

# 带弹性支撑多跨连续梁桥的车桥耦合演变随机振动

叶茂, 张鹏, 傅继阳, 曹文斌, 任珉

(广州大学 广州市结构安全与健康监测重点实验室/广东高校结构安全与健康监测工程技术研究中心, 广州 510006)

**摘要:** 以中间带弹性支撑连续梁桥为研究对象, 车辆简化为两自由度车辆移动系统, 桥面不平度功率谱密度作为输入, 建立了车-弹性支撑连续梁桥的耦合力学分析模型。采用转换矩阵法获取连续梁桥的模式函数, 结合状态空间理论和演变随机过程一般理论, 给出了整个耦合系统演变随机响应的分析方法, 并结合数值算例, 探讨了跨中支座条件、桥梁截面抗弯刚度、弹性支撑位置、车辆运行速度及桥面平整度对车桥耦合系统随机响应的影响。

**关键词:** 动力响应弹性支撑; 多跨连续梁; 演变随机响应; 车桥系统; 耦合振动

**中图分类号:** TU318 **文献标识码:** A

## Coupled vehicle-bridge evolutionary random vibration for a multi-span continuous bridge with elastic bearings

YE Mao, ZHANG Peng, FU Ji-yang, CAO Wen-bin, REN Min

(Guangzhou Key Lab for Engineering Structure Disaster Prevention and Control and Joint-Research Center for Structural Safety and Health Monitoring of Guangdong Universities, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** The random vibration of a coupled vehicle-bridge system under moving vehicular loads was studied. The bridge and vehicle were modeled as a continuous beam with elastic bearings, and a 2-DOF system with linear suspensions and tire flexibility, respectively. The power spectral density of the bridge surface irregularity was taken as an input. Modes of the continuous beam were obtained with the transfer matrix method. According to the state space theory and general theory of evolutionary random processes, the analysis method for the random response of the coupled system was derived. The effects of conditions of mid-support, bending stiffness of bridge cross-section, location of elastic bearings, vehicle velocity, and bridge surface roughness on the random response of the coupled vehicle-bridge system were discussed.

**Key words:** elastic bearing; multi-span continuous beam; evolutionary random response; vehicle-bridge system; coupled vibration

随着科学技术的快速发展, 车辆行驶速度越来越快, 载重越来越大, 但桥梁结构却越来越柔, 使得车桥耦合作用越来越明显, 对车桥耦合系统开展深入研究具有重要价值。车桥耦合系统的动力响应是一个十分复杂的问题, 目前的研究主要集中在两个方面: 确定性响应分析和随机响应分析。如在确定性响应研究方面, 李奇等<sup>[1]</sup>建立了考虑车体柔性的车桥耦合系统力学模型; Neves等<sup>[2]</sup>提出一种车辆与结构相互作用的直接分析方法; Zhang等<sup>[3]</sup>基于有限元模型, 介绍了一种车桥相互作用的不确定性动力分析方法; Wu等<sup>[4]</sup>考虑在地震作用下, 列车与桥梁相互作用的不确定性动力

分析。但是, 对于车桥耦合系统而言, 桥面或轨道不平度也是一个重要的诱因, 往往不可忽略。从随机振动角度出发, 朱艳等<sup>[5]</sup>以简支梁桥为例, 对车桥响应的随机性进行了分析; Li等<sup>[6]</sup>采用演变随机过程的一般理论, 分析了单个车辆在桥面行驶时耦合系统的随机响应; 叶茂等<sup>[7]</sup>考虑多个车辆行驶状况, 考察了多个车辆作用时耦合系统的随机响应; 张志超等<sup>[8-9]</sup>采用虚拟激励法, 分析了桥面不平顺引起的车桥耦合系统随机响应。

综上所述, 在进行车桥耦合系统分析时, 特别是随机响应分析, 大多学者以简支梁桥为研究对象, 对于复杂连续梁桥的研究相对较少。为此, 本文将带中间弹性支撑连续梁桥为研究对象, 建立车-弹性支撑连续梁桥的耦合力学分析模型, 系统研究桥面不平顺诱发的车-桥耦合演变随机振动。

基金项目: 国家自然科学基金(51208125, 51178126); 广州市科技计划项目(2013J2200074, 11F102010004)

收稿日期: 2013-11-22 修改稿收到日期: 2013-06-14

第一作者 叶茂男, 博士, 助理研究员, 1982年10月生

### 1 运动方程的建立

中间带弹性支撑连续梁桥模型如图1所示,车辆为两自由度模型。桥梁中间有  $k$  个竖向弹性支撑,刚度分别为  $S_1, S_2, \dots, S_k$ 。  $y(x, t)$ 、 $y_1(t)$  和  $y_2(t)$  分别为桥梁、车辆竖向位移响应。车在桥上的位置为  $\xi(t)$ 。  $\eta(\xi)$  为桥面不平度值。根据达朗贝尔原理,车桥耦合系统的动力方程为:

$$EIy^{(4)}(x, t) + \rho A \dot{y}^{(3)}(x, t) + c \dot{y}^{(2)}(x, t) = - \{ m_1 \ddot{y}_1(t) + m_2 \ddot{y}_2(t) + (m_1 + m_2)g \} \delta(x - \xi) \quad (1a)$$

