

钻柱力学中接触力计算方法研究¹⁾

周志宏²⁾ 覃江³⁾ 龚小霞⁴⁾ 冯定 涂忆柳

(长江大学机械工程学院, 湖北荆州 434023)

摘要 钻柱在井底的接触力计算是一个复杂的非线性问题. 选取较为精确的三维钻柱力学模型 (简称 ABIS) 作为研究对象, 力图从复杂的求解过程中探索出更直观的方法. 从钻柱某个节点的接触力与位移关系, 推广到该节点接触力与钻柱其他所有节点的位移均存在同样的关系, 进而建立了整根钻柱位移与作用在钻柱上的所有接触力的更直观的柔度关系式. 据此提出新的接触力计算方法, 算例结果表明该方法显著提高迭代速度.

关键词 钻柱力学, 三维钻柱力学模型, 接触力, 柔度矩阵, 算法

中图分类号: O341 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-13-555

THE NEW CALCULATION METHOD FOR CONTACT FORCE IN DRILLSTRING MECHANICS¹⁾

ZHOU Zhihong²⁾ QIN Jiang³⁾ GONG Xiaoxia⁴⁾ FENG Ding TU Yiliu

(School of Mechanical Engineering, Yangtze University, Hubei, Jingzhou 434023, China)

Abstract The calculation of the contact force on the drillstring in the hole is a complex nonlinear problem. This paper proposes a simple and direct method to tackle the problem. Firstly, a more precise model of 3D drillstring mechanics (which is called ABIS in short) is chosen. The contact force and the displacement of the drillstring on one node is computed. Then, the relationship between the contact forces on all other nodes and the displacement of this node is generalized. Then, the flexibility formulation is developed from them, describing the influence of the whole set of contact forces on the drillstring displacement, which is more explicit than that of the ABIS. Through that formulation, a new method of computing the contact force of drillstring is obtained and tested, which greatly increases the speed of iteration.

Key words drillstring mechanic, ABIS, contact force, flexibility matrix, algorithm

钻柱力学经过多年的发展取得了许多成果, 国内外学者提出了许多力学模型. 随着井身结构日益复杂, 经典的钻柱力学模型无法适应钻井工程发展需求. 1983 年 Johnacsik^[1] 提出“软绳模型”, 公式简单直观便于计算, 应用较为广泛, 但因未考虑钻柱刚度, 在井眼轨迹复杂后, 计算结果与真实结果偏差较大, 且计算结果是二维的. 而后来 1988 年由 Ho^[2] 提出的修正模型“刚绳模型”, 考虑了刚度但无法对钻柱的接触给出合理的预测. 2005 年由法国矿业大

学的 Menand 等^[3] 提出的一套钻柱三维计算模型 (以下简称 ABIS) 则在刚绳模型的基础上, 结合铁摩辛柯梁方程^[4], 对钻柱接触力进行了预测, 该模型对钻柱的受力分析能更贴切地反映钻井的实际工况, 计算结果更为精确. 是未来钻柱力学的发展方向^[5-10].

下文将首先描述 ABIS 的钻柱力学模型, 说明一般的求解思路. 然后对该模型展开研究, 通过分析计算揭示出钻柱位移与接触力的关系, 利用模型

2014-01-03 收到第 1 稿, 2014-01-23 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (5127505).

2) 周志宏, 男, 教授, 博士, 主要从事石油机械仿真. E-mail: zhouzh86@126.com

3) 覃江, 男, 硕士, 计算机仿真. E-mail: bubugao0809@163.com

4) 龚小霞, 女, 硕士, 流体仿真. E-mail: 249487650@qq.com

中存在的线性耦合现象, 提出了一套接触力的新计算方法. 并引用算例对该方法进行了验证和说明, 对 ABIS 算法的改进进行了进一步探索.

