

文章编号: 0253-2697(2014)04-749-05 DOI: 10.7623/syxb201404017

# 预测油田产量和可采储量模型的典型曲线及其应用

陈元千 邹存友

(中国石油勘探开发研究院 北京 100083)

**摘要:**预测模型是油藏工程的重要组成部分。其不但可以预测油田的产量和可采储量,也可以预测油田因开发调整或三次采油方案实施增加的可采储量。预测模型按产量和累积产量的变化特征,可分为单峰周期模型和累积增长模型2类。前者包括翁氏模型、威布尔模型、瑞利模型、陈-郝模型和广义模型等,后者包括HCZ模型和哈伯特模型等。针对单峰周期模型,通过无因次处理油田实际开发数据与典型曲线的最佳拟合,能够得到模型指数 $m$ 和模型常数 $a, b, c$ ,即可用于对油田产量和可采储量的预测。通过对单峰周期模型的分解,分析了模型的控制因素。应用实例表明,典型曲线和拟合求解的方法是实用有效的,该方法还可用于多峰产量变化的预测。

**关键词:**单峰周期模型;无因次化;典型曲线;数据拟合;产量预测

中图分类号:TE328 文献标识码:A

## Model's typical curve and its application for forecasting production and recoverable reserves of oilfields

Chen Yuanqian Zou Cunyou

(PetroChina Research Institute of Petroleum Exploration & Development, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Forecasting model is an important part in reservoir engineering, which can be used not only in forecasting production and reserves of oil and gas fields, but also in forecasting increased reserves because of development adjustment or tertiary oil recovery. According to changing characteristics of production and cumulative production, the forecasting model can be divided into two types: single peak cycle-models and cumulative growth models. The former models include Weng model, Weibull model, Reyleigh model, Chen-Hao model and generalized model, and the later models include HCZ model and Hubbert model. For single peak cycle-models, the model index  $m$  and model const  $a, b$  and  $c$  can be obtained by the best match between dimensionless oilfield development data and type curve, which can be used to forecast production and reserves of oil and gas fields. Moreover, the control factors for the models are analyzed by the decompositions for the single peak cycle-model. The example shows that the type curve and matching methods proposed in this paper are practical and effective and can be applied in forecasting the production with multiple peaks.

**Key words:** single peak cycle-model; dimensionless; type curve; data matching; production prediction

根据概率统计学的理论方法,由 $\chi^2$ 分析和Gamma分布建立的翁氏模型<sup>[1-3]</sup>,由威布尔(Weibull)分布建立的威布尔模型<sup>[4]</sup>,由瑞利(Reyleigh)分布建立的瑞利模型<sup>[5,6]</sup>,由笔者等提出的陈-郝模型,以及后续提出的广义模型<sup>[7-10]</sup>都属于单峰周期模型。而HCZ模型<sup>[11]</sup>和哈伯特(Hubbert)模型<sup>[12]</sup>,则属于累积增长模型。在此基础上还有其他模型的延伸<sup>[13-15]</sup>。笔者对广泛应用的单峰周期模型,提出了无因次处理方法,建立了无因次模型。对于翁氏、威布尔、陈-郝和瑞利模型,

研制了典型曲线,通过对油田的实际开发数据无因次化,并与典型曲线相拟合,可以得到最佳拟合状态下的模型指数和模型常数等数据,用于油田产量和可采储量的预测。并进一步通过对单峰周期模型的分解,分析了控制模型的因素。

## 1 广义单峰周期模型及子模型

### 1.1 广义单峰周期模型

在文献[7,9]中提出的广义单峰周期模型关系

基金项目:国家重大科技专项(2011ZX05043-002)、中国石油天然气股份有限公司重大科技专项(2014E-32-03)资助。

第一作者:陈元千,男,1933年10月生,1956年毕业于北京石油学院钻采系,现为中国石油勘探开发研究院教授级高级工程师,主要从事油气田工程、油气田开发和储量评审等方面的工作。Email:cyq@petrochina.com.cn

通信作者:邹存友,男,1978年10月生,2002年毕业于江汉石油学院,2008年获中国地质大学(北京)博士学位,现为中国石油勘探开发研究院高级工程师,主要从事油田开发和原油发展规划方面的研究工作。Email:zoucunyou@petrochina.com.cn