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) - c_1 \dot{y}_2(t) + k_1 y_1(t) - k_1 y_2(t) = 0 \quad (1b)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) - c_1 \dot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_2(t) - k_1 y_1(t) + (k_1 + k_2)y_2(t) - k_2 y(\xi, t) = k_2 \eta(\xi) \quad (1c)$$

式中:  $\rho A$  为单位长度桥梁的质量,  $c$  为单位长度桥梁的阻尼系数,  $EI$  为弯曲刚度。

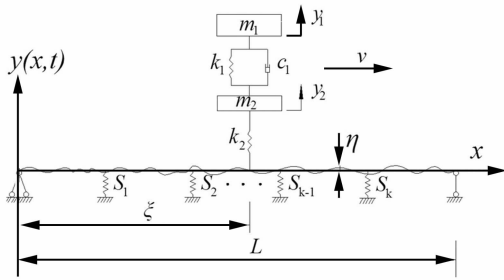


图1 车桥耦合系统的力学模型  
Fig. 1 Mechanical model of a coupled vehicle-bridge system

#### 1.1 连续梁的模式

对于单跨梁,其模态函数为:

$$\varphi(x) = A \sin ax + B \cos ax + C \sinh ax + D \cosh ax \quad (2)$$

式中:常数  $A, B, C, D$  决定梁振动的形状和振幅,根据梁端的边界条件确定。

对于本文所给连续梁模型,课题组已给出其模态函数的分析方法,即首先将连续梁分解成被  $k$  个弹性支撑分割的  $k+1$  段单跨梁,通过弹性支撑处的变形协调条件和平衡条件,确定相邻两段梁积分常数的转换关系式,最后根据边界条件确定连续梁各阶频率  $\omega_n$ ,并求得连续梁的各阶模态函数,推导过程见文献[10]。

根据模态分析法,梁变形  $Y(x, t)$  可写成:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(x) q_i(t) \quad (3)$$

式中:  $\varphi_i(x)$  是连续梁桥的第  $i$  阶模态,  $q_i(t)$  是对应于第  $i$  阶模态的正则坐标。

#### 1.2 耦合振动方程

将式(3)代入式(1),利用模态函数关于质量和刚度的正交性,得如下微分方程组:

$$\ddot{q}_i(t) + \frac{m_1}{m_b} \varphi_i(\xi) \ddot{y}_1(t) + \frac{m_2}{m_b} \varphi_i(\xi) \ddot{y}_2(t) +$$

$$\frac{c}{\rho A} \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{m_1 + m_2}{m_b} g \varphi_i(\xi) \quad (4a)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_1(t) - c_1 \dot{y}_2(t) + k_1 y_1(t) - k_1 y_2(t) = 0 \quad (4b)$$

$$m_2 \ddot{y}_2(t) - c_1 \dot{y}_1(t) + c_1 \dot{y}_2(t) - k_1 y_1(t) + (k_1 + k_2)y_2(t) - k_2 \sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) q_i(t) = k_2 \eta(\xi) \quad (4c)$$

方程组(4)在时域内有  $n+2$  个变量,令  $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n \ y_1 \ y_2]^T$ ,可将方程组(4)写成矩阵形式:

$$\mathbf{M}(t) \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(t) \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(t) \mathbf{q}(t) = \mathbf{f}_1(t) + \mathbf{f}_2(t) \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  分别为耦合系统的质量、阻尼和刚度阵;  $\mathbf{f}_1(t)$  是车辆自重产生的确定性激励,  $\mathbf{f}_2(t)$  是桥面不平顺产生的随机激励,其表达式如下:

$$\mathbf{f}_1(t) = \left[ \frac{m_1 + m_2}{m_b} g \varphi_1(\xi), \dots, \frac{m_1 + m_2}{m_b} g \varphi_n(\xi), 0, 0 \right]^T$$

$$\mathbf{f}_2(t) = b \eta(\xi), \text{ 其中 } b = [0, \dots, 0, k_2]^T$$

### 2 耦合方程求解

令  $\mathbf{u} = \{ \mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T \}^T$ ,则方程(5)可写为:

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}(t) \mathbf{u} + \mathbf{B}_1(t) + \mathbf{B}_2(t) \quad (6)$$

式中:

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_2(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{f}_2 \end{bmatrix}$$

方程(6)的荷载项由两部分组成,即确定性激励与随机激励,二者之间相互独立,可分别计算。耦合系统的总响应为两者叠加。

式(6)中,令  $\mathbf{B}_2(t) = 0$ ,则

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}(t) \mathbf{u} + \mathbf{B}_1(t) \quad (7)$$

式(7)用于计算由确定性荷载引发的耦合系统响应。在零初始条件下,其解为:

$$\mathbf{u}(t) = \int_0^t \Phi(t, z) \mathbf{B}_1(z) dz \quad (8)$$

式中:  $\Phi(t, z)$  为系统(7)的转换矩阵。

对于时变系统,转换矩阵的解析表达式难以获得,一般采用数值方法求解。

式(6)中,令  $\mathbf{B}_1(t) = 0$ ,则

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}(t) \mathbf{u} + \mathbf{B}_2(t) \quad (9)$$

$$\text{式中: } \mathbf{B}_2(t) = \mathbf{R}(t) \eta(\xi), \mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \mathbf{b} \end{bmatrix}$$