1 钻柱力学模型

钻柱在井底被看作是一条沿着井眼轴线的空间曲线 $s(x, y, z)$, 但垂直于轨迹的井眼断面是半径为常数的圆形. 井眼孔壁是刚性的, 钻杆在井眼孔壁内变形, 钻杆与孔壁接触为点接触. 钻杆偏离井眼轨迹的变形简化为小变形梁, 忽略内力对钻柱长度和截面形状改变的影响. 并假设每一段的摩擦系数为一常数.

取钻柱某一微段 ds , 其在井底受连续的重力 G , 根据三维井眼轨迹坐标建立 Frenet 局部坐标系, 钻柱两端受内力 T , 内力矩 M , 内力在 3 个矢量方向分量: T_t, T_n, T_b , 内力矩在 3 个矢量方向分量: M_t, M_n, M_b . 受点接触力 f_c , 以及相应的摩擦力 μf_c , 模型如图 1.

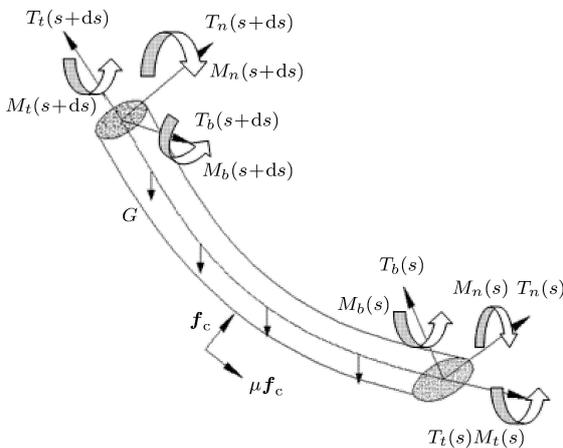


图 1 钻柱受力模型

Frenet 局部坐标系满足如下方程^[11]

$$\begin{bmatrix} \frac{dt}{ds} \\ \frac{dn}{ds} \\ \frac{db}{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \beta & 0 \\ -\beta & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ n \\ b \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, β 为井眼曲率, τ 为井眼扭率. t 为井眼轨迹 Frenet 局部坐标系的轴向单位矢量; n 为井眼轨迹法线方向单位矢量; b 为井眼轨迹副法线方向单位矢量.

在 Frenet 局部坐标系下, 钻柱局部平衡方程^[11]

为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{ds} + f &= 0 \\ \frac{dM}{ds} + t \times T + m &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, T 为钻柱的内力; M 为钻柱的内力矩; f 为连续外载, 包括重力、浮力等; m 为连续外力矩. 根据小变形梁假设. 由梁的弹性方程^[11]有

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega}{ds} &= \frac{1}{EI} [M - (M \cdot t)t] - t \times \frac{dt}{ds} \\ \frac{du}{ds} &= \omega \times t \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中, u 为钻柱中心偏离导向孔轨迹的位移; ω 为偏离导向孔轨迹的角度, EI 为截面刚度.

当钻柱与井壁间存在点接触力 F_c 时, 内力存在突变, 利用如下方程计算变化的内力

$$\left. \begin{aligned} \Delta T + F &= 0 \\ \Delta M + C &= 0 \\ F_c &= F_{cn}n + F_{cb}b \\ F &= F_c + \mu_\alpha \|F_c\|t \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, $\Delta T, \Delta M$ 分别为内力和内力矩的突变; F 表示由接触力和接触力产生的摩擦力构成的合外力; μ_α 表示轴向摩擦系数; $\|F_c\|$ 表示 F_c 的模, 大小为 $\sqrt{F_{cn}^2 + F_{cb}^2}$.

边界条件简化: (1) 钻柱在钻头处仅受一个轴向压力, 以及一个扭矩; (2) 钻柱在钻机处位移 u 和转角 ω 均为 0.