式为:

$$Q = at^b e^{-(t^m/c)} \quad (1)$$

$$Q_{\max} = a[bc/(2.718m)]^{b/m} \quad (2)$$

$$t_{\text{peak}} = (bc/m)^{1/m} \quad (3)$$

$$N_R = \frac{ac^{(b+1)/m}}{m} \Gamma\left(\frac{b+1}{m}\right) \quad (4)$$

式中:  $Q$  为油田年产量,  $10^4 \text{t/a}$ ;  $a, b$  和  $c$  为广义单峰周期模型和子模型的模型常数;  $m$  为模型指数,  $m=1, 2$ ;  $t$  为生产时间,  $\text{a}$ ;  $Q_{\max}$  为最高年产量,  $10^4 \text{t/a}$ ;  $t_{\text{peak}}$  为与  $Q_{\max}$  相应的峰值时间,  $\text{a}$ ;  $N_R$  为可采储量,  $10^4 \text{t}$ ;  $\Gamma\left(\frac{b+1}{m}\right)$  为 Gamma 函数。

在式(4)中的 Gamma 函数,可以用简化的 Lanczos 公式<sup>[16]</sup>计算:

$$\Gamma[Z+1] = \frac{\sqrt{2\pi}(Z+2)^{Z+0.5}}{e^{Z+2}} \left( \frac{1.0864}{Z+1} + 1 \right) \quad (5)$$

式中,  $Z = \frac{b-m+1}{m}$ 。

## 1.2 子模型

根据广义的单峰周期模型,分别给定模型指数  $m=1$  和  $m=2$ ,由式(1)—式(4)可分别得到各子模型的关系式。

当  $m=1$  时,得到翁氏模型关系式为<sup>[1]</sup>:

$$Q = at^b e^{-(t/c)} \quad (6)$$

$$Q_{\max} = a(bc/2.718)^b \quad (7)$$

$$t_{\text{peak}} = bc \quad (8)$$

$$N_R = ac^{b+1} \Gamma(b+1) \quad (9)$$

当  $m=b+1$  时,得到威布尔模型关系式为<sup>[4]</sup>:

$$Q = at^b e^{-(t^{b+1}/c)} \quad (10)$$

$$Q_{\max} = a\left[\frac{bc}{2.718(b+1)}\right]^{b/(b+1)} \quad (11)$$

$$t_{\text{peak}} = \left(\frac{bc}{b+1}\right)^{1/(b+1)} \quad (12)$$

$$N_R = ac/(b+1) \quad (13)$$

当  $m=2$  时,得到陈-郝模型关系式为<sup>[7]</sup>:

$$Q = at^b e^{-(t^2/c)} \quad (14)$$

$$Q_{\max} = a\left(\frac{bc}{5.436}\right)^{b/2} \quad (15)$$

$$t_{\text{peak}} = (0.5bc)^{1/2} \quad (16)$$

$$N_R = 0.5c^{(b+1)/2} \Gamma\left(\frac{b+1}{2}\right) \quad (17)$$

当  $m=2$  和  $b=1$  时,得到瑞利模型关系式为<sup>[5,6]</sup>:

$$Q = at e^{-(t^2/c)} \quad (18)$$

$$Q_{\max} = a\left(\frac{c}{5.436b}\right)^{0.5} \quad (19)$$

$$t_{\text{peak}} = (0.5c)^{0.5} \quad (20)$$

$$N_R = 0.5ac \quad (21)$$

## 2 单峰周期模型的无因次关系式

### 2.1 广义单峰周期模型的无因次关系式

若设无因次产量  $Q_D = Q/Q_{\max}$ 、无因次时间  $t_D = t/t_{\text{peak}}$ , 经变换推导后,得到广义单峰周期模型的无因次关系式为:

$$Q_D = (2.718)^{b/m} t_D^b e^{-(b/m)t_D^m} \quad (22)$$

### 2.2 子模型的无因次关系式

当  $m=1$  时,由式(22)得到翁氏模型的无因次化关系式为:

$$Q_D = (2.718)^b t_D^b e^{-bt_D} \quad (23)$$

当  $m=b+1$  时,由式(22)得到威布尔模型的无因次化关系式为:

$$Q_D = (2.718)^{b/(b+1)} t_D^b e^{-[b/(b+1)]t_D^{b+1}} \quad (24)$$

当  $m=2$  时,由式(22)得到陈-郝模型的无因次化关系式为:

$$Q_D = (2.718)^{b/2} t_D^b e^{-(b/2)t_D^2} \quad (25)$$

当  $m=2$  和  $b=1$  时,由式(22)得到瑞利模型的无因次化关系式为:

$$Q_D = (2.718)^{1/2} t_D e^{-(b/2)t_D^2} \quad (26)$$

## 3 无因次典型曲线图版的制作与应用

### 3.1 典型曲线图版的制作

利用无因次的翁氏模型、威布尔模型、陈-郝模型和瑞利模型的关系式,当给定不同的模型常数  $b$  时( $b=1, 2, 3, 4, 5$  等),分别利用式(23)—式(26)计算不同无因次时间  $t_D$  下的无因次产量  $Q_D$ ,并绘制成 4 个典型曲线图版(图 1)。

### 3.2 典型曲线的拟合求解方法

#### 3.2.1 实际开发数据的无因次处理

对于油田的实际开发数据,首先找到油田相应的  $Q_{\max}$  和  $t_{\text{peak}}$ ,按  $Q_D = Q/Q_{\max}$  和  $t_D = t/t_{\text{peak}}$  的关系进行无因次处理,从而得到  $Q_D$  和  $t_D$  相应的连续数据。

#### 3.2.2 确定 $m$ 和 $b$

利用  $Q_D$  和  $t_D$  的相应连续数据,可以人工与典型曲线的印刷图版(图 1)相拟合,或通过计算机与典型曲线的电子图版自动拟合,确定最佳拟合的  $m$  值和  $b$  值。由于人工拟合不能得到精确的结果,因此,笔者采取了计算机自动拟合技术进行求解。笔者采用的这种方法,还可用于多峰产量变化的预测<sup>[17,18]</sup>。