式(9)计算由桥面不平顺引发的耦合系统响应,具有随机性。桥面不平度  $\eta(\xi)$  是随自变量  $\xi$  变化的零均值平稳随机过程,功率谱密度为  $S(\omega)$ 。设  $\eta(t) = \eta[\xi(t)]$ , 则  $\eta(t)$  的相关函数可表示为:

$$E[\eta(t_1)\eta(t_2)] = E[\eta\{\xi(t_1)\}\eta\{\xi(t_2)\}] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega|\xi(t_1)-\xi(t_2)|} d\omega \quad (10)$$

式中:  $\xi(t)$  为车辆在桥上的位置。当车辆变速行驶时,  $\eta(t)$  为非平稳随机过程。当车辆匀速行驶时,  $\eta(t)$  为平稳随机过程,令  $\xi = vt$ , 代入式(10)可得:

$$E[\eta(t_1)\eta(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega v|t_1-t_2|} d\omega \quad (11)$$

可得到  $\mathbf{B}_2(t)$  的相关矩阵:

$$E[\mathbf{B}_2(t_1)\mathbf{B}_2^T(t_2)] = \mathbf{R}(t_1)\mathbf{R}^T(t_2) \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega v|t_1-t_2|} d\omega \quad (12)$$

零初始条件下,式(9)的解可表示为:

$$\mathbf{u}(t) = \int_0^t \Phi(t,z)\mathbf{B}_2(z) dz \quad (13)$$

状态空间向量  $\mathbf{u}$  的相关矩阵为:

$$E[\mathbf{u}(t)\mathbf{u}^T(t)] = \int_0^t \int_0^t \Phi(t,z) E[\mathbf{B}_1(z)\mathbf{B}_2^T(\zeta)] \Phi^T(t,\zeta) dz d\zeta \quad (14)$$

由(12)可知,式(14)可以改写为:

$$E[\mathbf{u}(t)\mathbf{u}^T(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(\omega,t)\overline{\mathbf{H}}^T(\omega,t)S(\omega) d\omega \quad (15)$$

式中:

$$\mathbf{H}(\omega,t) = \int_0^t \Phi(t,z)\mathbf{R}(z) e^{-i\omega\xi(z)} dz \quad (16)$$

$\overline{\mathbf{H}}^T$  为  $\mathbf{H}(\omega,t)$  的共轭转置矩阵。

对照式(8),从式(16)可看出,当  $\omega$  为定值时,  $\mathbf{H}(\omega,t)$  就是零初始条件下,原系统在确定性激励  $\mathbf{R}(t)e^{-i\omega\xi(t)}$  作用下的响应。可以通过数值方法求解,如 Runge-Kutta 法。

由式(14)的结果,可得桥梁截面垂向位移均方值响应,即:

$$E[y^2(x,t)] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_i(x)\varphi_j(x) E[u_i(t)u_j(t)] \quad (17)$$

设  $\mathbf{H}_i(\omega,t)$  表示矩阵  $\mathbf{H}(\omega,t)$  第  $i$  行,式(15)可改写为:

$$E[u_i(t)u_j(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}_i(\omega,t)\overline{\mathbf{H}}_j^T(\omega,t)S(\omega) d\omega \quad (18)$$

根据式(18),式(17)变为如下形式:

$$E[y^2(x,t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_i(x)\varphi_j(x)\mathbf{H}_i(\omega,t)\overline{\mathbf{H}}_j^T(\omega,t)S(\omega) d\omega \quad (19)$$

由此,得到桥梁截面位移演变功率谱密度函数为:

$$S_{y(x)}(\omega,t) =$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varphi_i(x)\varphi_j(x)\mathbf{H}_i(\omega,t)\overline{\mathbf{H}}_j^T(\omega,t)S(\omega) \quad (20)$$

同样可得车体质点的位移响应均方值:

$$E[y_i^2] = E[q_{n+i}^2] = E[u_{n+i}^2] \quad (i=1,2) \quad (21)$$

相应的演变功率谱密度函数为:

$$S_{y_i}(\omega,t) = \mathbf{H}_{n+i}(\omega,t)\overline{\mathbf{H}}_{n+i}^T(\omega,t)S(\omega) \quad (22)$$

整个系统总的响应为确定性响应与随机响应的叠加。设:

$$y_i = y_{id} + y_{ir} \quad (i=1,2) \quad (23)$$

$$\chi = \chi_d + \chi_r \quad (24)$$

式中:  $y_{id}$  和  $\chi_d$  分别表示确定性激励  $\mathbf{B}_1(t)$  对车体位移和桥梁截面垂向位移的贡献;  $y_{ir}$  和  $\chi_r$  分别表示随机激励  $\mathbf{B}_2(t)$  对车体位移和桥梁截面垂向位移的贡献。