ABIS 模型首先假设钻柱处于零接触状态, 仅受连续重力, 将钻柱划分为若干节点. 联立局部平衡方程 (2) 和弹性方程 (3), 带入边界条件, 利用欧拉差分法或龙格-库塔法逐步迭代计算钻柱节点内力及位移. 搜索偏离井眼中心最远节点作为接触点, 重新迭代钻柱节点内力及位移. 重复搜索, 直到找到所有接触点. ABIS 每次迭代仅处理一个接触点, 接触力的存在使得迭代呈现非线性特征, 完成全部搜索需要上百万次迭代.

2 接触力计算

下文将利用 ABIS 模型表现出的重要特征提出新的接触力计算方法. 同样假设钻柱初始接触力为 0, 仅受连续的重力. 通过平衡方程 (2) 和弹性方程 (3) 计算出钻柱各个节点处的位移.

在某一节点处, 钻柱沿 \mathbf{n} 和 \mathbf{b} 方向有位移 U_n^0, U_b^0 . 在该处 \mathbf{b} 方向添加一个力 ΔF_n , 联立方程 (2)~(4) 求出钻柱产生新位移 U_n^1, U_b^1 , 钻柱位移发生一定变化, 则该处钻柱位移变化量为

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_n &= U_n^1 - U_n^0 \\ \Delta u_b &= U_b^1 - U_b^0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

可以发现存在这样 2 个常数 C_1, C_2 使得

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_n &= C_1 \Delta F_n \\ \Delta u_b &= C_2 \Delta F_n \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

称 C_1, C_2 为位移影响因子. 同理, 在 \mathbf{n} 方向也存在这样 2 个常数 C_3, C_4 使得

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_n &= C_3 \Delta F_b \\ \Delta u_b &= C_4 \Delta F_b \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

一般的, 若在该节点处添加一个如下接触力, $\mathbf{F}_c = \Delta F_n \mathbf{n} + \Delta F_b \mathbf{b}$, 对应该节点处的钻柱位移变化量 $\Delta U_n, \Delta U_b$ 有

$$\left. \begin{aligned} C_1 \Delta F_b + C_3 \Delta F_n &= \Delta u_b \\ C_2 \Delta F_b + C_4 \Delta F_n &= \Delta u_n \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

从该式可以看出:

- (1) 虽然接触力的求解是非线性的, 但接触力对位移的影响是线性的;
- (2) 若已知位移, 可以通过求解二元一次方程组求出接触力, 反过来已知接触力可以求解位移;
- (3) \mathbf{n} 和 \mathbf{b} 方向位移不仅仅取决于相应方向的力. 事实上 \mathbf{n} 方向的力对 \mathbf{b} 方向的位移有影响, \mathbf{b} 方向的力对 \mathbf{n} 方向的位移也存在影响, 即力对位移的影响存在耦合现象.

讨论更一般的情况, 即在钻柱节点 I 处添加的接触力, 对钻柱其他所有节点的位移影响.

在任意节点 I 处添加接触力 $\mathbf{F}_c = \Delta F_n \mathbf{n} + \Delta F_b \mathbf{b}$, 各个节点产生的相应位移变化组为 $\Delta U_n, \Delta U_b$, 分别表示 \mathbf{n} 和 \mathbf{b} 方向的位移构成的向量. 计算发现, 同样存在一组影响因子 C_1, C_2 , 使得

$$\left. \begin{aligned} \Delta F_b C_1 + \Delta F_n C_3 &= \Delta U_n \\ \Delta F_b C_2 + \Delta F_n C_4 &= \Delta U_b \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

