自振频率计算公式中，是将叶片看成根部绝对刚性固定，设计阻尼、温度和离心力的影响。应该予以修正。

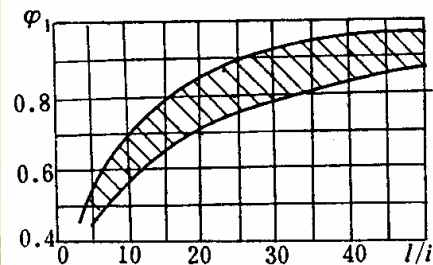
1. 叶片根部刚度的影响

实际上，叶片是通过叶根和轮缘固定在叶轮上的，不可能绝对刚性联接的。要用一个紧固系数来修正。

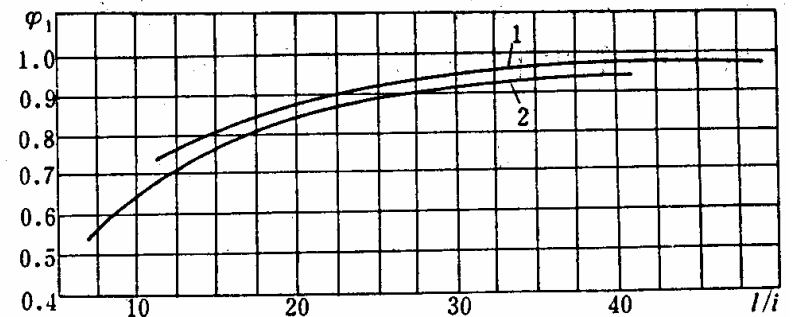
$$f_r = \varphi_1 f_c = \varphi_1 \frac{(kl)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6-75)$$

式中， f_c — 为计算所得叶片的自振频率；

φ_1 — 为紧固修正系数，见图6--51。



(a)



(b)

2, 工作温度的影响

当温度变化时, 材料弹性模量 E 也随着变化。一般说来, 随着温度的升高, 材料弹性模量 E 会减小, 因此叶片的抗弯刚度 (EI) 减小, 使叶片自振频率降低。工作温度对自振频率的影响, 用温度修正系数加以修正。对于等截面单个叶片, 即有

$$f_t = \varphi_t f_r = \varphi_1 \varphi_t \frac{(kl)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6-76a)$$

对于等截面叶片组, 则有

$$f_{snt} = \varphi_1 \varphi_t \varphi_s \frac{(kl)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad (6-76b)$$

式中 $\varphi_t = \sqrt{\frac{E_t}{E_{20}}}$ ——温度修正系数, ;

E_{20} ——在 $20C^0$ 下叶片材料的弹性模量;

E_t ——在工作温度下叶片材料的弹性模量。

3, 离心力对叶片自振频率的影响

叶片工作时，离心力使叶片刚度增加，因此叶片自振频率要升高。未考虑离心力的影响时的频率称为**静频率**；考虑了离心力影响时的称为**动频率**。随着转速的升高，离心力增大，动频率也就越高。这样，叶片的动频率与转速、静频率的关系为：

$$f_d^2 = f^2 + Bn_s^2 \quad (6-77)$$

式中 f_d ——叶片的动频率；

f ——叶片的静频率；

n_s ——转子每秒转速；

B——动频系数。

离心力对叶片自振频率的影响非常复杂，一般是采用经验公式来计算**动频系数B**：

对于等截面叶片的 A_0 型振动,

$$B = 0.8 \frac{d_m}{l} - 0.85 \quad ;$$

对于变截面叶片的 A_0 型振动,

$$B = 0.69 \frac{d_m}{l} - 0.3 + \sin^2 \beta \quad 。$$

对于 B_0 型振动,

$$B = 2.14 \frac{d_m}{l} + 2.93 - \sin^2 \beta \quad 。$$

对于 A_1 型振动,

$$B = 4.33 \frac{d_m}{l} + 6.48 - \sin^2 \beta \quad 。$$

以上各式中, d_m --- 级平均直径;

l --- 叶高 。

对于频率较高的短、宽、厚的叶片, 可不进行动频率计算, 对于高阶次振动振型的自振频率, 也不必进行动频率计算。

作业:

1、计算等截面叶片组的切向 A_0 、 B_0 、 A_1 振动的自振频率。

已知叶片高度 $l_b = 0.088m$ ，最小惯性矩 $I_{\min} = 0.487 \times 10^{-8} m^4$ ，

叶片截面积 $A_b = 2.683 \times 10^{-4} m^2$ ，安装角 $\beta_s = 77.8^\circ$ 。组内叶

片数为10

$$t = 377^\circ C$$

$E_t = 191200 MPa$ 工作温度

$A_s = 1.156 \times 10^{-4} m^2$ 此时的材料弹性模量

$t_s = 1.85 \times 10^{-2} m$ 。围带截面积 $I_s = 7.38 \times 10^{-11} m^4$ ，围带节

距

$$E = 216700 MPa$$

$$\rho = 7.75 \times 10^3 kg / m^3$$

$H_s = 0.3$ 最小惯性矩

$$z_n = 36$$

。叶片和围带

材料相同，弹性模量

，密

度

。连接牢固系数

，喷嘴

(六) 叶片振动安全准则和调频

为了保证汽轮机叶片能安全可靠的工作，则必须对叶片振动的安全性予以校核和评价。我国早期对汽轮机叶片的安全评价的标准所采用的提高叶片振动安全性主要措施是：

- ❖ 调整叶片自振频率或者激振力的频率，避开叶片共振条件；
- ❖ 减少汽流对叶片产生的弯曲应力。

这里没有考虑叶片承受动应力和静应力的关系，并且忽视了叶片工作条件对动应力和材料耐振强度的影响。其后制定了新叶片振动安全准则。其主要特点是：

- i，采用了表征叶片抵抗疲劳破坏能力的**安全倍率**这一新概念；
- ii，采用叶片材料在静、动载荷联合作用下的**耐振强度**来衡量叶片的动强度，并考虑了叶片实际工作条件对耐振强度及静应力(蒸汽弯曲应力)的影响。

运行实践证明，叶片最危险的共振有三种：

- i，切向A。型振动与低频激振力频率 kn 共振，称为第一种共振；
- ii，切向B。型振动与高频激振力频率 zn 相等时的共振，称为第二种共振；
- iii，切向A。型振动与 zn 相等时的共振，称第三种共振。

这几种振型又称为叶片振动的主振型。

- ❖ 叶片允许其某个主振型频率与某类激振力频率在共振状态下长期运行，不会导致叶片疲劳破坏，这个叶片对这一主振型，称为**不调频叶片**；
- ❖ 叶片要求其某个主振型频率避开某类激振力频率才能安全运行，这个叶片对这一主振型，称为**调频叶片**。

对一具体叶片而言，它具有各种振型，对某一主振型为不调频叶片，对另一主振型可能是调频叶片。

1, 耐振强度

在工作时，叶片受静应力、动应力作用。评价叶片在静、动应力复合作用下的安全性，要用耐振强度表示叶片材料在静、动应力复合作用下的动强度指标，它由材料试验确定。

图5-55所示为叶片材料的耐振强度曲线（复合疲劳强度曲线）示意图。纵坐标为耐振强度 σ_a^* ，横坐标为静应力 σ_m ，不同工作温度对应相应的曲线。由图可知，耐振强度与静应力大小有关。在同一工作温度下， σ_m 越大， σ_a^* 越小，表明材料承受动应力的能力越差。当 $\sigma_m = 0$ 时， σ_a^* 达到最大值（**疲劳极限 σ_{-1}** ）。当静应力达到该材料工作温度下的**屈服极限或高温应力极限**时，材料再无余力来承受**动载荷**，故 $\sigma_a^* = 0$ 。随着工作温度升高，材料承受静、动应力的能力减小。不论哪一种情况下，只有当叶片所承受的动应力 σ_d 小于该工作条件下的耐振强度 σ_a^* 才是安全的。

2, 不调频叶片的安全准则

不调频叶片主要是要保证叶片在共振条件下的动应力是否在许用耐振强度值以内。

1) 安全倍率 A_b

不调频叶片在共振条件下的动应力幅值应小于许用耐振强度，即

$$\sigma_d \leq \frac{\sigma_a^*}{n_s} \quad (6-78)$$

式中， n_s 为安全系数。叶片的动应力幅值正比于蒸汽弯曲应力，即

$$\sigma_d = C_d \sigma_{s.b} \quad (6-79)$$

式中 C_d —动应力系数；

$\sigma_{s.b}$ —叶片振动方向的蒸汽弯曲应力。

将式(5—79)代入式(5—78)得

$$\frac{\sigma_a^*}{\sigma_{s.b}} \geq C_d n_s \quad (6-80)$$

式中， $C_d n_s$ 值至今还不能用理论计算方法确定，但 σ_a^* 和 $\sigma_{s.b}$ 可通过材料试验确定。

用比值 $\frac{\sigma_a^*}{\sigma_{s.b}}$ 作为评价动强度的指标，对于具体的叶片，其耐振强度与蒸汽弯曲应力应考虑各种因素的影响加以修正。修正后的 σ_a^* 、 $\sigma_{s.b}$ 用 (σ_a^*) 、 $(\sigma_{s.b})$ 表示。

$$\frac{(\sigma_a^*)}{(\sigma_{s.b})} = \frac{k_1 k_2 k_d \sigma_a^*}{k_3 k_4 k_5 k_\mu \sigma_{s.b}} \quad (6-81)$$

上式中

k_1 —介质腐蚀修正系数；

k_2 —叶片表面质量修正系数；

k_3 —应力集中修正系数；

k_d —尺寸修正系数；

k_4 —通道修正系数；

k_μ —叶片成组影响系数；

k_5 —流场不均匀修正系数。

经修正之后，的比值（ $\frac{(\sigma_a^*)}{(\sigma_{s.b})}$ ）定义为**安全倍率**，用符号 A_b 表示

$$A_b = \frac{(\sigma_a^*)}{(\sigma_{s.b})} = \frac{k_1 k_2 k_d \sigma_a^*}{k_3 k_4 k_5 k_\mu \sigma_{s.b}} \quad (6-82)$$

2) 不调频叶片的安全准则

为了得到不同阶次振动下的许用**安全倍率** $[A_b]$ ，根据大量统计计算，得到了在共振状态下能长期安全运行的和已经因共振损坏了的各种叶片的安全倍率值，把它们标记在 $k-A_b$ 坐标系中（图6-57）。横坐标是振动倍率 k （ $k = \frac{f_d}{n}$ ，其中， f_d 为叶片动频率， n 为转速）；纵坐标是安全倍率 A_b 。在安全点和事故点之间，有一条较明显的**分界线**。位于该曲线以上的值的叶片是安全的，位于该曲线以下的值的叶片是危险的，曲线上的值是叶片安全和危险的界限值。把这一界线的定义为安全倍率，并用 $[A_b]$ 表示，并作为判别不调频叶片的安全准则，其安全条件为：

安全准则的安全条件为：

$$A_b = \frac{(\sigma_a^*)}{(\sigma_{s.b})} \geq [A_b] \quad (6-83)$$

不调频叶片的安全准则对不同振型所推荐的许用安全倍率值如下：

- i，对于 A_0 型振动与低频激振力 kn 共振的不调频叶片，其 $[A_b]$ 值见表6-7。当 $k=2$ (有时当 $k=3$) 时，不采用不调频叶片，而用调频叶片，避开共振，以确保叶片安全运行。
- ii，对于 B_0 型振动与高频激振力 zn 共振的不调频叶片，取 $[A_b] = 10$ 。
- iii，对于 A_0 型振动与高频激振力 zn 共振的不调频叶片，全周进汽级的 $[A_b] = 45$ ，部分进汽级的 $[A_b] = 55$ 。

3, 调频叶片的安全准则

由于调频叶片不允许在某一主振型共振条件下长期运行, 因此要求叶片该主振型的动频率与激振力频率避开一安全范围。当有阻尼时, 叶片振动的振幅迅速成小 (即动应力), 所以可取较小的许用安全倍率值。也就是说, 要保证调频叶片长期安全运行, 就要满足频率避开的要求, 还要求安全倍率大于某一许用值, 即

$$A_b \geq [A_b]。$$

对不同振型和转速的工作叶片, 其频率避开值和许用安全倍率值是不相同的。下面介绍转速为3000r / m的汽轮机的几种主要振型的调频叶片安全准则。

1) A_0 型振动频率与低频率振力频率kn的避开要求和安全倍率

由于制造、安装质量不可能绝对相同，同一个叶轮上各叶片或叶片组内各叶片的振动频率有高有低，则叶片的频率分散度为

$$\Delta f = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{(f_{\max} + f_{\min})/2} \times 100\% \quad (6—84)$$

式中， f_{\max} 、 f_{\min} 表示级中测得的叶片 A_0 型振动的最大与最小静频率。 $\Delta f > 8\%$ ，不合格，应消除缺陷，使 $\Delta f < 8\%$ 。但需要说明的是，调频叶片的频率只能避开振动倍率 $K=2\sim 6$ 的低频率振力频率。当 $K > 7$ 时，对于 A_0 型振动和频率为 kn 的低频激振力发生振动的叶片，只能制成不调频叶片。