由于  $\eta(t)$  为零均值随机过程,因此  $\mathbf{u}(t)$  也是零均值随机过程。可以得到:

$$E[y_{ir}] = E[\chi_r] = 0 \quad (25)$$

车体运动系统的广义坐标值和梁截面垂向位移值总响应的均方值为:

$$E[y_i^2] = E[y_{id}^2] + E[y_{ir}^2] = y_{id}^2 + E[u_{n+i}^2] \quad (26)$$

$$E[\chi^2] = E[\chi_d^2] + E[\chi_r^2] = \chi_d^2 + E[\chi_s^2] \quad (27)$$

对于车辆及梁截面速度及加速度,可以由同样的方法求得相关值,这里不再赘述。

### 3 数值算例

桥梁分析参数选取文献[11]中一个接近实际的例子,本文考虑等截面情况。具体参数为:弹性模量  $E = 30\,000\text{ N/mm}^2$ , 横截面积  $A = 2.82\text{ m}^2$ , 密度  $\rho = 2\,400\text{ kg/m}^3$ , 截面惯性矩  $I = 1.754\,9\text{ m}^4$ , 阻尼系数取  $c = 4\,631\text{ N}\cdot\text{s/m}$ 。桥梁跨度如图2所示的三跨连续梁,桥梁各跨长度分别为  $L_1 = L_3 = 36\text{ m}$ ,  $L_2 = 48\text{ m}$ 。为表述方便,引进参数  $\varepsilon_i$ : 梁竖向弯曲刚度和支承竖向刚度的比值,即:

$$\varepsilon_i = EI\pi^3/S_iL_i^3 \quad (28)$$

本文取  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.25$ , 连续梁的前4阶模态见图3。车辆参数具体为:车体质点质量分别为  $m_1 = 12\,000\text{ kg}$ ,  $m_2 = 500\text{ kg}$ , 车体刚度分别为  $k_1 = 190\,000\text{ N/m}$ ,  $k_2 = 480\,000\text{ N/m}$ , 阻尼  $c_1 = 2\zeta\sqrt{m_1k_1}$ , 其中(阻尼比  $\zeta = 0.1$ )。车速  $V = 40\text{ m/s}$ 。桥梁不平顺  $\eta(\xi)$  为零均值随机过程,根据“机械振动—道路路面谱测量数据报告”标准<sup>[12]</sup>和文献[13],采用下列桥面不平度功率谱密度函数在时域内的表达式:

$$S_r(\omega) = S_r(n_0)(\omega/\omega_0)^{-2}/V \quad (29)$$

式中:  $V$  表示车辆行驶速度,  $\omega$  为圆频率 ( $\text{rad/s}$ ),  $\omega_0$  为参考频率,  $\omega_0 = 2\pi n_0 V$ ,  $n_0$  为参考空间频率,  $n_0 = 0.1\text{ m}^{-1}$ ;  $\omega$  的取值范围为  $[2\pi n_{\min} V, 2\pi n_{\max} V]$ , 其中  $n$  的取值范围为  $n_{\min} = 0.011$ ,  $n_{\max} = 2.83$ ; 本文采用 A 级桥面

等级,则桥面平整度系数为  $S_r(n_0) = 16 \times 10^{-6} \text{m}^{-3}$ 。

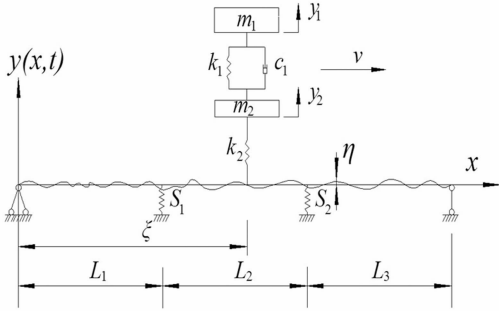


图2 计算模型  
Fig. 2 Calculation model

取  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \text{ijf}$ , 即简支梁, 桥梁总长度  $L = 40 \text{ m}$ , 车速  $V = 20 \text{ m/s}$ , 取文献[6]采用的功率谱, 其余参数也同文献[6]。求得  $m_1$  的位移响应如图4, 与文献[6]的计算结果一致, 验证了本文计算程序的正确性。

车体  $m_1$  和跨中位移(指桥梁中跨跨中位移, 以下类同)在确定性激励及随机激励作用下位移的确定性响应和均方根值响应如图5所示, 图示表明: 不论是车体还是桥梁跨中, 位移的随机响应均小于确定性响应, 但与车体位移随机响应相比, 桥梁跨中位移的随机响应要远远小于其确定性响应。

### 4 分析与讨论

#### 4.1 跨中支座条件的影响

弹性支撑的刚度为零, 即  $\varepsilon_i \rightarrow \text{inf}$  时, 此时, 连续梁变为一个单跨简支梁; 当  $\varepsilon_i = 2.5 \times 10^{-1}$  时, 弹性支撑可以看作一个铰支座<sup>[10]</sup>。其余参数不变, 图6给出了跨中支座条件为  $\varepsilon_i \rightarrow \text{inf}$ 、 $\varepsilon_i = 0.25$ 、 $\varepsilon_i = 2.5 \times 10^{-6}$  时的计算结果。