节点是 I 依次取 $1, 2, 3, \dots, m$, 则构造出一个反

映接触力和钻柱位移关系的线性方程组

$$\left. \begin{aligned} C_{11}^{nn} k_1^n + C_{11}^{bn} k_1^b + \dots + C_{1m}^{nn} k_m^n + C_{1m}^{bn} k_m^b &= \Delta U_1^n \\ &\vdots \\ C_{i1}^{nn} k_1^n + C_{i1}^{bn} k_1^b + \dots + C_{im}^{nn} k_m^n + C_{im}^{bn} k_m^b &= \Delta U_i^n \\ &\vdots \\ C_{m1}^{nn} k_1^n + C_{m1}^{bn} k_1^b + \dots + C_{mm}^{nn} k_m^n + C_{mm}^{bn} k_m^b &= \\ &\Delta U_m^n \\ &\vdots \\ C_{11}^{nb} k_1^n + C_{11}^{bb} k_1^b + \dots + C_{1m}^{nb} k_m^n + C_{1m}^{bb} k_m^b &= \Delta U_1^b \\ &\vdots \\ C_{i1}^{nb} k_1^n + C_{i1}^{bb} k_1^b + \dots + C_{im}^{nb} k_m^n + C_{im}^{bb} k_m^b &= \Delta U_i^b \\ &\vdots \\ C_{m1}^{nb} k_1^n + C_{m1}^{bb} k_1^b + \dots + C_{mm}^{nb} k_m^n + C_{mm}^{bb} k_m^b &= \\ &\Delta U_m^b \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中, C_{ij}^{nn} 表示第 j 号节点处的 \mathbf{n} 方向接触力对 i 号节点处 \mathbf{n} 方向的位移影响因子; C_{ij}^{nb} 表示第 j 号节点处的 \mathbf{n} 方向接触力对 i 号节点处 \mathbf{b} 方向的位移影响因子; k_i^b 表示 i 节点处接触力 \mathbf{b} 方向分量; k_i^n 表示 i 节点处接触力 \mathbf{n} 方向分量.

将上式记为

$$\mathbf{BK} = \Delta \mathbf{U} \quad (11)$$

式中, \mathbf{B} 表示由影响因子构成的柔度矩阵; \mathbf{K} 为钻柱各个节点接触力分量构成的向量; $\Delta \mathbf{U}$ 为钻柱各节点位移分量构成的向量.

由式 (11) 可以看出, 接触力与钻柱位移表现出一定的线性特征, 存在一个更为直观的关系式描述两者的关系. 在根据平衡方程计算钻柱位移时, 接触力所产生的钻柱形变可以通过该关系式预测; 同样, 如果已知钻柱的形变, 相应地也可以计算钻柱所受的接触力. 显然, 这种更直观的关系很容易用程序语言描述, 便于编写算法.

由于 ABIS 模型需要反复地计算接触力和钻柱位移, 而迭代算法每次仅处理一个接触力, 但是计算时实际上所有接触点均参与了运算, 从而导致需要上百万次的迭代来搜索所有的接触点. 据此提出如下的改进算法: 假设钻柱的初始接触状态, 通过式 (11) 即可预测钻柱各节点的接触力. 然后将接触力回带入平衡方程及弹性方程, 计算出钻柱各节点位移, 根据反馈的位移, 对接触力进行调整. 通过逐次迭代, 使钻柱接触力趋于稳定. 这种对预测接触力

的方法不同于 ABIS 一次迭代仅处理一个接触点的模式, 利用柔度矩阵一次迭代对整根钻柱的接触点进行处理, 可以避免迭代单个接触点时需要大量的迭代调整现象, 仅通过几次迭代即可使钻柱稳定在井壁内部, 收敛后再通过微调接触力, 调整不合理的接触情况.

3 算例

某 2600 m 的水平井, 钻柱由五寸半 API (American Petroleum Institute) 钻杆组成. 将钻柱划分成 4 段, 总共 1081 个节点. 通过 12 次迭代, 钻柱迅速收敛到井壁内部 (图 2 ~ 图 4). 图 2 给出了几次迭代钻柱径向位移的模的变化, 并将最终迭代的结果利用三维显示计算机语言进行显示 (图 5).