对于转速为3000r/m的汽轮机，叶片动频率 f_d 介于低频率振力频率 kn 和 $(k-1)n$ 之间时，则动频率与激振力频率之间的避开要求应满足以下两式：

$$f_{d1} - (k-1)n_1 \geq 7.5\text{Hz} \quad (6-85a)$$

$$kn_2 - f_{d2} \geq 7.5\text{Hz} \quad (6-85b)$$

式中 n_1 、 n_2 ——汽轮机转速变化的上下限值；

f_{d1} ——转速整级叶片中的实际最低动频率（Hz）；

f_{d2} / d_z ——转速整级叶片中的实际最高动频率（Hz）；

k ——振动倍率。

同时，该调频叶片的安全倍率 [按式 (6—83) 算] 还应大于表 6—9 推荐的许用安全倍率值。

2) B_0 型振动频率与高频激振力频率 zn 的避开要求和安全倍率

当要求叶片的动频率避开高频激振力频率时，该叶片的静频率已经很高，动频率与静频率已很接近，可以用静频率代替动频率，则 B_0 型频率避开率的要求如下：

$$\Delta f_1 = \frac{f_1 - zn}{zn} \times 100\% > 15\% \quad (6-86a)$$

$$\Delta f_2 = \frac{zn - f_2}{zn} \times 100\% > 12\% \quad (6-86b)$$

叶片组 B_0 型振动的静频率中，最低的 f_1 值高于 zn ，考虑到运行一段时间后，大多数叶片频率要下降，故要求 $\Delta f_1 > 15\%$ ，最高的 f_2 值低于 zn ，同理，只要求 $\Delta f_2 > 12\%$ 。 B_0 型振动满足上述调频要求后，安全倍率按该叶片的 A_0 型与低频激振力 kn 的不调频叶片确定。因为这种叶片组的 A_0 振型，对低频激振力而言，仍属共振的不调频叶片，其安全倍率不应低于表6-9的许用值

4, 叶片的调频

所谓“调频”，就是调整叶片的频率或者激振力的频率，使二者的频率数值不相等并错开一定的安全范围。火电厂现场调频的常用几种方法有：

- 1) 重新安装叶片、改善安装质量；
- 2) 增加叶片与围带、拉金的连接牢固度，铆打铆钉、加焊；
- 3) 加大拉金直径（增加了拉金对叶片的反弯矩）或改用空心拉金（减小质量、提高频率）。
- 4) 增加拉金数目；
- 5) 改变叶片组内叶片数目；
- 6) 对单个自由叶片增设拉金或围带；
- 7) 在叶片截面中心钻减荷孔；
- 9) 采用松拉金或波形围带均可以增大阻尼，降低动应力。
- 10) 变更喷嘴数、或者重新设计隔板以改变激振力的频率。

作业:

1、某机等截面叶片组，叶高 $l_b = 6.25\text{cm}$ ，截面积 $A_b = 2.683\text{cm}^2$ ，最小惯性矩 $I_{\min} = 0.487\text{cm}^4$ ，安装角 12.1° 。组内叶片数 $z_m = 12$ 为 $t = 447^\circ\text{C}$ 。工作温度 $z_n = 42$ ，喷嘴数 $A_s = 1.138\text{cm}^2$ 围带截面积 $t_s = 2.42\text{cm}$ ，围带节距 $I_s = 0.0738\text{cm}^4$ ，最小惯性矩 $E = 2.1 \times 10^4 \text{MPa}$ 叶片和围带材料相同，弹性模量

，密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。试校核其共振安全性。
 A_0 $f_{\min} = 268\text{Hz}$ $f_{\max} = 289 \text{Hz}$

2、某机等截面叶片组切向 $l_b = 0.3\text{m}$ 型振动频率 $d_r = 1.356\text{m}$ ，平均直径 $\beta = 26.3^\circ$ ，叶高 $A_b = 5.5$ 。主惯性轴与轮周方向的夹角 β ，叶片安全倍率 β ，电网频率变动范围为 $49\sim 50.5\text{Hz}$ 。试校核其振动安全性。

思考题与作业题

- 1, 动叶片工作时受到哪些力的作用?
- 2, 围带对动叶片工作有哪些影响?
- 3, 动叶片工作时受到哪些激振力的作用? 各是怎样产生的?
- 4, 单个叶片的振型有哪些? 并画示意图。
- 5, 叶片调频的常用方法有哪些?
- 6, 试求等截面叶片的最大拉应力和最大弯曲应力。已知级流量 $G=16.6\text{kg/s}$, 级平均直径 $d_m = 1.232\text{m}$, 叶高 $l_b = 0.191\text{m}$, 动叶前压 $p_1 = 0.039\text{MPa}$, 级后压 $p_2 = 0.03677\text{MPa}$, 喷嘴出口速度 $c_1 = 386\text{m/s}$, 出汽角 $\alpha_1 = 15^\circ$ $\alpha_2 = 100^\circ$, 余速 $c_2 = 97\text{m/s}$ 。圆周速度 $u_m = 196.5\text{m/s}$, 动叶片数 $Z = 144$, 叶片最小截面系数 $W_{\min} = 0.508\text{cm}^3$, 部分进汽度 $e=1$, 材料密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 。
- 7, 已知单个等截面叶片, 叶高 $L = 6.5 \text{cm}$, 最小惯性矩 $I_{\min} = 0.487\text{cm}^4$, 截面积 $F = 2.684\text{cm}^2$, 材料密度 $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 弹性模量 $E = 2.15 \times 10^5 \text{MPa}$, 求自振频率 f_{A0} 、 f_{B0} 和 f_{A1} 。

§ 6-3 叶轮的强度与振动

转子是汽轮机的主要部件，其中，中低压转子多采用套装转子。套装转子加工方便，材料可得到合理利用，质量容易保证。但在高温下会产生松动。由于强度的要求，可分等厚度叶轮和变厚度叶轮两类。

一、叶轮应力计算基本公式

叶轮在工作时，受到下列力的作用：

- (1) 离心力：包括叶轮自身质量、围带和拉金质量的离心力；
- (2) 热应力：在启停和大幅度变工况时，由于温度分布不均而引起的应力；
- (3) 压应力：在叶轮内孔面与大轴外表面过盈配合，此间存在很大的压应力。

此外，在叶轮、叶片两侧还有蒸汽压力、脉动压力及其他零部件对叶轮的作用力等。但这些载荷引起的应力一般都很小，可忽略不计。

叶轮在旋转时，其所受载荷及应力都关于轴中心线对称的。因此，叶轮的应力状态是轴对称的平面应力状态，叶轮主平面内只存在径向应力与切向应力，并且在半径相同的圆周上各点应力都相等，应力沿厚度均匀分布。

为了求得叶轮的径向应力与切向应力的大小和分布规律，从叶轮中取一个微元体进行分析。于叶轮任一处取半径相距的两个圆弧面和夹角为的两个径向截面所围

成一微元体ABCD进行研究（图5—58）。叶轮工作时，在离心力作用下，微元体的四个截面上将产生应力。由于对称性，微元体的四个截面上只受两个方向的主应力：即径向应力和切向应力，用 σ_r 和 σ_θ 表示。

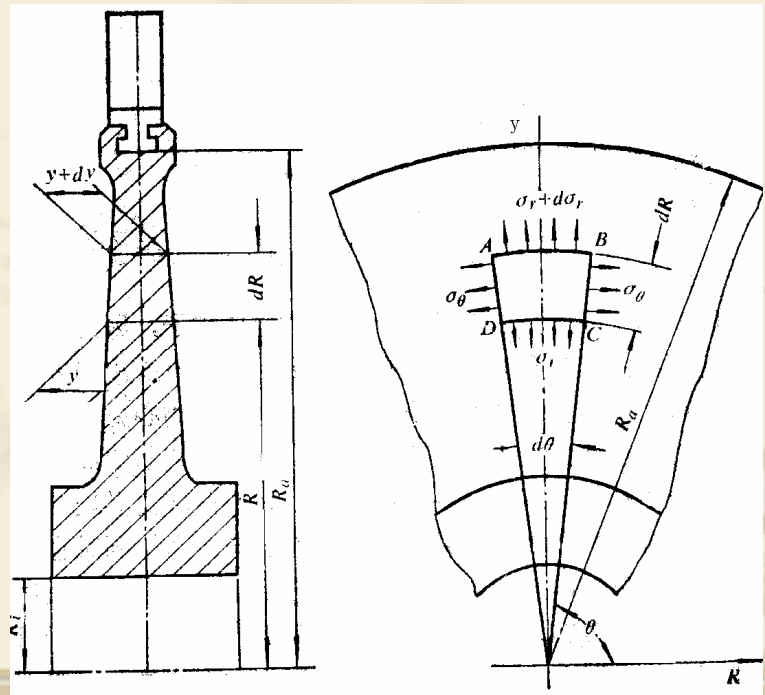


图5—58

作用在微元体的力有五个（图5—59）：微元体的离心力 dC ；作用在AB截面和CD截面上径向力 dp 和 dp' ；作用在径向AD、BC截面上的两个切向力 dT 。其中

离心力：
$$dC = dmR\omega^2 = \rho R^2 \omega^2 y d\theta dR$$

式中 ρ ——叶轮材料密度；
 ω ——叶轮旋转角速度；
 R ——叶轮某截面半径；
 y ——半径 R 处叶轮厚度。

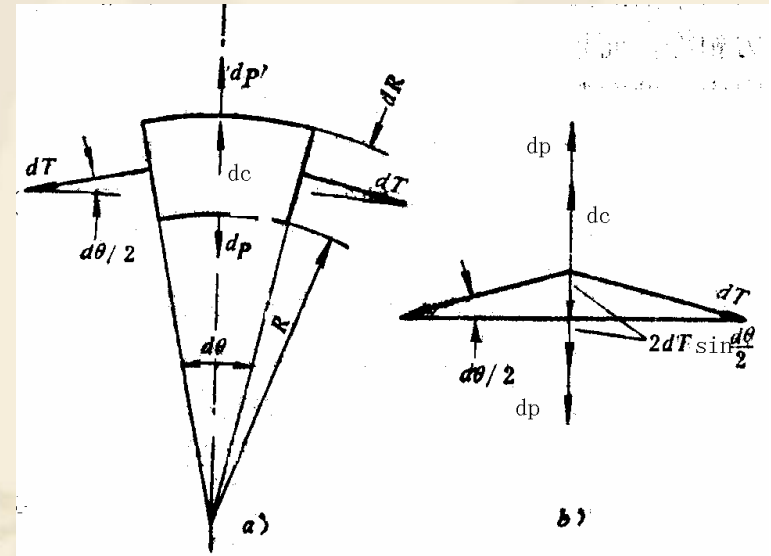
径向力：
$$dP = \sigma_r y R d\theta$$

$$dP' = (\sigma_r + d\sigma_r)(y + dy)(R + dR)d\theta$$

将上式展开，并略去高阶微量得：

$$dp' = \sigma_r y R d\theta + \sigma_r (y dR + R dy) d\theta + R y d\sigma_r d\theta$$

切向力为：
$$dT = \sigma_\theta y dR$$



叶轮稳定旋转时，作用在微元体上各力在任意方向的分力之和为零。在径向方向上的平衡条件为：

$$dC + dP - dP - 2dT \sin \frac{d\theta}{2} = 0 = dC + dP - dP - dT d\theta = 0 \quad (5-88)$$

将上述离心力、径向力、切向力代入上式，并消去和除以dR后得

$$\rho\omega^2 R^2 y + \sigma_r \left(y + R \frac{dy}{dR} \right) + Ry \frac{d\sigma_r}{dR} - \sigma_\theta y = 0 \quad (5-89)$$

此式为叶轮受力平衡方程式，它表明叶轮应力和尺寸、转速之间的关系。如果已知叶轮尺寸和转速，需求叶轮两个应力，需要借助其他条件才能解决问题。这里，需借助于应力和应变、应变和位移的关系，经过一系列推导，最终可得到：

$$\frac{d^2 v}{dR^2} + \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dR} + \frac{1}{R} \right) \frac{dv}{dR} + \left(\frac{\mu}{Ry} \frac{dy}{dR} - \frac{1}{R^2} \right) v + \rho\mu^2 \frac{1-\mu^2}{E} R = 0 \quad (5-90)$$

(5-90) 式为叶轮旋转强度的基本微分方程式。要求解此方程是有困难的，要根据不同的边界条件（叶轮型线）来进行求解。

其中, v 为微元体的位移, 见本图

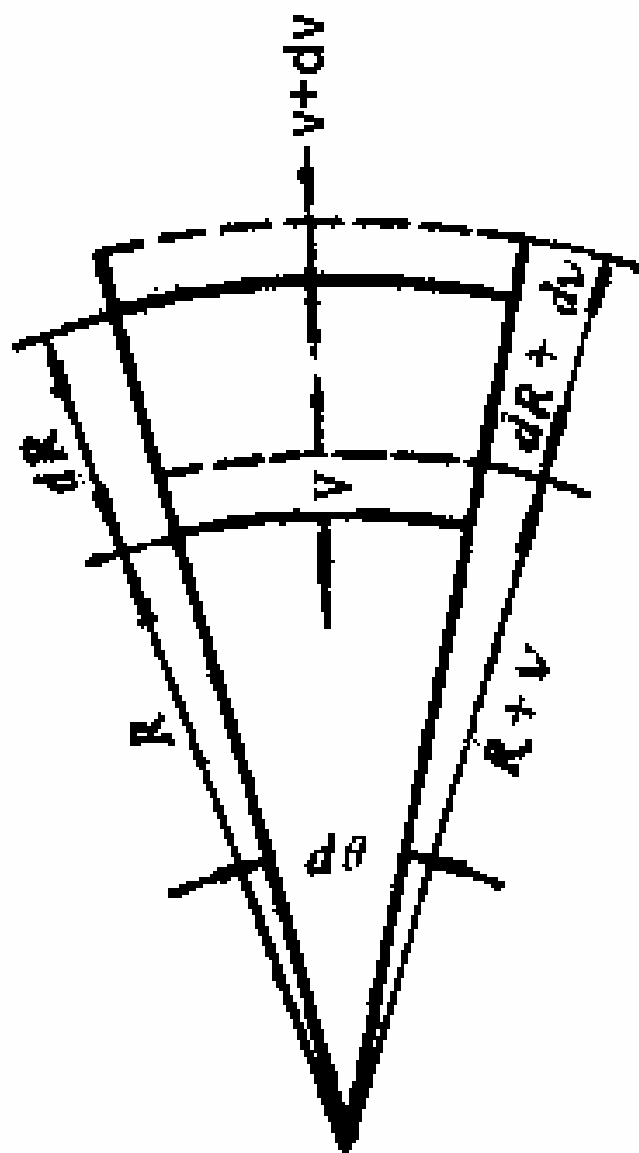


图 3-19 微元体变形

二，等厚度叶轮的应力计算

对于等厚度叶轮，其厚度不随半径变化，则叶轮旋转强度的基本微分方程式(5--90)中的 $\frac{dy}{dR}=0$ ，则方程式(5--90)可简化为

$$\frac{d^2v}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dv}{dR} - \frac{v}{R^2} + AR = 0 \quad (5-91)$$