图6(a)结果表明, 跨中支座条件对车体  $m_1$  的位移均方根值并无明显影响; 但是, 跨中支座条件对跨中位移的影响很大, 见图6(b), 图示表明: 相比跨中无支撑和铰支撑, 跨中弹性支撑的跨中位移均方根值响应最小, 说明对于连续梁, 合理选择中间支座刚度, 可有效降低由于桥面平顺造成的跨中位移随机响应。

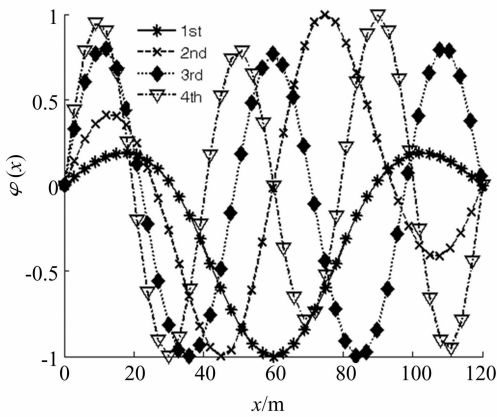


图3 连续梁的前4阶模态  
Fig. 3 The first four mode shapes of continuous beams

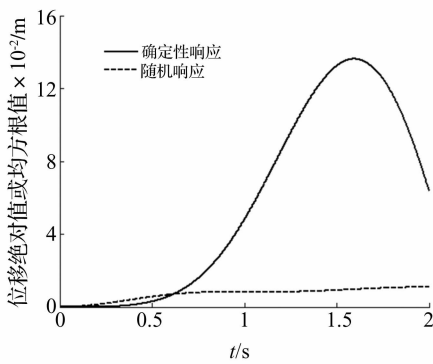


图4 车体  $m_1$  的位移响应  
Fig. 4 Displacement response of  $m_1$

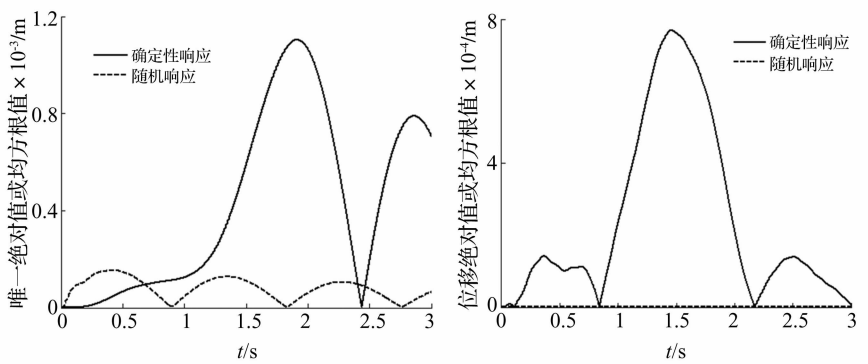
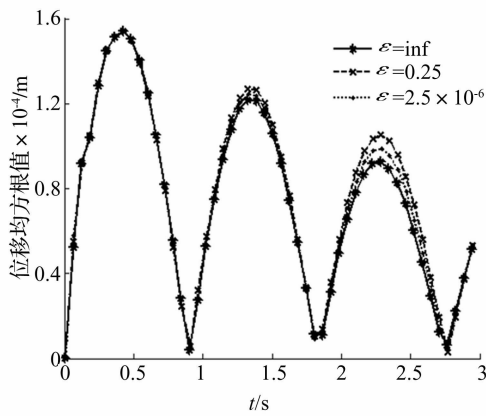
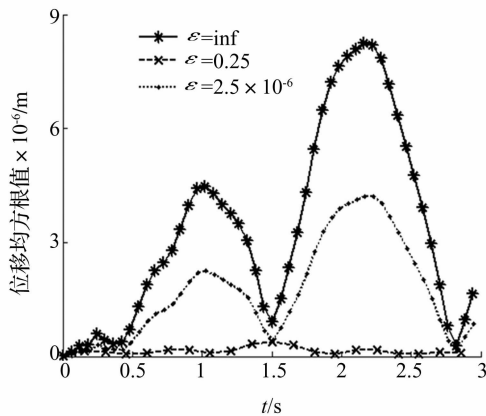


图5 耦合系统的响应  
Fig. 5 Response of coupled-system

#### 4.2 桥梁截面抗弯刚度的影响

改变桥梁截面抗弯刚度, 其余参数不变, 图7与图8给出车体  $m_1$  与跨中位移受确定性激励或随机激励时的变化规律, 表明: 对于跨中位移, 不论是确定性响应还是随机响应, 桥梁截面抗弯刚度的影响十分明显, 随着刚度的增大, 跨中位移的响应显著减小; 对于车体  $m_1$  的位移, 车体位移的确定性响应随着刚度的增大而减