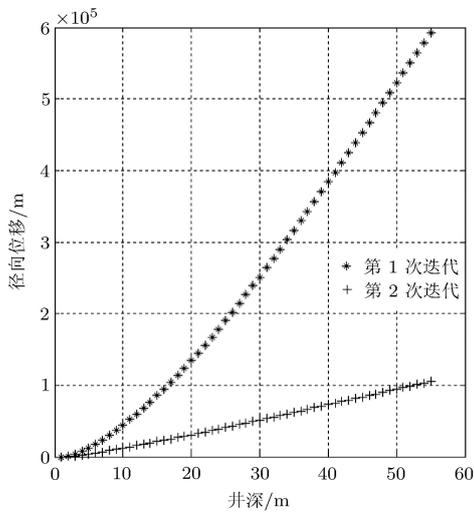


图 2 钻柱径向位移 1

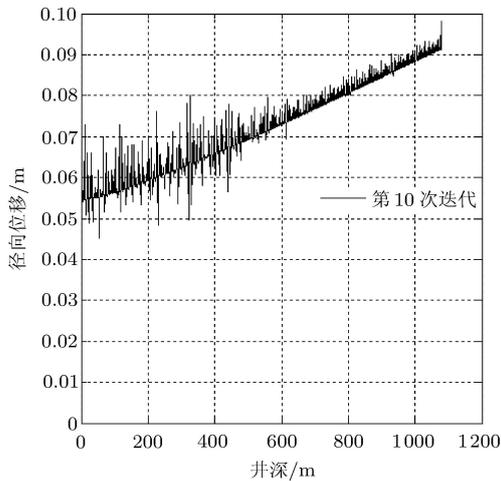


图 3 钻柱径向位移 2

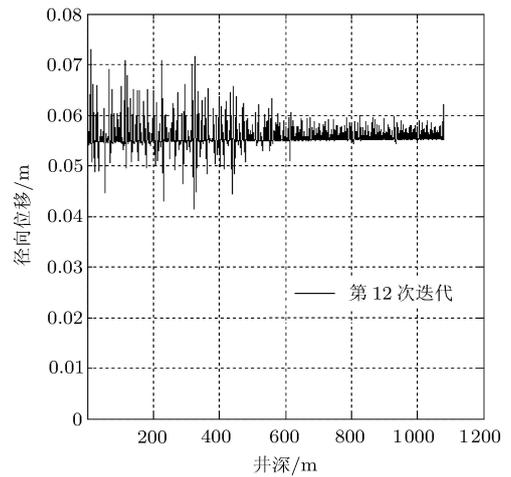


图 4 钻柱径向位移 3

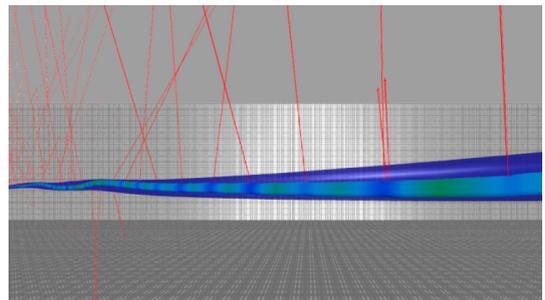


图 5 钻柱变形三维图

4 结论

钻柱在井底的接触情况极为复杂, 对接触力的迭代是一个非线性过程, 迭代次数较多. 本文根据现有的钻柱力学模型, 结合相应的算法, 对 ABIS 的模型进行了理论研究, 探索出了新的接触力计算方法, 利用 Matlab 编写算法进行测试, 结果表明:

- (1) 钻柱任何一个节点的接触力对该节点的位移的影响可用正比例函数描述, 相比于复杂的钻柱平衡方程和弹性方程, 能够直观地建立接触力和钻柱位移的关系.
- (2) 整根钻柱接触力的计算可以利用一个柔度矩阵, 描述钻柱各个节点接触力与各节点位移的关系.
- (3) 能够根据接触力计算钻柱位移, 同时根据钻柱位移计算接触力.
- (4) 柔度矩阵的建立使得一次迭代处理钻柱所有的接触点成为可能, 算法测试结果显示仅须十几次迭代钻柱径向位移即可收敛到井壁或井内, 避免了大量的接触迭代, 提高了接触力迭代效率.