其中， $A = \rho\omega^2 \frac{1-\mu^2}{E}$

经过推导整理可得到等厚度叶轮的径向应力和切向应力公式：

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)C_1 - (1-\mu)\frac{C_2}{R^2} - (3+\mu)\frac{AR^2}{8} \right] \\ \sigma_\theta = \frac{E}{1-\mu^2} \left[(1+\mu)C_1 + (1-\mu)\frac{C_2}{R^2} - (1+3\mu)\frac{AR^2}{8} \right] \end{cases} \quad (5-92)$$

其中，积分常数 C_1 和 C_2 由边界条件确定。

等厚度叶轮又分为空心等厚度叶轮和实心等厚度叶轮两种。

(一) 空心等厚度叶轮的应力

叶轮旋转时，叶轮自身质量、叶片、轮缘的质量会产生离心力，该力在叶轮外表面上产生的径向应力为 σ_{ra} 。对于套装的空心等厚度叶轮，由于过盈配合而产生的径向应力为 σ_{ri} ，如图5—60所示。其边界条件为

(1) 当 $R = R_a$ 时， $\sigma_r = \sigma_{ra}$ ；

(2) 当 $R = R_i$ 时， $\sigma_r = \sigma_{ri}$ 。

将边界条件代入（5—92）经过推导整理，可得到空心等厚度叶轮的径向

应力和切向应力公式：

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\rho\omega^2(3+\mu)}{8} \left(R_a^2 + R_i^2 - \frac{R_a^2 R_i^2}{R^2} - R^2 \right) + \frac{R_a^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(1 - \frac{R_i^2}{R^2} \right) \sigma_{ra} \\ &+ \frac{R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(\frac{R_a^2}{R^2} - 1 \right) \sigma_{ri} \\ \sigma_\theta &= \frac{\rho\omega^2(3+\mu)}{8} \left(R_a^2 + R_i^2 + \frac{R_a^2 R_i^2}{R^2} - \frac{1+3\mu}{3+\mu} R^2 \right) + \frac{R_a^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(1 + \frac{R_i^2}{R^2} \right) \sigma_{ra} \\ &- \frac{R_i^2}{R_a^2 - R_i^2} \left(\frac{R_a^2}{R^2} + 1 \right) \sigma_{ri} \end{aligned} \right. \quad (5-93)$$

上式中，第一项为叶轮自身旋转质量离心力所产生的应力；第二项为外径负荷在叶轮中产生的应力；第三项为内径负荷在叶轮中所产生的应力。三者叠加则是叶轮工作时总的应力。

(二) 实心等厚度叶轮的应力

对于实心等厚度叶轮，无中心孔，即 $\sigma_{ri} = 0$ ，代入(5—92)经过推导类似整理，可得到实心等厚度叶轮的径向应力和切向应力公式：

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 (R_a^2 - R^2) + \sigma_{ra} \\ \sigma_\theta = \frac{3+\mu}{8} \rho \omega^2 (R_a^2 - \frac{1+3\mu}{3+\mu} R^2) + \sigma_{ra} \end{cases} \quad (5-94)$$

上式中，第一项为叶轮自身旋转质量离心力所产生的应力；第二项为外径负荷所产生的应力。

前面所讲的叶轮应力计算公式，使用时不方便。希望用内径或外径上的应力表式任意半径处的应力。这里用内径上的应力表示任意半径处的应力，对（5—93）式进行变换整理得：

$$\sigma_r = \frac{1+m^2}{2}\sigma_{ri} + \frac{1-m^2}{2}\sigma_{\theta i} + \frac{\rho\omega^2 R^2}{8}[2(1+\mu)m^2 + (1-\mu)m^4 - (3+\mu)]$$

$$\sigma_\theta = \frac{1-m^2}{2}\sigma_{ri} + \frac{1+m^2}{2}\sigma_{\theta i} + \frac{\rho\omega^2 R^2}{8}[2(1+\mu)m^2 - (1-\mu)m^4 - (1+3\mu)]$$

(5—95)

式中， $m = \frac{R_i}{R}$ --- 叶轮内孔半径与计算截面半径之比。

$$\text{令} \quad \begin{cases} \alpha_r = \beta_\theta = \frac{1+m^2}{2} \\ \alpha_\theta = \beta_r = \frac{1-m^2}{2} \end{cases}$$

对于一般材料， $\rho = 7.85 * 10^3 \text{ kg} / \text{m}^3$ ，则有 $\frac{\rho\omega^2 R^2}{8} = \frac{\rho}{8} \left(\frac{n\pi}{30}\right)^2 \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 2.69n^2 d^2$

式中， d ——计算截面的直径（m）；

n ——叶轮转速。

又 令： $T = \frac{d^2 n^2}{10^6}$ ，则（5—95）中的第三项系数为：

$$\begin{cases} \alpha_c = 2.69[2(1 + \mu)m^2 + (1 - \mu)m^4 - (3 + \mu)] \\ \beta_c = 2.69[2(1 + \mu)m^2 - (1 - \mu)m^4 - (1 + 3\mu)] \end{cases}$$

这样式（5—95）可进一步简化得：

$$\sigma_r = \alpha_r \sigma_{ri} + \alpha_\theta \sigma_{\theta i} + \alpha_c T \quad (5-96)$$

$$\sigma_\theta = \beta_r \sigma_{ri} + \beta_\theta \sigma_{\theta i} + \beta_c T$$

上式为计算叶轮应力的常用公式。通常，将 α 、 β 、 m 制成表格，供计算时查用。

对于给定叶轮，用上述叶轮应力公式计算的结果，绘成曲线（应力分布图）如图5—61所示。

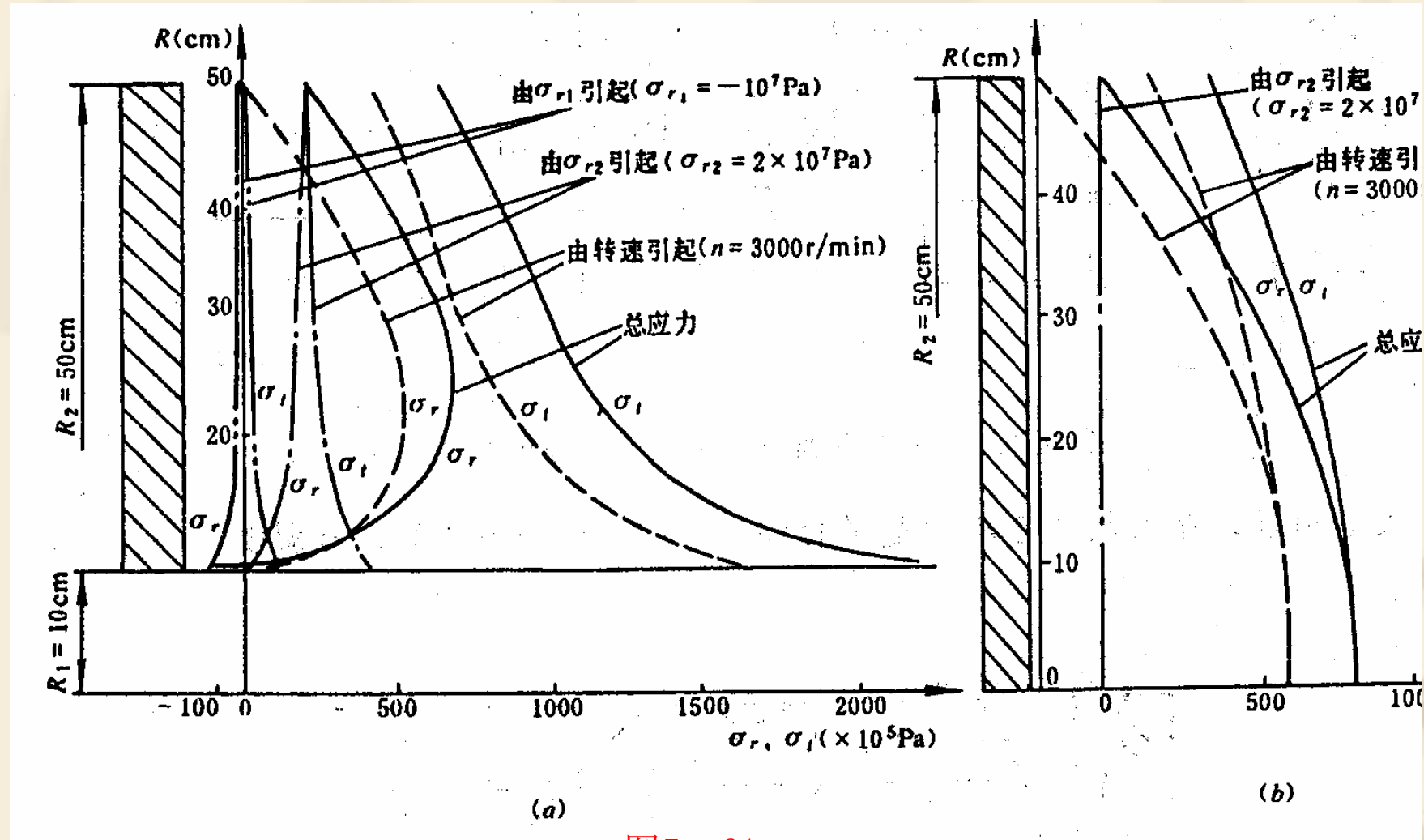


图5—61

从等厚度叶轮应力分布图可以看出：

- (1) 由内孔压应力所引起的应力（双点划线），径向应力为负值、切向应力为正值，二者的数值都不大，在叶轮外缘减小到零；
- (2) 由叶轮外缘处的径向应力所引起的应力（点划线），径向应力随半径的减少而减小，到轮孔处为零；而切向应力随半径的减少而增大。
- (3) 由叶轮自身旋转质量离心力所引起的应力（虚线）是主要的。其径向应力在中心孔和外缘处都为零，随半径增大到某一处，径向应力最大；其切向应力，在外缘处较小，随半径减小而增大，到中心孔表面达最大值。
- (4) 对于实心等厚度叶轮，在中心，径向应力和切向应力无差别。

图中，实线所示的应力为三者叠加之合应力。而总的切向应力在中心孔表面为最大。即中心孔表面是最危险部位。在检验叶轮是否发生了裂纹，则首先应从中心孔表面检查起。另外，等厚度叶轮应力与叶轮厚度无关，因此，增大叶轮厚度不能提高叶轮强度。

三，变厚度叶轮的应力计算

由于等厚度叶轮应力分布不均匀，中心孔处应力最大。因此，常把叶轮做成变厚度叶轮。在计算叶轮应力时，把变厚度叶轮型线用阶梯形状的等厚度叶轮代替，如图5—62所示。

在计算变厚度叶轮应力时，先将变厚度叶轮进行分段，每一段按等厚度叶轮处理和计算。分段越多计算结果就越精确。在计算过程中，必然有两个不同厚度段的交界面。而每一个相邻两段交界面上的两应力的相互关系由下式确定：

$$\sigma_{r(j+1)} = \sigma_{rj} \cdot y_j / y_{j+1} \quad (5-97)$$

$$\sigma_{\theta(j+1)} = \sigma_{\theta j} + \mu(\sigma_{r(j+1)} - \sigma_{ri})$$

式中， σ_{rj} 和 $\sigma_{\theta j}$ 为叶轮第j段外径处径向应力和切向应力， $\sigma_{r(j+1)}$ 和 $\sigma_{\theta(j+1)}$ 为叶轮第(j+1)段内径处径向应力和切向应力。

四，叶轮的套装和松动转速

对于套装叶轮，随着转速的增加，叶轮孔径和大轴外径会逐渐增大，但叶轮孔径增加快，大轴外径增加慢。当转速达到某一值时，叶轮与大轴将发生松动。因此，叶轮与大轴必需采用过盈配合，即采用“红套”办法进行套装。

- ❖ 如果过盈量 Δ 越大，预紧力就越大，可保证叶轮在工作时不松动。但是，预紧力越大，则叶轮内孔表面的应力就越大，很可能导致内孔表面产生裂纹。
- ❖ 若过盈量 Δ 太小，则有可能使叶轮在工作转速下产生松动。所以，其装配过盈量有一个合适数值。

这里，引出“**松动转速**”的概念。就是叶轮与大轴之间产生松动时的最低转速，或者使配合过盈量 Δ 刚好消失时所对应的转速。在设计时，只要让叶轮松动转速大于工作时可能达到的最高转速，按此转速设计装配**过盈量 Δ** ，就能保证汽轮机转子在任何工况不松动。而汽轮机转子最高转速是危急保安器的动作转速，它为汽轮机工作转速的 $(1.10\sim 1.12)n_0$ 。因此，要求叶轮松动转速 n_s 大于危急保安器的动作转速的 $1.12n_0$ ，即

$$n_s = (1.15 \sim 1.25)n_0 \quad (5-98)$$

通常，取 $n_s = 1.20n_0$ 作为叶轮松动转速。考虑叶轮和大轴加工有公差，过盈量也有公差，因此选择叶轮**最小松动转速**为 $1.185n_0$ ，叶轮**最大松动转速**为 $1.215n_0$ ，用来计算**最小装配过盈量 Δ_{\min}** 和**最大装配过盈量 Δ_{\max}** 并按 Δ_{\max} 计算叶轮应力。