小, 这与跨中位移确定性响应的变化规律一致, 但是对于车体位移的随机响应, 图7(b)清楚的表明桥梁截面抗弯刚度对其几乎没有影响, 这与跨中位移随机响应的变化规律完全不同, 车体位移随机响应的这一规律也可概括为: 随着桥梁截面抗弯刚度增大, 车体位移随机响应在总响应中所占比例会越来越高。

(a) 车体 $m_1$ 的位移随机响应

(b) 桥梁中点的位移随机响应

图6 跨中支座条件的影响

Fig. 6 The effect on types of mid - support

### 4.3 弹性支撑位置的影响

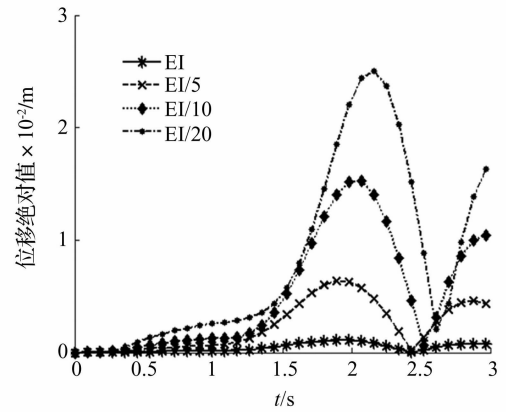
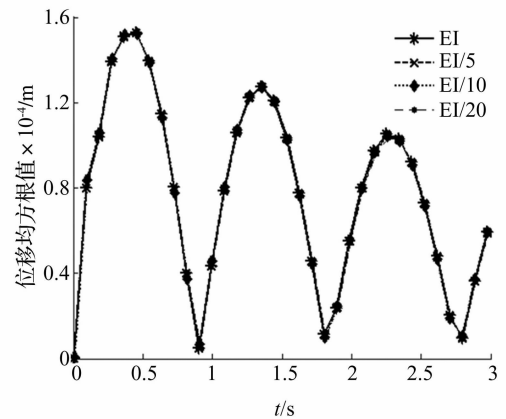
弹性支撑位置会影响到结构体系的基频等本质属性,对于系统随机响应,这也是一个重要参数。本文连续梁为对称结构,引入跨度比 $\alpha = L_1/L_2$ 。桥梁总长 $L = 120$  m,分别取 $\alpha = 0.5$ 、 $\alpha = 0.75$ 、 $\alpha = 1.0$ ,其余参数不变,计算结果见图9。

不同跨度比时,车体 $m_1$ 位移的均方根值响应如图9(a)所示,弹性支撑的位置对车体位移随机响应几乎没有影响,这是由于改变弹性支撑位置,只是改变了连续梁的抗弯刚度,与4.2节桥梁截面抗弯刚度对车体位移随机响应几乎没有影响的结论一致。图9(b)给出的是桥梁跨中位移的随机响应,表明跨度比对桥梁跨中位移随机响应的影响没有一个单调的规律,说明存在一个最优跨度比,使桥梁跨中位移随机响应最小。

### 4.4 车速的影响

根据本文的理论推导,车辆行驶速度是影响耦合系统随机振动的重要因素。其余参数不变,车速分别取20 m/s、40 m/s、60 m/s时的计算结果见图10。

图10(a)表明,当车速由20 m/s增大至60 m/s时,车体 $m_1$ 的位移均方根值有明显的降低。图10(b)所示为桥梁跨中位移均方根响应,当车速由20 m/s增大至

(a) 车体 $m_1$ 位移的确定性响应(b) 车体 $m_1$ 位移的随机响应图7 桥梁截面抗弯刚度不同时车体 $m_1$ 的响应Fig. 7 Response of  $m_1$  with different bending stiffness

60 m/s时,相比车体 $m_1$ 位移均方根值响应,桥梁跨中位移均方根值下降更为明显。综合表明,耦合系统的位移随机响应受车速影响明显,且随车速增大而减小。

### 4.5 桥面平整度对系统随机振动的影响

式(29)表明,桥面平整度作为耦合系统随机响应的输入,对耦合系统随机振动有直接的影响,分别取三种桥面等级:

$$\text{A级} [S_r(n_0) = 16 \times 10^{-6} \text{m}^3];$$

$$\text{B级} [S_r(n_0) = 64 \times 10^{-6} \text{m}^3];$$

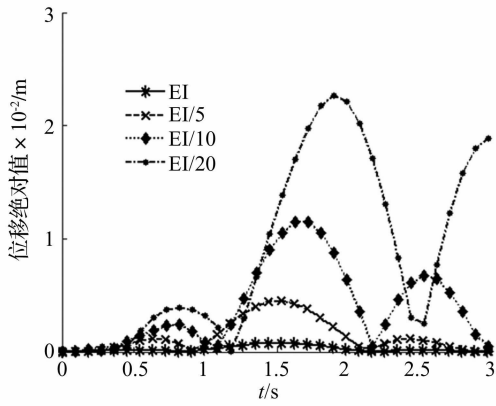
$$\text{C级} [S_r(n_0) = 256 \times 10^{-6} \text{m}^3];$$