(下转第 452 页)

胞自动机系统中有序的元胞网格,通过复杂的反应规则对腐蚀中的基本电化学反应进行了定义;

(2) 运用 MATLAB 进行计算机编程,从介观尺度对金属的各种金属的单坑腐蚀和多坑腐蚀损伤演化进行了模拟,得到了它们随时间演化的腐蚀形貌图;

(3) 分别取腐蚀溶液浓度和温度两个参数,其中一个参数固定不变,另外一个参数变化.得到了当温度固定不变时,随着腐蚀溶液浓度逐渐增加,金属的腐蚀速率逐渐加快.同样得到,当腐蚀溶液浓度固定不变时,随着温度的逐渐增加,金属的腐蚀速率逐渐加快.

(4) 本文初步采用相对简单的 6 邻居元胞类型.为更接近实际情况,提高模拟精度,在以后的研究中可以采用更复杂的 26 邻居元胞类型以及针对不同金属及腐蚀溶液引入溶解概率、pH 等参数,但这种情况的定义规则会非常复杂且计算量呈几何倍数增加.

参考文献

- 1 王慧,吕国志,张有宏. 蚀坑生长演化过程的元胞自动机模拟.

(责任编辑:刘希国)

(上接第 460 页)

参考文献

- 1 Johancsik CA, Dawson R, Friesen DB. Torque and drag in directional wells-prediction and measurement. Society of Petroleum Engineers Conference, New Orleans, 1983
- 2 Ho HS. General formulation of drillstring under large deformation and its use in BHA analysis. Society of Petroleum Engineers Conference, New Orleans, 1986
- 3 Menand S, Sellami H, Tijani M, et al. Advancements in 3D drillstringmechanics: from the bit to the topdrive. Society of Petroleum Engineers Conference, Miami, Florida, USA, 2006
- 4 Timoshenko SP, Gere JM. Theory of Elastic Stability. New York: Dover Publications, 1961
- 5 高德利. 钻柱力学若干基本问题的研究. 石油大学学报(自然科学版), 1995, 19(1): 24-35
- 6 李子丰, 梁尔国. 钻柱力学研究现状及进展. 石油钻采工艺, 2008, 30(2): 1-9

腐蚀科学与防护技术, 2008, 20(6): 472-475

- 2 Puaparti RM, Palaka MJ, Fang L. Cellular automation approach to model aircraft corrosion pit damage growth. *AIAA Journal*, 2004, 42(12): 2562-2569
- 3 Ren Keliang, Gao Shiwu, Liu Pingping, et al. Influence of environmental factors on corrosion damage of aircraft structure. *Theoretical & Applied Mechanics Letters*, 2011, 1(6): 0610041-4
- 4 高士武, 郭东旭, 任克亮等. 金属腐蚀产物膜生长演化机理研究. 固体力学学报. 2013, 33(S): 132-135
- 5 李晓刚. 材料腐蚀与防护. 长沙: 中南大学出版社, 2009
- 6 刘平平. 金属腐蚀损伤演化的微尺度模拟. [硕士论文]. 银川: 宁夏大学, 2011
- 7 Lishchuk SV, Akid R, Worden K, et al. A cellular automaton model for predicting intergranular corrosion. *Corrosion Science*, 2011, 53(8): 2518-2526
- 8 Bastien Chopard, Michel Droz. Cellular Automata Modeling of Physical Systems. Cambridge: Cambridge University Press, 1998
- 9 高士武. 腐蚀致金属结构力学性能退化研究. [硕士论文]. 银川: 宁夏大学, 2012
- 10 Ginzel RK, Kanters WA. Pipeline corrosion and cracking and the associated calibration considers for same side sizing applications, <http://www.ndt.net>

(责任编辑:刘希国)