### 3.3 预测油田的产量

经过典型曲线拟合求得  $m$  和  $b$  后,将式(22)变换,

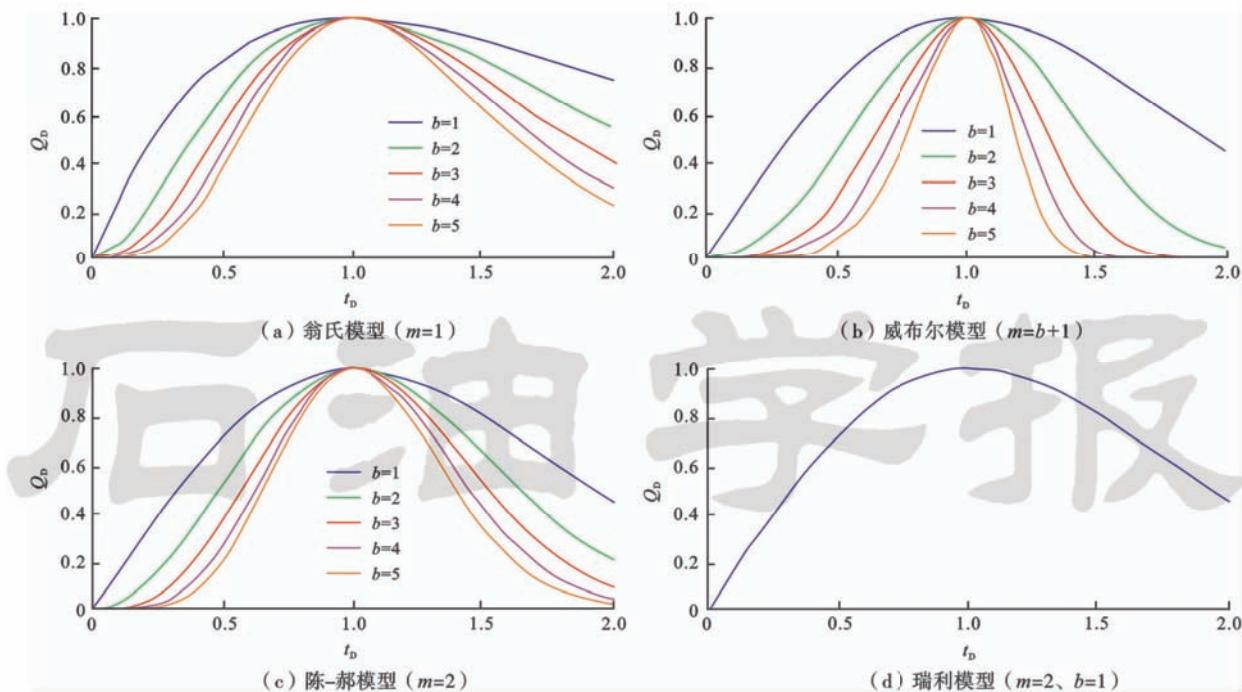


图1 模型典型曲线  
Fig. 1 Model typical curve

就可得到预测不同  $t_D$  下的油田产量。

$$Q = Q_{\max} (2.718)^{b/m} t_D^b e^{-(b/m)t_D^m} \quad (27)$$

### 3.4 预测油田的可采储量

将  $m$ 、 $b$  和  $t_{\text{peak}}$  代入式(3), 从而确定  $c$ :

$$c = (m/b)t_{\text{peak}}^m \quad (28)$$

再将  $m$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $Q_{\max}$  和  $t_{\text{peak}}$  代入式(2), 从而确定  $a$ :

$$a = \frac{Q_{\max}}{[bc/(2.718m)]^{b/m}} \quad (29)$$

最后, 将相关参数代入式(4), 即可得到油田的可采储量。

## 4 单峰周期模型的控制因素

为了对单峰周期模型的控制因素进行分析, 将式(22)变换为:

$$Q_D = \alpha f_1(t_D) f_2(t_D) \quad (30)$$

式中:  $\alpha$  为无因次广义单峰周期模型常数,  $\alpha = (2.718)^{b/m}$ ;

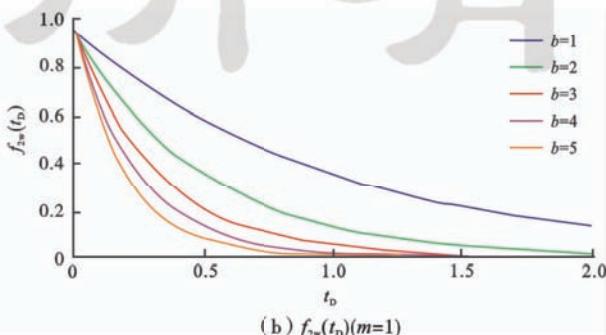
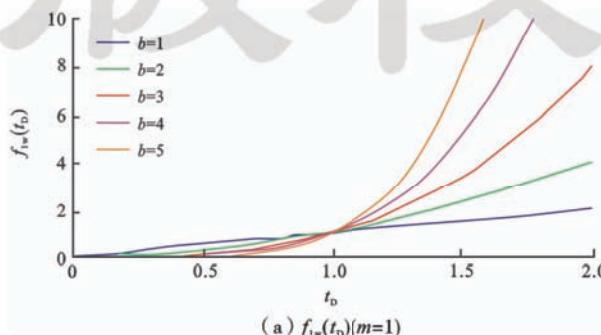


图2 指数函数关系曲线

Fig. 2 Relationship curve of exponential function

$f_1(t_D)$  为无因次广义单峰周期模型的幂指数递增函数,  $f_1(t_D) = t_D^b$ ;  $f_2(t_D)$  为无因次广义单峰周期模型的指数递减函数,  $f_2(t_D) = e^{-(b/m)t_D^m}$ 。

由式(30)可以看出, 不同模型的  $Q_D$  由 3 部分组成。其中  $\alpha$  为无因次模型常数,  $f_1(t_D)$  和  $f_2(t_D)$  均为  $t_D$  的函数。前者为幂指数递增函数, 后者为指数递减函数。为了进一步分析  $f_1(t_D)$  和  $f_2(t_D)$  函数的变化特征以及对产量的影响, 以翁氏模型( $m=1$ )为例, 由式(23)可得出:

$$Q_D = \alpha_w f_{1w}(t_D) f_{2w}(t_D) \quad (31)$$

式中:  $\alpha_w$  为无因次翁氏模型常数,  $\alpha_w = (2.718)^b$ ;  $f_{1w}(t_D) = t_D^b$ ;  $f_{2w}(t_D)$  为无因次翁氏模型的指数递减函数,  $f_{2w}(t_D) = e^{-bt_D}$ 。