五， 叶轮、 转子材料和许用应力

(一) 材料

汽轮机套装转子叶轮材料，通常采用34CrMo、35CrMoV。对于低压转子的大型叶轮，载荷大，轮毂尺寸大，可采用34CrNi3Mo，33Cr3MoWV等。

高温和中温区的整锻转子，可采用珠光体钢：27Cr2Mo1V(P2)，20Cr3MoWV等。

焊接转子的叶轮和零部件用：17CrMo1V（St560TS）制造，可用于520⁰C以下。

当温度达570⁰C时，叶轮和转子需用奥氏体钢或合金钢制造。Cr15Ni36W3Ti可作为650⁰C以下的叶轮和转子材料；Cr15Ni35W3Ti3AlB可作为700⁰C以下的叶轮材料。

(二) 许用应力

1, 在低温条件下工作的叶轮、转子按屈服极限校核其强度。在工作转速下由离心力载荷和装配过盈引起的应力, 不应大于下列许用应力:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{0.2}^t}{K_s}$$

式中 $\sigma_{0.2}^t$ ——工作温度下的屈服极限;

K_s ——对屈服极限的安全系数。

- ❖ 对于套装转子, $K_s = 1.8$;
- ❖ 对于整锻转子, $K_s = 2.2$;
- ❖ 对于焊接转子, $K_s = 2.3$ 。

2, 在高温条件下工作的叶轮、转子, 材料在高温下要产生蠕变, 为了保证不断裂并限制其变形量, 则应用屈服极限、蠕变极限、持久强度极限三方面来校核, 用其中最小值为许用应力:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{0.2}^t}{K_s}; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{du}}{K_{du}}; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_{cr}}{K_{cr}}$$

其中 $\sigma_{0.2}^t$ ——材料的屈服极限;

σ_{du} ——持久强度极限, 即材料在工作温度下, 工作 10^5 小时断裂的应力值;

σ_{cr} ——蠕变极限, 即材料在工作温度下, 工作 10^5 小时的变形量为1%的应力值;

K_s 、 K_{du} 、 K_{cr} ——相对于屈服极限、持久强度极限、蠕变极限的安全系数, 其中,

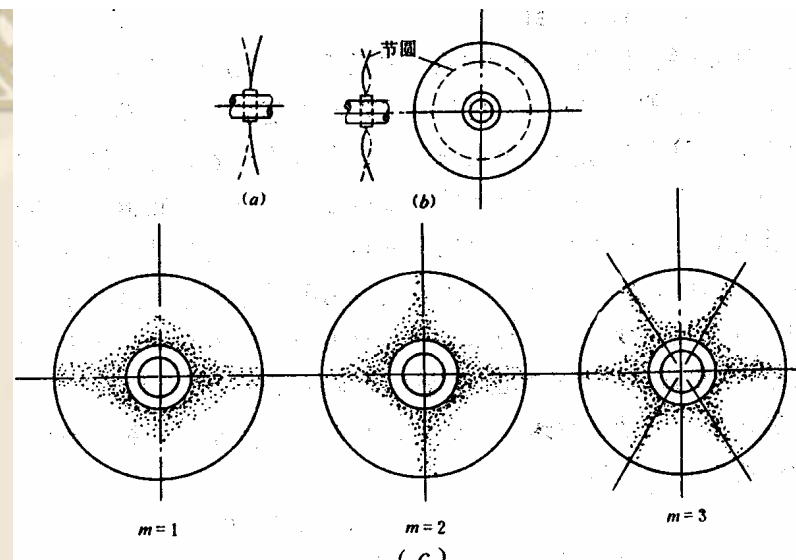
$$K_s = 2.2, \quad K_{du} = 1.65, \quad K_{cr} = 1.25。$$

§ 6-4 汽轮发电机组的振动

图 5—63

一、轮系振动

(一) 轮系振动的振型



轮系振动是指叶轮及其叶轮上的叶片、微带等组成的弹性体的振动，亦称为叶轮振动。叶轮将产生一系列不同型式（不同数目的节径）的强烈振动。轮系振动的主要形式有三种：

- 1, **带节圆的振动** 又称**伞形振动**，其特点是：叶轮振动时，振幅沿叶轮半径是变化的，即叶轮不同半径各圆周上的点，作振幅大小相等、方向相同（即振动相位相同）的振动，有些圆周不振动，形成“**节圆**”。当节圆数为零时，称为第一阶伞形振动；当节圆数为1时，称为第二阶伞形振动（即带一个节圆的振动）……。如图5—63所示。

2, **带节径的振动** 又称扇形振动, 即叶轮振动时, 有的直径的振幅为零或接近以零 (节径), 而其余的部位都在作不同振幅的振动。如图5—63 (c) 所示, 从左至右分别为一个节径 ($m=1$)、二个节径 ($m=2$) 和三个节径 ($m=3$) 的扇形振动。

3, **复合振动** 由伞形振动与扇形振动叠加而成的叶轮振动称为复合振动。出现这种振动时, 叶轮面上既有节圆, 又有节径, 如图5—64所示。

以上三种叶轮振动, 伞形振动不易出现, 而由伞形振动与扇形振动叠加而成的复合振动就更难出现, 带节径的振动最容易发生。

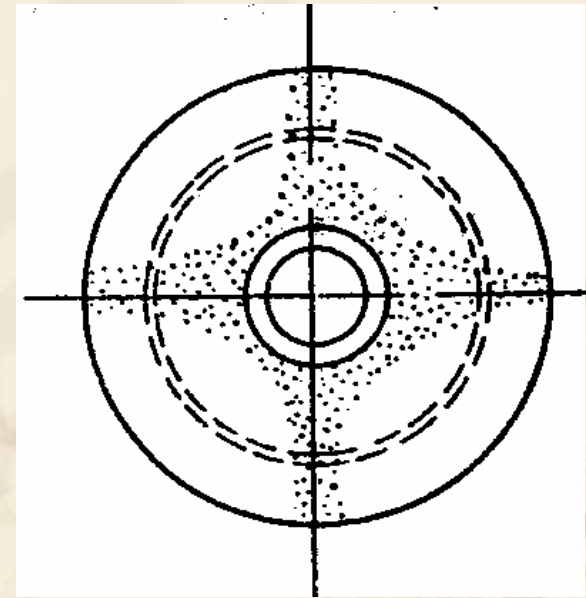
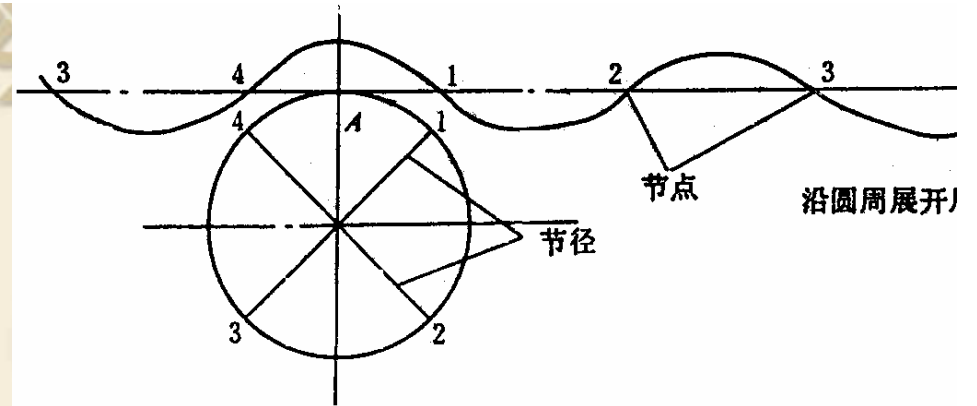


图5—64

(一) 轮系振动的波



如图5—65中，当轮盘不旋转时，叶轮在A点被激振之后，其振动以波的形式在A点的左右两边沿圆周传播，在A的对称点相遇：

- ❖ 若激振力的频率不等于叶轮自振频率，则两波相遇时相位不相等，不发生共振，振幅不会增大；
- ❖ 若激振力的频率等于叶轮自振频率，则两波在激振点的对称点相遇时相位相同，波继续传播时，均与原振动同相，因而各处振幅互相叠加，这时叶轮圆周上的振幅各不相等，最大振幅处恒为最大，不振处恒不振动，即形成节径，在叶轮上形成稳定不变的波型，称为驻波。而驻波可看成为二个频率和驻波相同、振幅为驻波的一半、其运动方向相反的二个行波之叠加。

对于作 m 个节径振动的静止叶轮，叶轮振动频率为 f ，则行波每移动一个波长所需要的时间就等于轮系振动的一个周期 T ，

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (5-100)$$

式中， ω ——轮系振动的圆频率。则行波沿圆周传播的角速度为

$$\omega_t = \frac{2\pi}{Tm} = \frac{2\pi f}{m} = \frac{\omega}{m} \quad (5-101)$$

而行波的转速为：

$$n_{st} = \frac{\omega_t}{2\pi} = \frac{f}{m} \quad (5-102)$$

若叶轮以每秒 n_s 转速旋转，同时又在做 m 个节径的振动。如果观察者用**同样的转速**在旋转，则其所看到的仍是一个驻波，同样可认为此驻波为二个频率和驻波相同、振幅为驻波的一半、其运动方向相反的二个行波之叠加。若节径在叶轮上旋转方向与叶轮旋转方向相同，其行波称为**前行波**，与叶轮旋转方向相反的行波称为**后行波**。

所谓**静止波**就是后行波的一种特例，即叶轮上节径的旋转速度与叶轮的转速相等而转动方向相反，相对于静止坐标，节径不转动，这时

$$n_{jz} = n_{rt} - n_s = \frac{f_d}{m} - n_s = 0$$

则有 $\frac{f_d}{m} = n_s$

叶轮转速正好等于行波速度。因为叶轮向前转动时，静止波在叶轮上是向后旋转的，是后行波的一种特例，其振动可以靠蒸汽的能量维持和扩大。静止波最容易发生。如果隔板上有一个喷嘴异常（低频激振力），叶片每转到此处，便要受到一次激振力的作用，其振动相位不变，这样叶轮振动会持续并且不断扩大。理论分析还表明，维持静止波振动所需功率与振幅成正比，而维持行波振动所需功率与振幅的平方成正比。因此，在产生相同振幅的振动情况下，静止波振动比行波振动所需的能量小。根据上面所述，**静止波最容易发生、持续和扩大，最危险。**

作业：

- 1、叶轮振型的分类：
- 2、解释专业名词：叶轮松动转速、前行波、后行波、静止波。
- 3、叶轮工作时受到哪些力的作用？
- 4、作出等厚度叶轮（空心、实心）应力分布图。

二，转子临界转速

由于转子不可避免存在着**偏心**。当转子转动时，这些质量偏移产生的离心力就成为一种**周期性的激振力**，使转子**受迫振动**。当激力的频率和转子自振频率接近时，转子就会产生共振。如汽轮机在启动时，当转速上升到某一数值时，机组会出现**较强振动**，而通过这一转速之后，振动又降下来。当转速上升到另一数值时，机组又会出现较强振动。这种使机组出现较强振动时的转速称为机组**转子临界转速**。转子临界转速有**无穷多个**，分别称为第一临界转速，第二临界转速，第三……。如果转子在临界转速下运行，轻则使转子振动加剧，重则造成事故或者重大事故。由于机组通过临界转速时振动较大。因此，机组启动时，必须快速通过临界转速，不能停留，以免发生重大事故。

汽轮机的转子分为刚性转子和挠性转子两种。

- ❖ 当机组工作转速低于第一临界转速的转子可认为是**刚性转子**，这种转子运转安全可靠。随着机组参数提高、容量增大、中间再热的采用，汽轮机由原来的单缸、单排汽逐步增加为多缸、多排汽型式，其结果是大轴加长，做成多支点连续轴，使转轴刚性相应降低，自振频率（转子临界转速）降低。
- ❖ 凡工作转速高于第一临界转速的转子都是**挠性转子**。所以，现代大型汽轮发电机组的转子均为挠性转子。

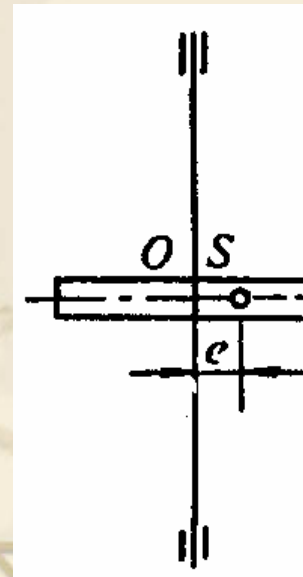
(一)单圆盘转子的临界转速

为了阐明转子临界转速的本质，先以立轴单圆盘无重轴转子为例来讨论转子的临界转速。图5—67所示为一立轴单圆盘无重轴转子，O为单圆盘几何中心，C为质心，e为偏心距，单圆盘的质量为m。由于单圆盘存在偏心，当转子以角速度 ω 旋转时，则会产生离心力，从而使立轴产生动挠度为的弯曲变形。这样，转子以角速度 ω 旋转时产生的离心力 $[C = m(y + e)\omega^2]$ 与轴产生弯曲的弹性力 $[F = c \times y]$ 相平衡，

$$\text{所以 } c \times y = m(y + e)\omega^2$$

式中 c ——为轴的刚度系数，即使转轴产生单位动挠度所需要的力（N）。

图
5
—
67



从而可得动挠度：

$$y = \frac{me\omega^2}{c - m\omega^2} = \frac{e}{\frac{c}{m\omega^2} - 1} \quad (5-114)$$

根据实际运行和上式（5—114）可以看出：

- ❖ 在单圆盘转子逐渐加速旋转过程中，当转速 $0 < \omega < \sqrt{\frac{c}{m}}$ 时，转子动挠度 y 随 ω 的增加而增加；
- ❖ 当 ω 接近 $\sqrt{\frac{c}{m}}$ 时，动挠度 y 将急剧增加，在阻尼很小的情况下，就会使转子迅速破坏。
- ❖ 但当 $\omega > \sqrt{\frac{c}{m}}$ 时，动挠度 y 随 ω 的增加而减小。
- ❖ 当转速再继续增加时，转子又趋于稳定，动挠度趋向于偏心距 e 。通常把角速度 ω 趋近 $\sqrt{\frac{c}{m}}$ 、动挠度最大时的角速度称为转子临界角速度 ω_{cr} ：