其余参数不变,计算结果如图11所示。

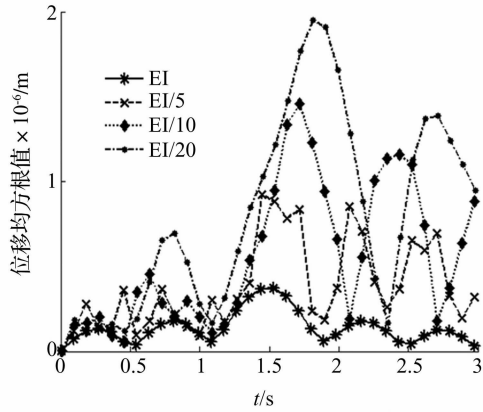
图11表明,不论是车体 $m_1$ 位移还是桥梁跨中位移,桥面等级对其影响十分显著,当桥面等级从A级下降到C级时,车体与桥梁跨中位移的随机响应会显著增加。

## 5 结论

以中间带弹性支撑的连续梁桥为桥梁模型,建立了车-弹性支撑连续梁桥的耦合力学分析模型。整个耦合系统的总响应由瞬变的确定性部分及演变的随机部分组成,两部分相互独立,其中将演变随机响应的计算转换为确定性激励计算。主要结论如下:

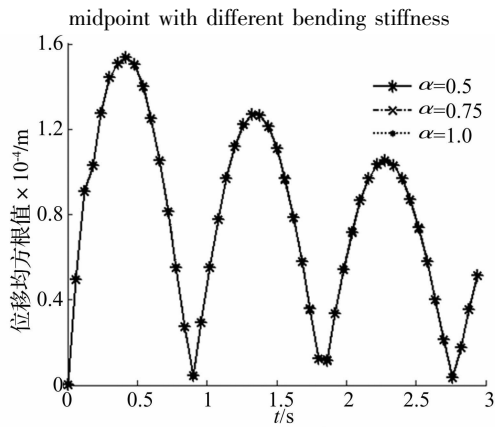


(a) 桥梁中点位移的确定性响应

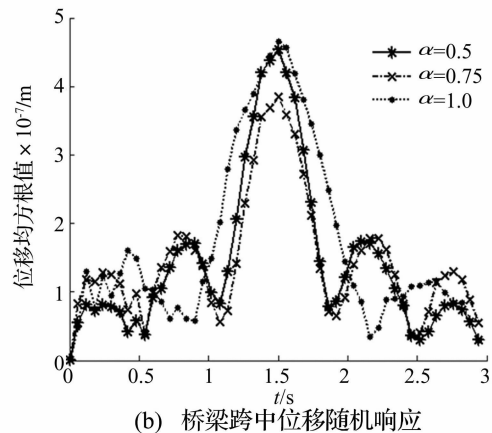


(b) 桥梁中点位移的随机响应

图 8 桥梁截面抗弯刚度不同时桥梁中点的响应  
Fig. 8 Displacement of bridge midpoint with different bending stiffness