当给定不同的  $b$  值, 可将计算得到的  $f_{1w}(t_D)$  和  $f_{2w}(t_D)$  函数值绘成图2。由图2可以看出, 除  $b=1$  外,

当  $t_D > 1$  (峰后)时, 预测模型主要受  $f_{1w}(t_D)$  函数控制; 当  $t_D < 1$  (峰前)时, 预测模型主要受  $f_{2w}(t_D)$  函数控制。

## 5 应用实例

### 5.1 实际开发数据的无因次化

萨马特洛尔油田是俄罗斯的第一大油田, 1969 年投产, 1980 年的产量达到峰值, 截至 1990 年已生产 22 年(表 1)。油田的最高年产量  $Q_{\max} = 1.548 \times 10^8 \text{ t/a}$ , 达到峰值产量的时间  $t_{\text{peak}} = 12 \text{ a}$ 。由  $t_D = t/t_{\text{peak}}$  和  $Q_D = Q/Q_{\max}$  可计算得到无因次时间  $t_D$  和无因次产量  $Q_D$  的数值(表 1)。

表 1 萨马特洛尔油田开发数据

Table 1 Development data of Samotlor oilfield

年份	$t/\text{a}$	$t_D$	$Q/(10^4 \text{ t} \cdot \text{a}^{-1})$		$Q_D$	
			实际值	预测值	实际值	预测值
1969 年	1	0.083	130.0	18.2	0.008	0.001
1970 年	2	0.167	430.0	251.0	0.028	0.016
1971 年	3	0.250	1000.0	1003.0	0.065	0.065
1972 年	4	0.333	2110.0	2415.1	0.136	0.156
1973 年	5	0.417	3900.0	4405.8	0.252	0.285
1974 年	6	0.500	6120.0	6743.4	0.395	0.436
1975 年	7	0.583	8710.0	9143.9	0.563	0.591
1976 年	8	0.667	11020.0	11346.8	0.712	0.733
1977 年	9	0.750	13000.0	13158.5	0.840	0.850
1978 年	10	0.833	14320.0	14465.8	0.925	0.934
1979 年	11	0.917	15080.0	15230.3	0.974	0.984
1980 年	12	1.000	15480.0	15473.1	1.000	1.000
1981 年	13	1.083	15030.0	15255.7	0.971	0.986
1982 年	14	1.167	14380.0	14662.4	0.929	0.947
1983 年	15	1.250	14000.0	13785.5	0.904	0.891
1984 年	16	1.333	13060.0	12715.3	0.844	0.821
1985 年	17	1.417	12090.0	11532.3	0.781	0.745
1986 年	18	1.500	10980.0	10304.7	0.709	0.666
1987 年	19	1.583	9880.0	9086.2	0.638	0.587
1988 年	20	1.667	8270.0	7916.8	0.534	0.511
1989 年	21	1.750	7720.0	6824.0	0.499	0.441
1990 年	22	1.833	6400.0	5825.0	0.413	0.376

注:  $t_D = t/12$ ;  $Q_D = Q/15480$ 。

### 5.2 典型曲线的拟合求解

将表 1 中的  $Q_D$  与  $t_D$  数据利用计算机进行自动拟合, 可求得该油田的最佳模拟结果为:  $m=1, b=4.3$ (图 3)。

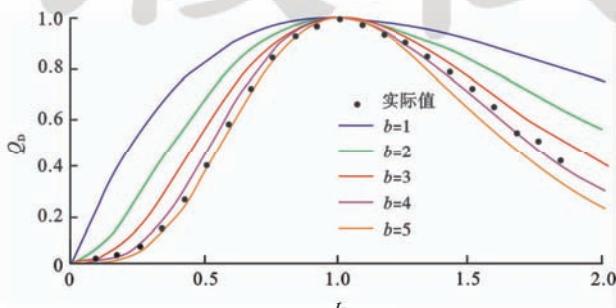


图 3 最佳拟合结果

Fig. 3 Optimal matching results

### 5.3 预测油田的产量

将  $m=1, b=4.3$  和  $Q_{\max} = 1.548 \times 10^8 \text{ t/a}$  代入式(27), 可得预测油田产量的公式为:

$$Q = 15480 \times (2.718)^{4.3} t_D^{4.3} e^{-4.3 t_D} \quad (32)$$

将不同生产时间的无因次时间  $t_D$  代入到式(32), 得到萨马特洛尔油田的产量预测对比(图 4)。由表 1 和图 4 可以看出, 预测产量与实际产量基本相同。

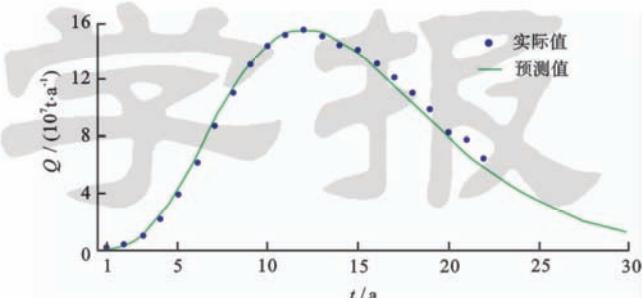


图 4 萨马特洛尔油田产量预测对比

Fig. 4 Comparison of production prediction for Samotlor oilfield

### 5.4 预测油田的可采储量

将  $m=1, b=4.3$  和  $t_{\text{peak}} = 12 \text{ a}$  代入到式(28), 可得模型常数  $c$  为 2.79。将  $m, b, c, t_{\text{peak}}$ , 以及  $Q_{\max} = 1.548 \times 10^8 \text{ t/a}$  代入到式(29), 可得模型常数  $a = 26.12$ 。当  $m=1$  和  $b=4.3$  时, 由式(5)计算得到的 Gamma 函数  $\Gamma(b+1) = 38.08$ 。再将  $a, b, c, m$  和  $\Gamma(b+1)$  代入到式(4), 得到油田的可采储量为  $N_R = 26.12 \times 2.79^{(4.3+1)} \times 38.08 = 22.88 \times 10^8 \text{ t}$ 。

## 6 结 论

(1) 从各模型的无因次典型曲线图版可以看出, 4 种预测模型的典型曲线, 除瑞利模型外, 其他 3 种非常相似, 但相同  $b$  值的典型曲线, 所处位置存在差异, 随着  $b$  值的增加, 曲线下面的面积随之减小, 即油田的可采储量变小。

(2) 单峰周期模型控制因素的分解分析表明, 一个预测模型的变化主要受  $f_{1w}(t_D)$  函数和  $f_{2w}(t_D)$  函数的控制。前者控制  $t_D > 1$  的部分, 后者控制  $t_D < 1$  的部分, 并且不同  $b$  值对  $f_1(t_D)$  和  $f_2(t_D)$  的影响也存在差异。

## 参 考 文 献

- [1] 陈元千. 对翁氏预测模型的推导及应用[J]. 天然气工业, 1996, 16(2): 22-26.  
Chen Yuanqian. Derivation and application of Weng's predication model[J]. Natural Gas Industry, 1996, 16(2): 22-26.
- [2] 陈元千, 胡建国. 对翁氏模型建立的回顾及新的推导[J]. 中国海上油气(地质), 1996, 10(5): 317-324.