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (5-115)$$

相应的转速称为**转子临界转速**

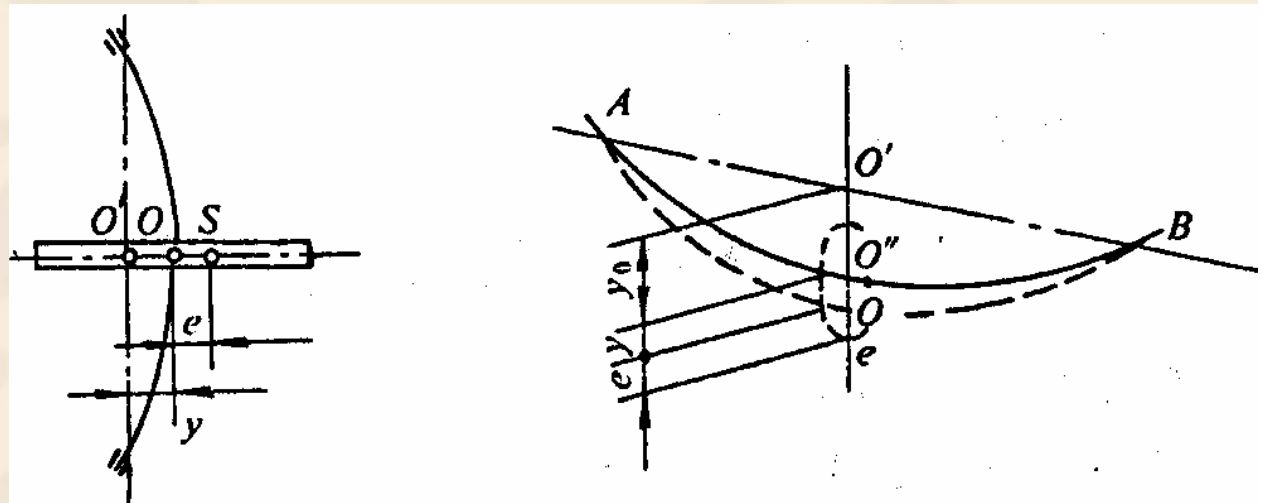
$$n_{cr} = \frac{\omega_{cr}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} \quad (5-116)$$

对于横轴单圆盘转子，由于**自重**而会出现静挠度，如图5—68所示。转子旋转时，不再绕AO'B线转动，而是绕AO''B线转动。这样，转子以角速度 ω 旋转时，则**离心力**、**重力**和**弹性力**三者的平衡关系为：

$$m(y + e)\omega^2 + cy_0 = c(y + y_0)$$

同样可得到**动挠度**为

$$y = \frac{e}{\frac{c}{m\omega^2} - 1}$$



其结果与立轴转子情况相同。

图5—68

通过上述讨论可以看出：转子临界转速实质上是转子系统偏心质量在转动过程中所形成的激振力和转子系统发生共振现象时的转速。而转子作横向振动时的自振圆频率为 $\sqrt{\frac{c}{m}}$ 。因此，转子临界转速 n_{cr} 和转子作横向振动时的自振频率 $n_{cr} = \frac{\omega_{cr}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}$ 在数值上是相等的。因此，在计算转子临界转速时，就直接利用转轴自振频率公式进行计算。但而者的物理意义是不同的：前者是转子在作弓形回转，后者是作往返振动。动挠度是转子存在偏心距造成的，为了消除振动，必须对转子进行严格的校平衡。

(三) 实际转轴的临界转速

1, 等直径转轴的临界转速

对于质量均匀分布的等直径转轴，在两端刚性支承条件下，转子的自振圆频率为：

$$\omega_{cn} = \frac{(n\pi)^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad \text{rad/s} \quad (5-117)$$

相应的自振频率为

$$n_{cn} = \frac{\omega_{cn}}{2\pi} = \frac{(n\pi)^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho F}} \quad 1/s \quad (5-118)$$

上二式中

l ——轴长；

E ——转子材料的弹性模量；

F ——转轴的横截面积；

I ——转轴横截面对直径的惯性矩；

n ——系数， $n=1, 2, 3, \dots$ 。

式（5—118）表明，转子的临界转速有**无穷多个**，从小到大，分别称为第一临界转速、第二临界转速……。

2，大型汽轮发电机组转子的临界转速计算方法

大型汽轮机转子为多支点连续转轴。其转子临界转速的计算比较复杂，除了计算第一阶外，还可以计算第二、…第n阶。以前是用能量法进行计算，其工作量很大，也不能满足精度要求。由于计算机的大量使用，现在多采用**初参数法**（**剩余弯矩法**）来计算转子的临界转速。

用初参数法计算多级汽轮机转子的临界转速，先将转轴分成若干段，即将转子简化成一个具有多个集中质量和等刚度弹性杆的**质点-弹性杆系统**。将其中任意一段进行力平衡分析，以确定一端的**力学参数** y, θ, Q, M （分别代表挠度、转角、切力、弯矩）。先假定任意转速，由轴的一端开始计算。用此段端点的边界条件和递推公式，算另一端的力学参数 y, θ, Q, M 。如此一段一段地计算，直到轴的末端，求出末端的力学参数 y, θ, Q, M 。若末端的力学参数 y, θ, Q, M 与自由端的力学参数 y, θ, Q, M 不相符合，则表明先假定任意转速不是转子的临界转速。则要再假定另一个任意转速继续计算。直到末端的力学参数 y, θ, Q, M 与自由端的力学参数 y, θ, Q, M 相符合（弯矩为零），则此转速为转子的临界转速。

这一计算方法是很早就提出来了，但由于计算量大而没得到广泛使用。但有了计算机之后，就普遍得到采用。

（四）影响转子临界转速的因素

和自振频率一样，临界转速随着转子刚度增加而提高，随着质量的增加而减少。

- 1, 转子温度变化对临界转速的影响：在高温条件下，转子材料的弹性模量下降。弹性模量的降低会使转子临界转速降低。因此，必须考虑转子金属温度变化对临界转速的影响。
- 2, 支座刚性的影响：一般地说，支座刚性好的，临界转速就高；支座刚性差好的，临界转速就低。
- 3, 叶轮回转力矩对临界转速的影响：转子旋转时，叶轮和轴以角速度 ω 绕其轴线旋转；同时，转子弹性曲线还会以角速度 Ω 绕轴承中心连线作弓形回转。这种运动称之为进动。当角速度 ω 和 Ω 同向并且相等时，称为同步正进动；当二者相等而方向相反时，称为同步反进动。对于汽轮机转子，绝大多数是同步正进动。作同步正进动时，叶轮回转力矩使轴的刚性增加，因而，使临界转速提高。

作业：

- 1、解释专业名词：刚性转子、挠性转子、转子临界转速。
- 2、转子临界转速与转子横向振动自振频率的区别和关系。

三，汽轮发电机组转子动平衡

当汽轮机转子的质心不在其旋转轴线上的时候（即存在着偏心），在运转时，由于质心偏移的离心力将引起转子振动。转子振动通过轴颈传导到轴承上，引起轴承、基础和整机的振动。为了消除由于质心偏移引起转子振动，就必须对转子进行平衡。即检查、分析转子的质量分布，并采取措施来调整转子的质量分布。使转子轴颈的振动和轴承的动反力控制在允许范围内。

(一) 刚性转子的平衡原理

1, 转子的静不平衡和动不平衡

如图5—69所示，在转子上有一不平衡质量，离中心C的半径为 r ，则不平衡质量矩为 $m_u r$ 。当转子以角速度 ω 旋转时，不平衡质量引起的离心力为 $m_u r \omega^2$ 。离心力通过转子作用在两端的轴承上，形成轴承的动反力。而离心力是周期性地作用在转子和轴承上的，从而引起转子系统作受迫振动。这种不平衡称为静不平衡，其振动形式如图5—69b所示。

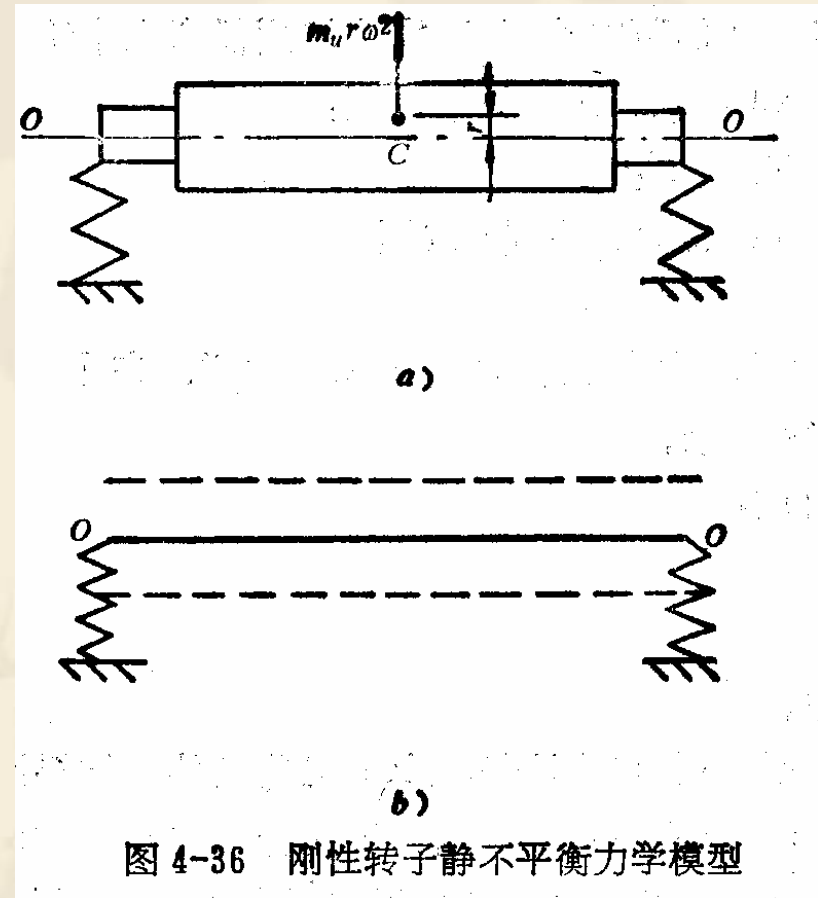


图 4-36 刚性转子静不平衡力学模型

图5—69

如图5—70所示，在与转子轴线OO相垂直的两平面I、II上，有不平衡质量 m_{u1} 、 m_{u2} ，离轴线OO的距离分别为 r_1 、 r_2 。且二不平衡质量 m_{u1} 、 m_{u2} 和轴线OO在同一子午面并分布在OO的两侧，其质量矩为 $m_{u1}r_1 = m_{u2}r_2$ 。这样，从静平衡条件来看，有 $m_{u1}r_1\omega^2 = m_{u2}r_2\omega^2$ 二者数量相等方向相反，合力为零，是处于平衡的。但二平面I、II相距 l ，在转子上作用有动不平衡力偶 $m_{u1}r_1\omega^2 l = m_{u2}r_2\omega^2 l$ ，则转子运转时，通过转子作用在两端的轴承上，使二轴承产生两个大小相等、方向相反的动反力，引起转子系统振动。这种不平衡称为动不平衡，其振动形式如图5—70b所示。

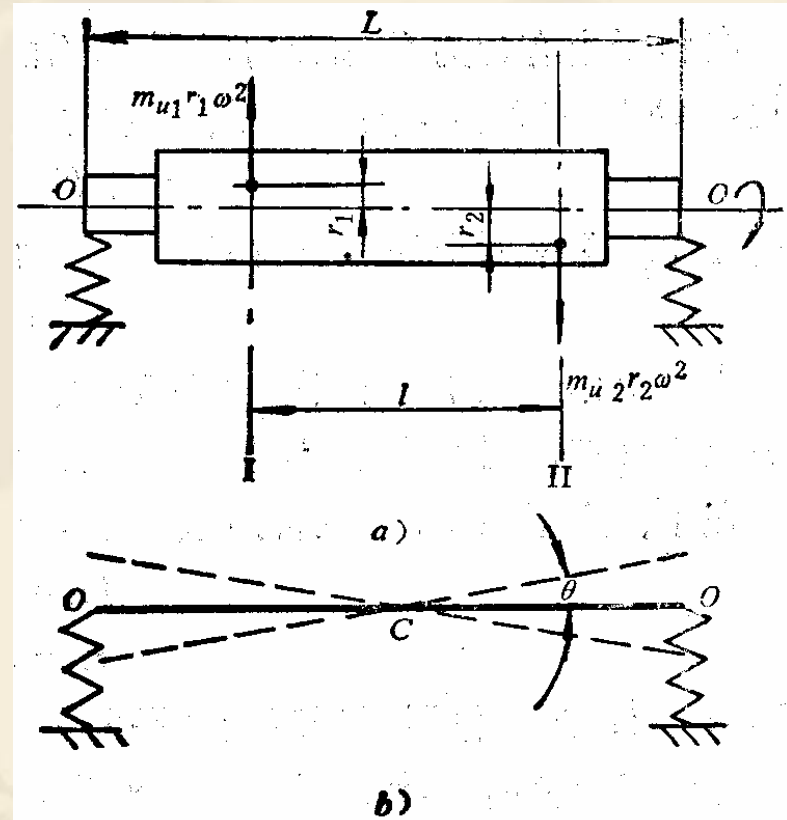


图 4-37 刚性转子动不平衡力学模型

图5—70

实际上，一个转子可能在垂直于轴线 OO 的多个横截面上、在不同半径处有多个不平衡质量。各不平衡质量都有不平衡质量矩为 $m_{ui}r_i$ 。当转子以角速度 ω 旋转时，每一个不平衡质量产生一个离心力，它们同垂直于轴线 OO 、指向不同方向。从理论力学知道：作用于—刚体的空间力系，最终可合成一个通过物体质心的合力 F 和力偶 M 。由于所有离心力都垂直于并通过轴线 OO ，因此合力 F 和力偶 M 也都垂直于并通过轴线 OO 。但一般情况下， F 和 M 并不处于同一子午面内，如图5—71所示。