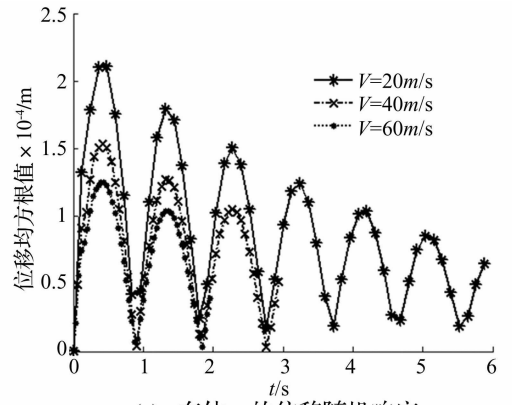
(a) 车体 $m_1$ 位移随机响应



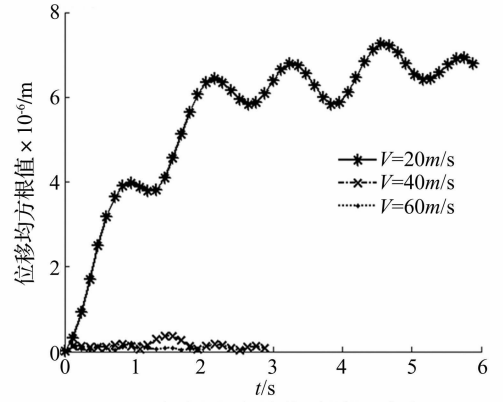
(b) 桥梁跨中位移随机响应

图 9 支座位置的影响

Fig. 9 The effect on location of elastic bearing



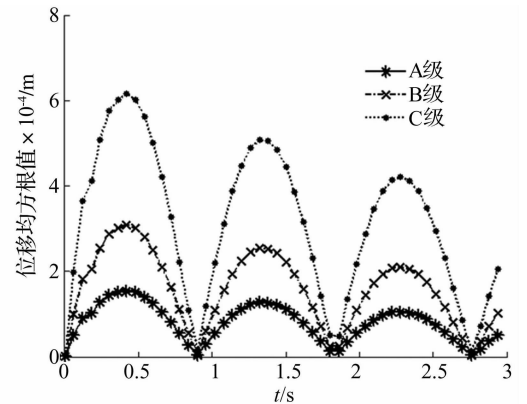
(a) 车体 $m_1$ 的位移随机响应



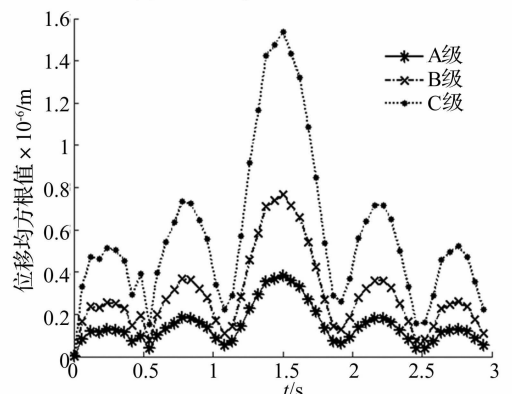
(b) 桥梁中点的位移随机响应

图 10 车速的影响

Fig. 10 The effect on vehicle velocity



(a) 车体 $m_1$ 的位移随机响应



(b) 桥梁中点的位移随机响应

图 11 桥面等级的影响

Fig. 11 The effect on bridge surface roughness

(1)对于桥梁跨中位移,其随机响应要远远小于其确定性响应,跨中支座条件、桥梁截面抗弯刚度、弹性支撑位置、车速、桥面平整度对桥梁跨中位移的均方根值均有着显著的影响。

(2)对于车体位移的随机响应,跨中支座条件、桥梁截面抗弯刚度、弹性支撑位置(这个几个参数均是改变桥梁结构的刚度)对其几乎没有影响,但是车速和桥面平整度对其影响显著。

(3)对于连续梁,合理选择中间支座刚度和跨度比,可有效降低桥梁跨中位移的随机响应。

(4)耦合系统位移的随机响应受车速和桥面等级影响明显,随车速增大而减小;随桥面等级的降低而增加。

### 参考文献

- [1] 李奇,吴定俊,邵长宇.考虑车体柔性的车桥耦合系统建模与分析方法[J].振动工程学报,2011,24(1):41-47.  
LI Qi, WU Ding-jun, SHAO Chang-yu. Modeling and dynamic analysis method of vehicle-bridge coupling system considering car-body flexibility [J]. Journal of Vibration Engineering, 2011, 24(1): 41-47.
- [2] Neves S G M, Azevedo A F M, Calcada R. A direct method for analyzing the vertical vehicle-structure interaction [J]. Engineering Structures, 2012, 34: 414-420.
- [3] Zhang N, Xia H, De Roeck G. Dynamic analysis of a train-bridge system under multi-support seismic excitations [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2010, 24(11): 2181-2188.
- [4] Wu S Q, Law S S. Dynamic analysis of bridge vehicle system with uncertainties based on the finite element mode [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2010, 25: 425-432.
- [5] 朱艳,李小珍,强士中.高速铁路简支梁桥车桥系统随机响应[J].西南交通大学学报,2011,46(4):535-540.  
ZHU Yan, LI Xiao-zhen, QIANG Shi-zhong. Stochastic responses of train-bridge coupling system for simply-supported high-speed railway bridge [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2011, 46(4): 535-540.
- [6] Li J Q, Leng X L, Fang T. Evolutionary random response problem of a coupled vehicle-bridge system [J]. Archive of Applied Mechanics, 2002, 72: 536-544.
- [7] 叶茂,谭平,任珉,等.多个车辆荷载作用下桥梁演变随机振动分析[J].振动工程学报,2010,23(3):296-274.  
YE Mao, TAN Ping, REN Min, et al. Evolutionary random vibration analysis of a bridge subjected to moving vehicles [J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 23(3): 296-274.
- [8] 张志超,张亚辉,林家浩.车桥耦合系统非平稳随机振动分析的虚拟激励-精细积分法[J].工程力学,2008,25(11):197-204.  
ZHANG Zhi-chao, ZHANG Ya-hui, LIN Jia-hao. PEM-PIM Scheme for non-stationary random vibration analysis of vehicle-bridge systems [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(11): 197-204.
- [9] 张志超,赵岩,林家浩.车桥耦合系统非平稳随机振动分析[J].振动工程学报,2007,20(5):439-446.  
ZHANG Zhi-chao, ZHAO Yan, LIN Jia-hao. Non-stationary random vibration analysis for vehicle-bridge coupled systems [J]. Journal of Vibration Engineering, 2007, 20(5): 439-446.
- [10] 叶茂,谭平,任珉,等.中间带弹性支承各种边界条件连续梁模态分析[J].工程力学,2010,27(9):80-85.  
YE Mao, TAN Ping, REN Min, et al. Modal analysis of multi-span beams with intermediate flexible constraints and different boundary conditions [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(9): 80-85.
- [11] Zheng D Y, Cheung Y K, Au F T K, et al. Vibration of multi-span non-uniform beams under moving loads by using modified beam vibration functions [J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 212(3): 455-467.
- [12] GB/T 7031-2005 机械振动 道路路面谱测量数据报告[S].北京:中国建筑工业出版社,2005.
- [13] 方同.工程随机振动[M].北京:国防工业出版社,1995.