- Chen Yuanqian, Hu Jianguo. Review and derivation of Weng model[J]. China Offshore Oil and Gas (Geology), 1996, 10(5): 317-324.
- [3] 闵琪,胡建国.预测油气田产量的 $\Gamma$ 模型[J].石油学报,1997,18(1):63-69.
- Min Qi, Hu Jianguo. A model for predicting the production of oil and gas fields[J]. Acta Petrolei Sinica, 1997, 18(1): 63-69.
- [4] 陈元千,胡建国.预测油气田产量和储量的Weibull模型[J].新疆石油地质,1995,16(3):250-255.
- Chen Yuanqian, Hu Jianguo. Weibull model for predicting output and reserve in an oil and gas fields[J]. Xinjiang Petroleum Geology, 1995, 16(3): 250-255.
- [5] 袁自学,陈元千.预测油气田产量和可采储量的简易模型[J].中国海上油气(地质),1996,10(2):101-105.
- Yuan Zixue, Chen Yuanqian. A simple model for predicting production and reserves of oil-gas fields[J]. China Offshore Oil and Gas (Geology), 1996, 10(2): 101-105.
- [6] 陈元千.瑞利(Rayleigh)模型的完善推导与应用[J].油气地质与采收率,2004,11(4):39-41.
- Chen Yuanqian. The perfect derivation of Rayleigh model and its application[J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency, 2004, 11(4): 39-41.
- [7] 陈元千,郝明强.多峰预测模型的建立与应用[J].新疆石油地质,2013,34(3):297-299.
- Chen Yuanqian, Hao Mingqiang. Establishment and application of multiple peak forecasting model[J]. Xinjiang Petroleum Geology, 2013, 34(3): 297-299.
- [8] 李从瑞,陈元千.预测产量及可采储量的广义数学模型[J].石油勘探与开发,1998,25(4):38-41.
- Li Congrui, Chen Yuanqian. Establishment and application of generalized mathematical models[J]. Petroleum Exploration and Development, 1998, 25(4): 38-41.
- [9] 陈元千.油气藏工程实用方法[M].北京:石油工业出版社,1999:1-176.
- Chen Yuanqian. Practical methods of petroleum reservoir engineering[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 1999: 1-176.
- [10] 陈元千,李瑩.现代油藏工程[M].北京:石油工业出版社,2001:162-170.
- Chen Yuanqian, Li Dang. Modern petroleum reservoir engineering[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2001: 162-170.
- [11] 胡建国,陈元千,张宗盛.预测油气田产量的新模型[J].石油学报,1995,16(1):79-86.
- Hu Jianguo, Chen Yuanqian, Zhang Zongsheng. A new model to predict production rate and recoverable reserves of oil and gas fields[J]. Acta Petrolei Sinica, 1995, 16(1): 79-86.
- [12] 陈元千,胡建国,张栋杰. Logistic模型的推导及自回归方法[J].新疆石油地质,1996,17(2):150-155.
- Chen Yuanqian, Hu Jianguo, Zhang Dongjie. Derivation of Logistic model and its self-regression method[J]. Xinjiang Petroleum Geology, 1996, 17(2): 150-155.
- [13] 陈元千,袁自学.预测油气田产量和可采储量的新模型[J].石油学报,1997,18(2):84-88.
- Chen Yuanqian, Yuan Zixue. A new model for predicting production and reserves of oil and gas fields[J]. Acta Petrolei Sinica, 1997, 18(2): 84-88.
- [14] 陈元千,郭二鹏.新型油田产量递减模型的建立与应用[J].中国海上油气,2008,20(6):379-381.
- Chen Yuanqian, Guo Erpeng. Building and applying a new decline model of oilfield productions[J]. China Offshore Oil and Gas, 2008, 20(6): 379-381.
- [15] 胡建国,陈元千.预测油气田产量的简单模型[J].中国海上油气(地质),1995,9(1):53-59.
- Hu Jianguo, Chen Yuanqian. A simple model for predicting production rate of oil and gas fields[J]. China Offshore Oil and Gas (Geology), 1995, 9(1): 53-59.
- [16] Lanczos C. A precision approximation of the gamma function[J]. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics: Series B, Numerical Analysis, 1964, 1: 86-96.
- [17] 陈元千,郝明强.HCZ模型在多峰预测中的应用[J].石油学报,2013,34(4):747-752.
- Chen Yuanqian, Hao Mingqiang. Application of HCZ model to predicting multiple production peaks[J]. Acta Petrolei Sinica, 2013, 34(4): 747-752.
- [18] 陈元千,郝明强.多峰预测模型的建立与应用[J].新疆石油地质,2013,34(3):296-299.
- Chen Yuanqian, Hao Mingqiang. Establishment and application of the multi-peak forecasting model[J]. Xinjiang Petroleum Geology, 2013, 34(3): 296-299.

(收稿日期 2014-01-07 改回日期 2014-03-11 编辑 王培玺)