所以，在一般情况下，转子运转时，既受合力 F 的作用，又受合力矩 M 的作用。则转子振动既有静不平衡引起的分量，又有动不平衡引起的分量。这时候转子处于动、静不平衡状态。

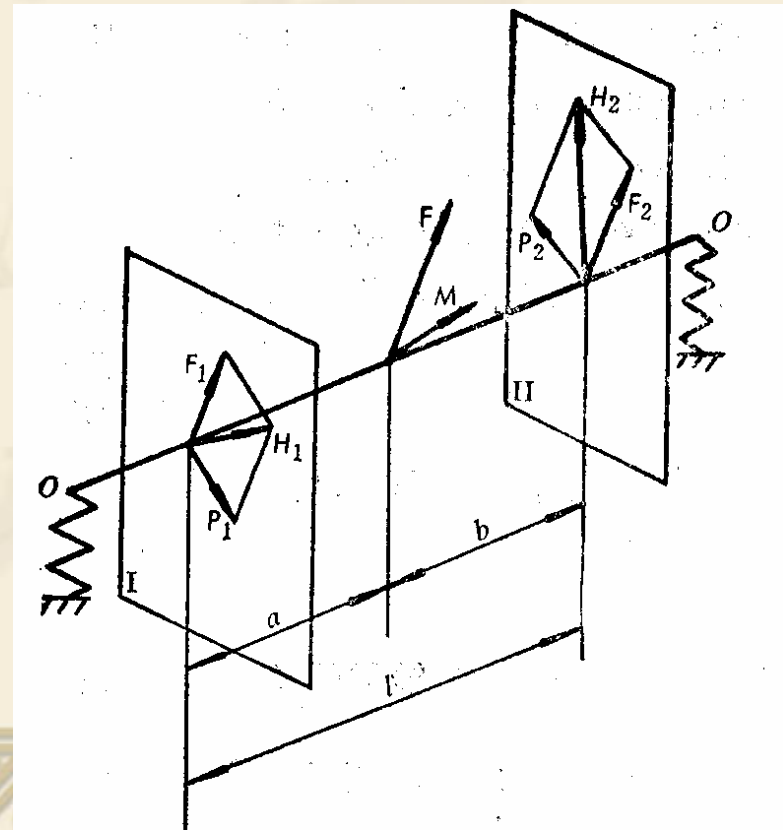


图5—71

2, 刚性转子的平衡原理

在一般情况下，转子上作用有合力 F 和合力偶 M ，可以把 F 和 M 分解到任意两个垂直于轴线 OO 、相距为 l 的平面 I、II 上去（如图5—71）。合力 F 按照

$$F = F_1 + F_2 \quad , \quad F_1 a = F_2 b$$

分解在平面 I、II 上的两个力 F_1 和 F_2 。力的方向和 F 相同。力偶按照

$$M = P_1 l = P_2 l$$

分解为作用在平面 I、II 上的两个大小相等、方向相反的力 P_1 、 P_2 ，方向垂直于 M 。这样，在平面 I、II 上，分别将力 F_1 、 P_1 和力 F_2 、 P_2 合成为：

$$H_1 = F_1 + P_1 \quad H_2 = F_2 + P_2$$

从而得到作用于平面 I、II 上的两个力 H_1 、 H_2 。

由此可以得出：对于任意一刚性转子，由于各种原因引起的不平衡质量，在转子运转中形成的不平衡，就相当于在转子中心上作用有一个垂直于轴线OO的力F和力偶M所形成动、静不平衡。也就相当于在平面 I、II 上分别作用有力 H_1 和 H_2 的结果。因此，要平衡转子，只要在平面 I、II 上分别加上 $-H_1$ 和 $-H_2$ 两个力，就可以消除转子动、静不平衡，使转子平稳运转。通常的做法是：在平面 I、II 上、 $-H_1$ 和 $-H_2$ 的方向上半径为 r_{ba1} 、 r_{ba2} 处，分别加上两个平衡质量（平衡块） m_{ba1} 、 m_{ba2} ，使平衡块的质量矩 $m_{ba1} r_{ba1}$ 和 $m_{ba2} r_{ba2}$ 在运转时产生的离心力正好能平衡 H_1 和 H_2 。

（二）挠性转子的平衡原理

对于挠性转子，当工作转速 $n \geq (0.6 \sim 0.75)n_{c1}$ 之后，转子将产生弯曲变形，其弯曲变形引起的惯性力往往大于转子质量偏心引起的惯性力。并且，挠性转子的振型（动挠度）随转速是变化的，因而转子弯曲变形引起的惯性力随转速也是变化的。同时，在任意一个平衡面上的不平衡质量对转子的影响随转速也是变化的。这样，在某一转速（如低速）下平衡好的转子，在另一转速（高速）下运行时，平衡又被破坏了。

随着机组参数提高、容量增大，现代大型汽轮发电机组的转子均为挠性转子。一般工作转速都在第二临界转速以上。因此，必需按照挠性转子的振动规律进行平衡。

根据挠性转子振动的正交性，转子在任意转速下转动时，转子的振型是转子各阶主振型分量的叠加。同时，按照某一阶主振型函数分布的外力只能引起该阶主振型的振动，而对其他各阶主振型分量没有影响。根据这一原理，可在转子的质心偏移的第 n 阶主振型分量 $A_n S_n(x)$ 所在的平面加上一个连续分布质量，使转子产生新的质心偏移 $-A_n S_n(x)$ ，则可以消除转子振动中的第 n 阶主振型分量，而对其他主振型分量没有影响。就这样逐阶进行平衡，分别在相应的子午面上加连续分布质量（在实际上，是用集中质量代替连续分布质量），使转子在相应的子午面上产生新的质心偏移，用这种方法平衡转子，在整个转速范围内使转子得到平衡，即完全平衡。这就是在各临界转速下，对各阶振型分理的逐阶平衡法，即振型分理平衡法。实际上，转轴空间挠度曲线中，主要是前三阶主振型起作用。更高阶的振型，节点较多，相应的临界转速又远离工作转速，对振动的影响可忽略不计。这里，对转子的平衡原理只作了一个简单的描述。要详细了解，还须阅读其他有关书籍。

四，油膜振荡

对于某些汽轮发电机组，在升速过程中，当转速较低时的振动不大，振动的圆频率等于转速。当转速上升至某一值时，转子轴颈在轴孔中的涡动明显增大，机组的振动明显增大。这个涡动开始增大的转速称为失稳转速 ω_c 。所谓涡动，就是转轴一方面以原角速度 ω 绕轴颈中心旋转，同时，轴颈中心在轴孔中绕某一点作周期性的运动——涡动。涡动频率为旋转速度的一半，故称为半速涡动。随着转速的增加，涡动频率也增加。当转速通过第一临界转速 ω_{c1} 时，振动受临界转速的影响而增大，当通过了第一临界转速后，振动随之下降。随着转速升高，振动有所增加。当转速升高到2倍的第一临界转速时，半速涡动的速度正好与第一临界转速重合，互相激励，使振动明显增加，这种振动称为油膜振荡。

油膜振荡是轴颈在轴瓦油膜中旋转而形成的。设轴瓦半径为 R ，轴颈半径为 r ，间隙为 $c=R-r$ ，间隙中充满油。轴承长为 L ，所加载荷为 P 。

- ❖ 当转子静止时，轴颈与轴瓦接触，这时，轴承中心 O 与轴颈中心 O_1 的偏心距就等于间隙 c 如图5—73a 所示。
- ❖ 当转子以角速度 ω 旋转时，形成油膜，在轴颈表面，油和轴颈圆周速度相等 ($U = \omega \cdot r$)，在轴瓦面，油速 $U=0$ 。当轴颈转动使油楔形成后，油度分布如图5—73b 所示。

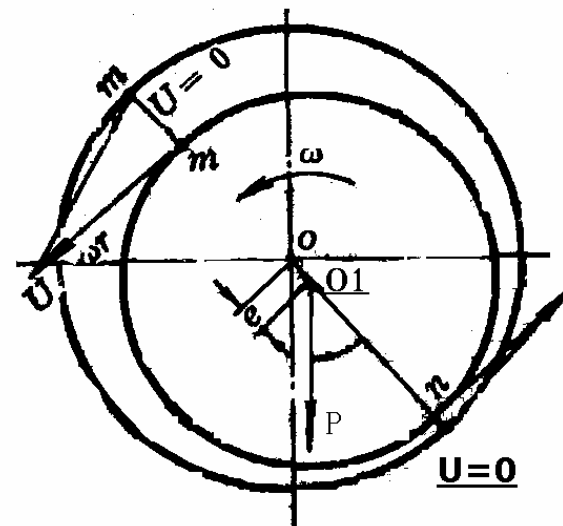
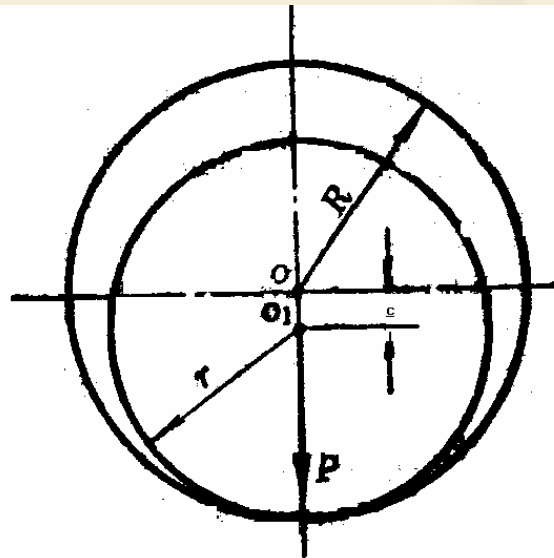
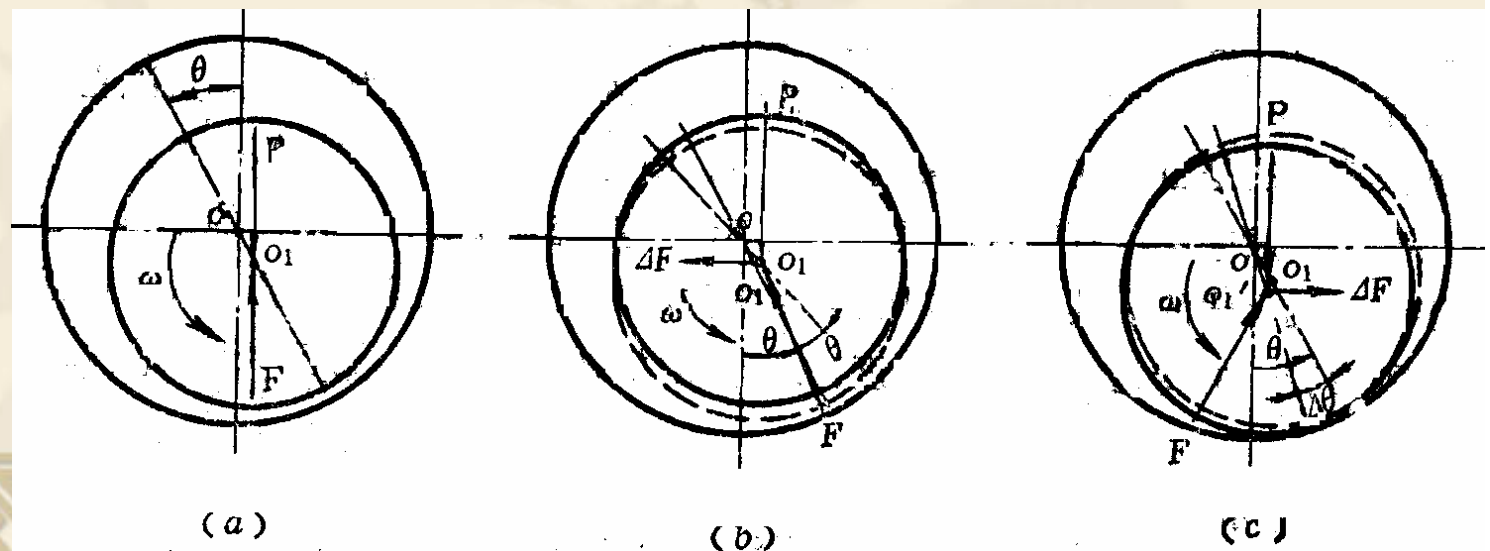


图5—73

显然，在同一时间内，从mm截面进入油楔的油量大于从nn截面进入油楔的油量。从而使油楔中的压力增大，将轴颈浮起，保持良好的润滑状态。如果载荷稳定，则在一定转速下，轴颈会自动达到平稳状态，即油楔所产生的压力 F 正好与外载力 P 相平衡。油膜力 F 与外载力 P 共线，二者大小相等、方向相反，如图5—74a所示。平衡位置所对应的 e 和大小主要由轴承结构和运行参数来决定。如果转速不变、增大载荷，则 e 会变大，轴颈下沉，偏位角减小；如果载荷不变而增加转速，则 e 会减小，轴颈上浮，偏位角增大。

图
5
—
74



这里，对于图5—74a，当转子轴颈以角速度 ω 旋转时，受外载 P 而处于平衡时，如果轴颈受到扰动而偏离原来平衡位置，轴颈中心从 O_1 移到 O_1' ，如图图5—74b所示。这样，偏位角 θ 会变化，油楔的位置也变化，油膜力 F 的大小和方向都发生变化；此时，油膜力 F 和外载力 P 就不再平衡了，二者的合力为 ΔF 。 ΔF 有使轴颈绕原来平衡位置转动的趋势，即可能使轴产生涡动。由于油膜中阻尼的存在，

- ❖ 当阻尼大于 ΔF 时，则可能抑制涡动，使轴颈仍然回到原来平衡位置转动；
- ❖ 当阻尼小于 ΔF 时，涡动就会发展起来。不管扰动是使增大还是减小，所产生的轴颈涡动方向和轴颈旋转方向一致。这种涡动是油膜引起的，故称油膜涡动。

轴颈涡动速度，对应图5—73b，设轴颈旋转速度为 ω ，在某一段时间内，于间隙mm 流入的油量为 $\frac{1}{2}[r\omega(c+e)]$ ，而从间隙nn流出的油量为 $\frac{1}{2}[r\omega(c-e)]$ 。显然，二者不等，其差额是由油压推动轴颈向另一侧移动一距离所得到的空间来补充。设轴颈涡动角速度为 Ω ，涡动半径为 e ，则油压推动轴颈向另一侧移动的速度即为轴颈中心线速度 $r\Omega$ 。这样，涡动右移的空间为 $2er\Omega$ 。

因此有

$$\frac{1}{2}[r\omega(c+e)] - \frac{1}{2}[r\omega(c-e)] = 2er\Omega \quad (5-119)$$

求解得：

$$\Omega = \frac{1}{2}\omega \quad (5-120)$$

上式证明，轴颈涡动速度为转动速度的一半。

根据上述分析可见，造成油膜振荡的原因是转子轴颈的运动引起间隙中油膜厚薄、压力大小的变化。当油膜变薄、油压力升高时，油压推动轴颈上浮；当油膜变厚、油压力降低时，油压力小于载荷力，轴颈下沉。即造成了油膜自激振荡。

为了消除油膜振荡，通常采取下列措施：

- (1) 适当增加轴承单位面积上载荷比。可把轴承的轴向尺寸减小，或者在轴承中开设一条周向沟槽，使承载面积减小。
- (2) 加大间隙比（ $\psi = \frac{c}{R}$ ）和减小油的粘度，有利于稳定。

§ 6-5 汽缸与隔板的强度计算

一、汽缸的强度计算

汽缸是汽轮机的主要部件。蒸汽在汽轮机中逐级膨胀做功，比容逐级增大，汽缸的直径沿着汽流流动方向是逐步正大的。汽缸必需做成上下两半，这样就必需有法兰、螺栓。在汽缸上又有抽汽口、汽室，小型机组的汽缸上还有调节阀及其传动机构等，所以汽缸形状复杂，受力情况复杂。用理论分析法计算其应力准确值是困难的。一般把汽缸近似地视为轴对称的壳体，这样，就可以用薄壳理论进行计算。当然“薄壳”是有一定条件的，即当

$$\beta = \frac{R}{\delta} \geq 20 \quad (5-121)$$

式中 R ——汽缸壁中心面的半径；

δ ——汽缸壁厚度。

汽缸的厚度:

对于高压缸, β 往往小于20。在估计时, 可用薄壁圆筒公式确定汽缸的厚度:

$$\delta = \frac{\Delta p D_n}{2[\sigma]} \quad (5-122)$$

式中 $[\sigma]$ ——汽缸内外压力差;

D_n ——许用弯曲应力;

——汽缸内径。

当汽缸内外压力差较小时, 用上式计算得出的壁厚往往较薄, 这时候, 需要从刚度和工艺诸方面考虑适当加大壁厚。

二，螺栓计算

为保证汽缸中分面的严密性，汽轮机的上下汽缸需用螺栓连接紧固（有一预紧力）。汽轮机工作时，螺栓的预紧力 N 、法兰产生的反作用力 R 、蒸汽作用力 F 三者处于平衡，力 F 对法兰产生一逆时针力矩（图5—75），造成法兰外侧作用力增大而内侧作用力减少。在计算时，要选定适当的螺栓预紧力 N ，保证在 F 最大时，作用在汽缸内壁 D 点的反作用力为零。在法兰螺栓的一个节距 t 之间，使上下汽缸分开的蒸汽作用力 F 为

$$F = \frac{\Delta p \cdot D_n}{2} \cdot t \quad (5-123)$$

式中 Δp ——汽缸内外压力差；

D_n ——汽缸内径；

t ——法兰螺栓节距。

螺栓预紧力N: 在蒸汽作用力F和螺栓预紧力N作用下引起的反作用力为R，R按直线AB分布，在B点处的反作用力为零，此反作用力和合力R作用在距离C点的 $\frac{1}{3}(T-x)$ 处，其预紧力N为

$$N = \frac{4T + 2x - 3\delta}{4T + 2x - 6b} F = \eta F \quad (5-124)$$

式中， $\eta = \frac{4T + 2x - 3\delta}{4T + 2x - 6b}$ 为预紧系数，
 T、x、b、 δ 如图5—75所示。一般，
 取 $b=0.5d+(30\sim60)$ ， $T=(2\sim3.5)b$ ，
 $t=(1.5\sim1.7)d$ (mm)。其中d为
 螺栓孔径。

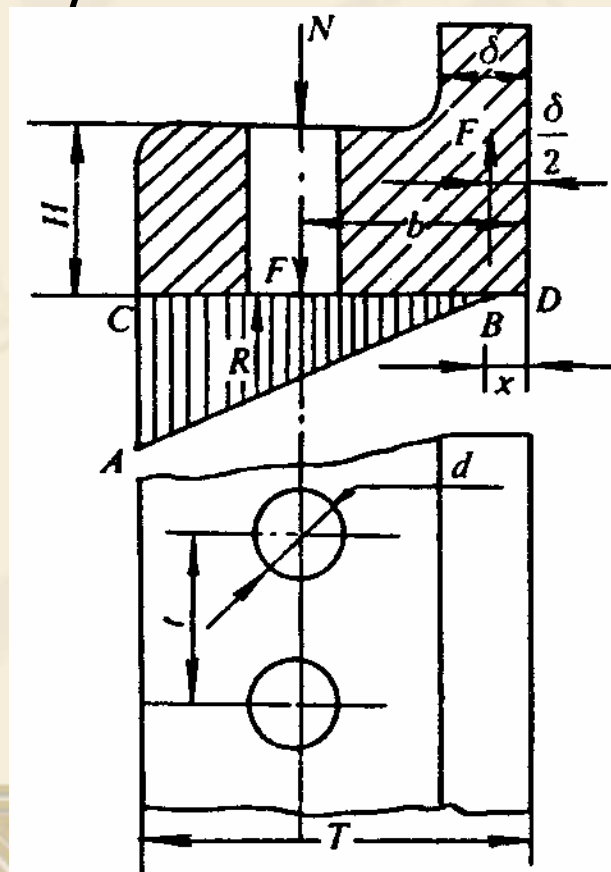


图
5
—
75

三，法兰强度

法兰工作时，受到螺栓预紧力和蒸汽作用力的作用，产生反作用力。最理想的情况是反作用力为零的点落在汽缸内侧的D点（图5—75），这时，法兰所受到的弯矩最小。而法兰受力最不利的情況是反作用力为零的点落在螺栓中心线上。应以这种情况来校核法兰强度。此时， $x=b$ ，在蒸汽作用力F的弯矩 $F(b-\delta/2)$ 为最大时，法兰的弯曲应力为

$$\sigma_w = \frac{F(b - \delta/2)}{(t - d)H^2 / 6} \quad (5-125)$$

法兰厚度为

$$H = \sqrt{\frac{6F(b - \delta/2)}{(t - d)[\sigma]}}$$

$[\sigma]$
126)

(5—

式中 ——许用弯曲应力。

四，隔板强度计算

- ❖ 隔板由隔板体3、静叶2和隔板外缘1三部分组成（图5—76），通常也必须分成上下两半。隔板必需具有良好的密封性、有足够的强度和刚度，并且与转子很好地同心。
- ❖ 由于工作温度不同，隔板分为焊接隔板和铸铁隔板。
- ❖ 在工作时，隔板承受两边的蒸汽压力差的作用，因此会产生一定应力和挠度。因此必需对隔板的应力和挠度进行计算。
- ❖ 由于隔板是一个外圆支持、直径自由并具有内孔的半圆板，其形状复杂，受力复杂。难以用理论分析法计算其应力和挠度，一般都是用近似法进行计算。常用的有M—V法和瓦尔（Wahl）法，这里介绍Wahl法。
 - ☞ Wahl法把隔板当作一个整块半圆环（不考虑静叶的存在），在其上作用着均匀载荷、周边支持、中分面直径自由的曲梁，并且认为隔板受力后径向截面不变形。

1, 隔板体的最大应力:

$$\sigma_{\max} = k_{\Delta} \frac{(0.1D)^3 h}{I} \cdot \Delta p \quad (5-127)$$

式中

k_{Δ} ——系数, 根据图5—77、5—78查出;

Δp ——隔板前后压力差;

D ——隔板外径 (m);

h ——隔板厚度 (m);

I ——隔板径向截面的惯性矩 ()。

2, 隔板体的最大挠度:

$$\Delta = k_{\Delta} \frac{(0.1D)^5 h}{EI} \cdot \Delta p \quad (5-$$

128) k_{Δ}

式中

——系数, 根据图5—79查出;

E ——材料弹性模量。

隔板的最大应力发生在垂直于中分面的内径处, 最大挠度发生在

§ 6-6 汽轮机转子的寿命管理

- ❖ 随着电力事业的发展，特别是大容量、高参数机组的安装、投运，国内各电网容量迅速增加。
- ❖ 随着国民经济的发展，人民生活水平提高，用电结构发生变化。工业用电比重下降，农业用电和城乡人民生活用电大为上升。
- ❖ 这样一来，使得电网峰谷差日趋增大（达最高负荷的30~50%）。
- ❖ 为了解决电网峰谷差日趋增大的问题，就得进行调峰。但我国目前是以火电为主，约占发电总装机容量的80~85%。水电调峰及中小型火电机组调峰已不能满足调峰幅度的要求。为了适应负荷变化的要求，原来带基本负荷的大型火电机组参加电网调峰势在必行。

火电机组参加电网调峰一般有两种方式：即“**低负荷运行**”和“**两班制启停**”调峰方式。以这两种方式参加电网调峰，必然是使汽轮机启停次数增多、负荷变化频繁，经常处于变工况下运行。这样，汽轮机的主要部件，特别是汽轮机转子，经常受到“**热冲击**”（或冷冲击），从而引起**交变热应力**，导致部件**低周疲劳损耗**（汽轮机部件承受热冲击而产生交变应力的特点是**交变周期长、频率低、疲劳裂纹萌生循环周次少**，故称低周疲劳），**缩短机组使用寿命**。当然，过分地强调机组使用寿命长而忽略经济性也是片面的。如为了使机组部件不至于产生大的热应力，则要延长启动时间。机组在启动时，是不发电的，经济性最差。因此，对调峰机组主要部件的使用寿命进行合理分配，在**保证安全的基础上取得最大的经济效益**，使其在规定的服役年限内，让机组主要部件的可用寿命得到充分利用。

热应力：汽轮机在启动、停机和发生大幅度负荷变化时，其部件要受到“热冲击”（或冷冲击），使部件的温度分布发生变化而产生膨胀或收缩变形（热变形）。当部件的自由膨胀受到约束时而产生的应力称为热应力（温度应力）。

设零件原来温度为 t_0 ，长度为 l_0 ，被均匀加热至温度 t_1 。如果不受约束，则可以自由膨胀，部件不会产生热应力。而部件长度的变化量为

$$\Delta l = \beta l_0 (t_1 - t_0) = \beta l_0 \Delta t$$

式中 β ——材料线膨胀系数。

如果部件两端受到绝对刚性约束，在加热时不能自由膨胀，这时，部件内必然产生压缩热应力。根据虎克定律可求得其热应力为：

$$\sigma = -E\varepsilon = -E\beta\Delta t \quad (5-129)$$

式中 E ——材料的弹性模量；

ε ——部件的应变变量， $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \beta \Delta t$

负号表示压缩热应力。

换热系数：汽轮机在启动、停机和发生大幅度负荷变化时，蒸汽与转子金属表面的换热量和换热系数是随启动、停机和发生负荷变化过程中蒸汽参数变化而变化，即由蒸汽的流动速度、压力、温度确定。对于转子光轴段，其换热系数用下面**经验公式**计算：

$$\alpha = Nu \cdot \lambda / r \quad Nu = 0.1 R_e^{0.68} \quad R_e = \frac{\mu r}{\nu}$$

式中 Nu —— 努谢尔特数；

R_e —— 雷诺数；

u —— 光轴表面的圆周速度，m/s；

r —— 光轴半径，m；

ν —— 介质运动粘度， m^2/s ；

λ —— 介质导热系数， $W/(m \cdot ^\circ C)$ 。

一，汽轮机转子的温度分布和热应力

蒸汽参数（主要是温度）的变化对于转子和汽缸都会产生热冲击，都会导致低周疲劳损伤，引起机组寿命损耗。据大量科技文献讨论证明，由于转子在高速旋转，而汽缸是固定不动的，故一般认为转子的寿命只有汽缸寿命的一半。因此，在讨论汽轮机寿命问题时，主要考虑汽轮机转子的寿命损耗。只要转子的寿命能满足运行要求，则机组的寿命就能满足要求。

转子是汽轮机的主要部件，其工作条件是高压、高温、高转速，受力情况复杂。转子在工作时，要受到叶轮、叶片和转轴质量离心力而产生的机械应力。在启动、停机和发生大幅度负荷变化过程中，又由于转子内部温度分布不均、各部分金属的自由膨胀受约束而产生热应力。

汽轮机转子为轴对称的高速旋转体，温度在圆周方向可认为是均匀的。因此，可把转子看成无限长、空心轴对称圆柱体，温度分布是轴对称的。

汽轮机在启动、停机和负荷发生大幅度变化时，转子周围的蒸汽压力、温度都会发生变化。随着周围的蒸汽温度的变化，转子金属外表面温度也将随着变化，如：

- ❖ 启动过程中，随着蒸汽流量不断增加和蒸汽温度不断提高，使转子金属温度从初始温度逐渐上升到正常工作温度。在升温过程中，转子内外表面产生温度差，即转子外表面金属温度高，中心孔表面温度低。转子外表面产生压应力，中心孔表面产生拉应力；
- ❖ 在停机过程中，情况刚好相反，转子外表面产生拉应力，中心孔表面产生压应力。

对于大型中间再热机组，高压转子调节级区段和中压转子第一级区段的蒸汽温度最高，温度变化最剧烈，热应力也就最大。因此，其热应力和寿命损耗必需重点考查和计算。

图5—80和图5—81分别为国产200MW汽轮机高压转子调节级区段和中压转子第一级区段外表面的热应力曲线。

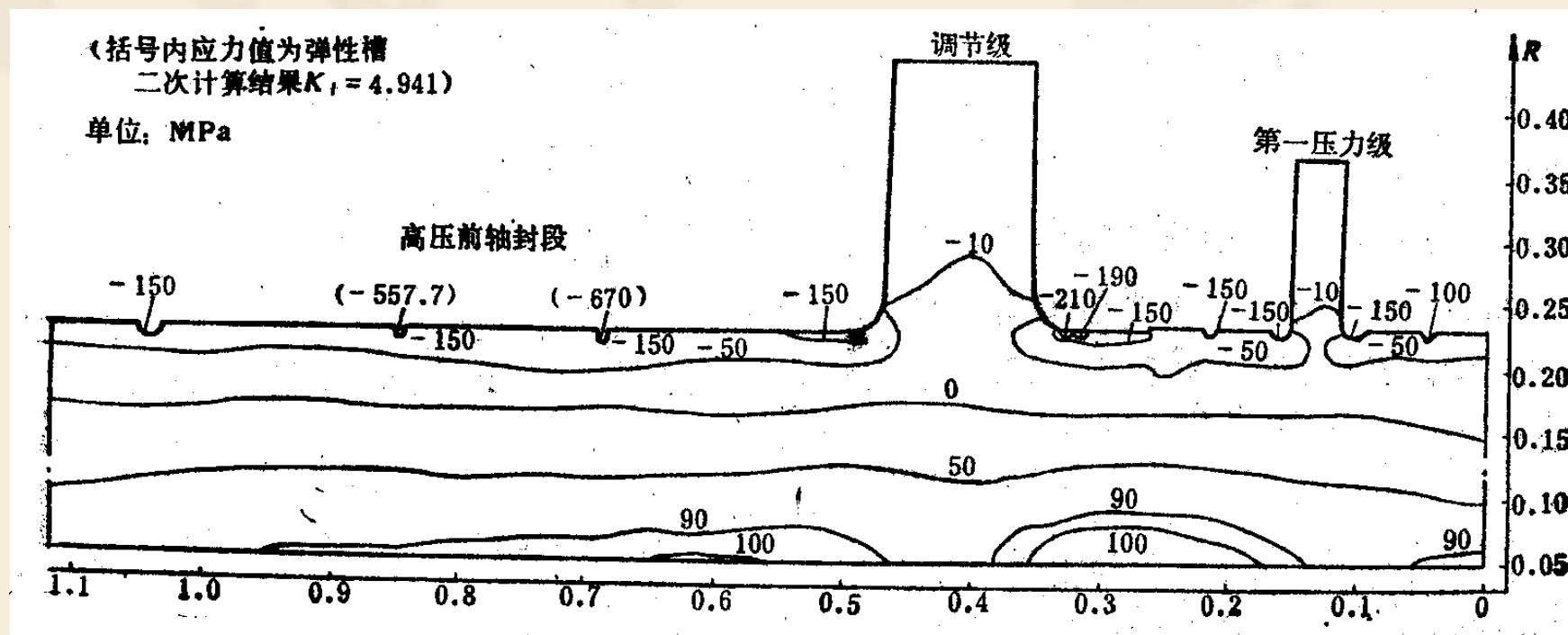


图 5—82

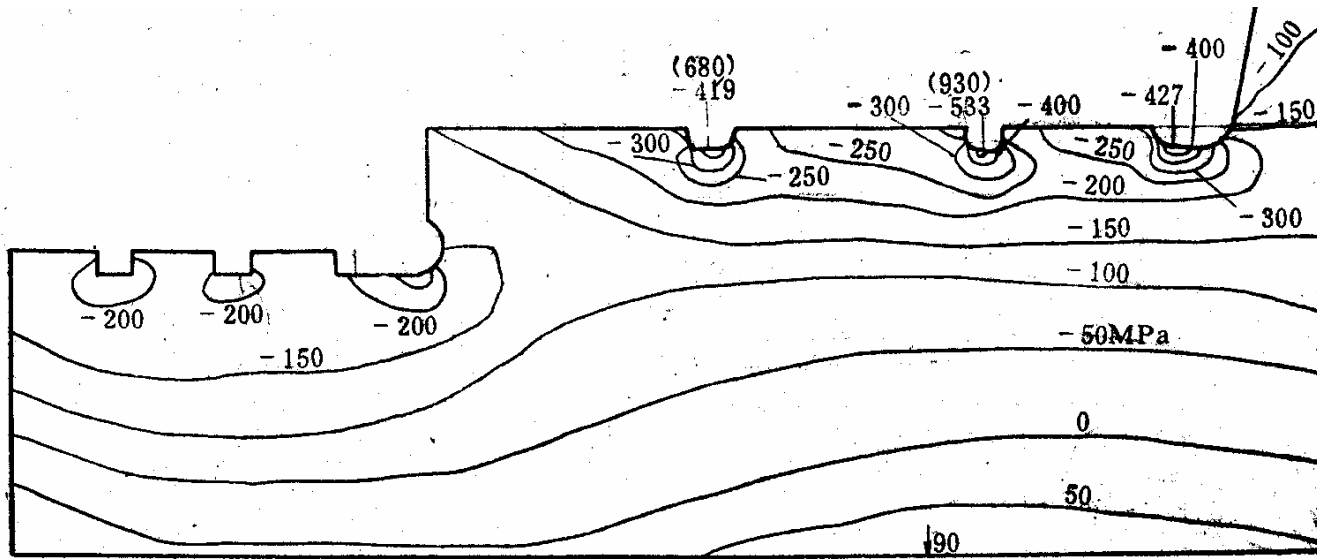


图
5
—
83

图 5—82、图5—83分别为国产200MW汽轮机冷态启动时，温升率为 $180^{\circ}\text{C}/\text{h}$ 到启动终了时的高压转子调节级区段和中压转子第一级区段的轴向热应力场。

从热应力分布曲线可以看到，在转子的叶轮跟部、轴肩、热槽等处的热应力比光滑区段表面的热应力大得多。这些部位形状特殊，几何尺寸发生突变，存在热应力集中。在汽轮机启动、停机和负荷发生大幅度变化时，这些部位的热应力可能达到很高水平。当循环次数达到一定值时，裂纹就首先出现在这些部位，并且会逐步扩展。

二，汽轮机转子的寿命管理

1，汽轮机转子的寿命

汽轮机转子的寿命（全寿命或致断寿命）由两部分组成：

- ❖ **致裂寿命**：是指转子第一次投运开始到转子出现第一条裂纹为止，这段时间称为致裂寿命。
- ❖ **剩余寿命**：从第一条裂纹出现到转子破坏，这段时间称为转子剩余寿命（或残余寿命）。由断裂力学可知，剩余寿命比致裂寿命长得多。这就是说，当汽轮机转子出现初始裂纹时，并不意味着转子寿命完结，还可以在一定的控制条件下继续运行相当长的时间。

2, 转子材料的低周疲劳特性曲线

为了找出寿命损耗与热应力的关系，必需了解转子金属材料的低周疲劳特性。转子金属材料的低周疲劳特性，即应力与应变，全应变与致裂（或致断）周次的关系，在实际工程计算中常用的是Timo曲线（图5—85）。该图为双对数坐标，纵坐标为材料在交变应力作用下的全应变，它和当量弹性应力的关系为：

$$\Delta \varepsilon_t = \frac{2\sigma_{eq} K_\varepsilon}{E} \quad (5-140)$$

式中 σ_{eq} ——计算点的公称当量应力；

E ——工作温度下的弹性模量，对于超高压机组，取 $E=1.95$ ；

K_ε ——应力集中系数。

图中的横坐标是相应下的 $\Delta \varepsilon_t$ 致断循环周次 N_f 的倒数 $1/N_f$ 即为相应应力水平下每循环一次的疲劳损耗的百分比。

3， 汽轮机转子的高温蠕变损伤

汽轮机转子在稳定工况下运行时，其温度分布趋于均匀，热应力可不计。但转子在高温和机械应力作用下，金属材料将发生**高温蠕变损伤**。因此，在估计转子寿命时，应考虑高温蠕变损伤在转子总寿命中所占的百分比。

4, 汽轮机转子疲劳寿命损耗的估算

利用上述转子材料的低周疲劳特性曲线，可对汽轮机各种变工况（包括冷态启动、热态启动、滑参数停机、额定参数停机、升降负荷和甩负荷等）进行疲劳寿命估算。其重点考查部位便是在高温区工作的高压转子调节级区段和中压转子第一级区段的应力集中处，如前轴封弹性槽、叶轮根部等几何尺寸发生突变部位。这些部位在某一工况下的热应力和总应变 $\Delta\varepsilon_t$ ，在图（如Timo曲线）的纵坐标中找出对应点，作平行线与曲线相交，得到横坐标上的对应 N_f 的，其倒数 $1/N_f$ 就表示该工况的应变（或应力）交变一个完整循环的疲劳寿命（用Timo曲线查得的是致断寿命）损耗率。

如果汽轮机在整个服役期内出现该工况运行有 n_1 次，则该工况运行总疲劳损耗率为 n_1 / N_{f1} ；同理，可求得另一种变工况时所考查部位的应力、应变，查得 N_{f2} 。若汽轮机在服役期内出现该工况运行有 n_2 次，则在这一工况运行总疲劳损耗率为 n_2 / N_{f2} 。如此类推，可求得所有变工况所对应的疲劳损耗率。则疲劳寿命总损耗率按线性累积准则（Miner准则）为：

$$L_f = \frac{n_1}{N_{f1}} + \frac{n_2}{N_{f2}} + \dots = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_{fi}} \quad (5-143)$$

式中， $i=1,2,3,\dots$ ， k ，是指汽轮机在整个服役期内可能发生的变工况运行方式。

汽轮机在整个服役期内既有各种不同的变工况运行，也有各种方式稳定工况运行。前者引起转子低周疲劳寿命损耗，后者引起转子蠕变寿命损耗。这样，汽轮机转子总的寿命损耗应为二者之和。

5, 汽轮机转子可用寿命分配

为了合理地利用汽轮机转子可用寿命，必须对转子寿命进行有计划的科学管理，对汽轮机在服役期内的寿命损耗作出明确的、切合实际的分配规划，并拟出各种运行工况方案（转子寿命损耗曲线），提出寿命损耗允许条件下的控制指标[如蒸汽、金属的温升（降）率、负荷变化率等]，达到既安全又经济的目的。

汽轮机转子的寿命分配与机组在电网中所承担的负荷性质、国家能源政策及设计、制造、运行水平等因素有关。转子的可用寿命一般认为为30年。在这30年内，疲劳寿命总损耗率约占80%左右，高温蠕变损伤率约为20%左右。要对疲劳寿命总损耗率再作进一步合理分配，即根据机组在电网中所承担的负荷性质（带基本负荷或调峰负荷），来确定机组的冷态启动、热态启动、停机、升（降）负荷等变工况运行次数。

如某电厂200MW 汽轮机，原是按带基本负荷设计的，自安装投运10年以来，基本上是带基本负荷。按带基本负荷这种运行方式，10年来总的寿命损耗为下表所示：

类 别	最大应力 Mpa	次 损 耗 %	总 次 数 (10 年)	总 损 耗 %
冷 态 启 动	416.42	0.031	40	1.24
热 态 启 动	294.5	0.0086	120	1.032
滑 参 数 停 机	274.48	0.0208	40	0.832
定温变压停机	209.15	0.00125	120	0.15
负 荷 扰 动		<0.0005	3000	1.5
低负荷(升、降)		<0.001	1500	1.5*2
带 厂 用 电	882	0.088	0	0
高 温 蠕 变				6.66
合 计				14.41

根据上表，该机运行10年只消耗了总寿命的14.41%。

一般取机组寿命安全可用系数为0.6。这样，还有45.59%的使用寿命。如果今后按两班制启停方式参加电网调峰，则每年的寿命损耗如下表：

类别	最大应力 Mpa	次损耗 %	总次数 (1年)	总损耗 %
冷态启动	416.42	0.031	4	0.124
热态启动	294.5	0.0086	150	1.29
滑参数停机	274.45	0.0208	4	0.0832
定温变压停机	209.15	0.00125	150	0.1875
负荷扰动		<0.0005	500	0.25
带厂用电	882	0.088	0.05	0.04
高温蠕变				0.66
合计				2.634

按这种算法，机组按两班制启停方式参加电网调峰，还可以安全使用
17年

如果按低负荷运行方式参加电网调峰，则每年的寿命损耗如下表：

类别	最大应力 Mpa	次损耗 %	总次数 (1年)	总损耗 %
冷态启动	416.42	0.031	4	0.124
热态启动	294.5	0.0086	12	0.1032
滑参数停机	274.48	0.0208	4	0.0832
定温变压停机	209.15	0.00125	12	0.015
负荷扰动		<0.0005	500	0.25
低负荷(升、降)		<0.001	300	0.3*2
带厂用电	882	0.088	0.05	0.04
高温蠕变				0.66
合计				1.8754

照此表计算，按低负荷调峰方式运行，机组还有24年多的安全使用寿命。