

T型耦合板结构振动特性研究

史冬岩¹, 石先杰¹, 王青山¹, 李文龙², 谷静静¹

(1. 哈尔滨工程大学 机电工程学院, 哈尔滨 150001; 2. 韦恩州立大学 机械工程系, 底特律 密歇根 48202)

摘要: 以 T 型耦合板为研究对象, 在同时考虑面内振动和面外振动条件下采用改进傅里叶级数方法 (Improved Fourier Series Method, IFSM) 对其自由振动特性进行了计算分析。板结构的面内振动和面外振动位移函数表示为改进傅里叶级数形式, 并引入正弦傅里叶级数以解决边界的不连续或跳跃现象。将位移函数的级数展开系数作为广义坐标, 采用 Rayleigh-Ritz 方法对其进行求解。通过对不同边界条件及耦合连接情况下 T 型板自由振动特性进行计算, 并将之与有限元法结果相比较, 验证了该方法的正确性和有效性, 为耦合板结构的振动控制提供可靠的理论依据。

关键词: T 型耦合板结构; 改进傅里叶级数; 任意边界条件; 能量法

中图分类号: TH212; TH213.3 **文献标识码:** A

Vibration analysis of a T-coupled plate structure

SHI Dong-yan¹, SHI Xian-jie¹, WANG Qing-shan¹, LI Wen-long², GU Jing-jing¹

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. Department of Mechanical Engineering, Wayne State University, Detroit, MI48202, USA)

Abstract: Here, an analytical method, the improved Fourier series method (IFSM) was presented for the free vibration analysis of a T-coupled plate with general boundary conditions. The in-plane vibration and out-of-plane vibration were taken into account via four types of coupling springs of arbitrary stiffnesses. Regardless of boundary conditions, the transverse and in-plane vibration displacement functions were taken as a new form of trigonometric expansion with accelerated convergence. The displacement functions could overcome all the relevant discontinuities of the elastic boundaries. The expansion coefficients were considered as the generalized coordinates, and they were determined using Rayleigh-Ritz method. The free vibration analysis of the T-coupled plate with various boundary and coupling conditions was performed using the proposed method. The reliability and accuracy of the proposed method were validated with the FEM results. This study provided a reliable and theoretical basis for vibration control of coupled plate structures.

Key words: T-coupled plate; Improved Fourier Series Method (IFSM); general boundary condition; energy method

耦合板结构在实际工程应用中被广泛应用, 如航空航天、船舶结构、机械工程、土木工程和车辆工程等。只有详细了解了耦合板结构振动特性才能更好地完成该类结构的设计, 使得设计达到实际应用环境的要求。在耦合板结构中, 当弯曲波传递到耦合边界处时会在连接板中产生面内的纵波和剪切波, 而面内波传递到耦合边界处时也会有一部分转换为弯曲波。由此可见耦合板的振动特性存在面内和面外振动的耦合效应, 振动特性较为复杂。因此, 近年来越来越多的学者开始关注耦合板结构的振动特性分析。

对于耦合板的振动特性, Cremer 等^[1] 基于弹性波

传播对两个互成直角的无限大耦合板结构振动问题进行研究。Shen 等^[2] 通过将弯曲位移函数幅值表示为坐标函数的线性组合得到了耦合板结构的弯曲振动的近似解。Kessissoglou 等^[3] 采用功率流方法建立了单点力作用下 L-型耦合板结构弯曲振动与面内振动的求解模型, 并且讨论了面内振动对于功率流传递特性的影响。在国内, 游进等^[4] 用能量有限元分析法对耦合板结构在受两个不相关宽带白噪声激励力作用下的能量响应和功率流特性进行了研究, 并与统计能量分析法对比验证该方法的正确性。李凯等^[5] 利用振动声强及能量可视化技术研究耦合板结构中振动波传递及分布特性。闫安志等^[6] 利用导纳功率流技术提出了耦合板结构的各子结构板的导纳功率流模型, 并导出了输入到源级的弯曲波功率流表达式和传递到接受板的传递导纳功率流表达式, 对于两板都为简支边界且耦合

基金项目: 国家留学基金(2011668004); 科技部国际科技合作项目(2011DFR90440)

收稿日期: 2013-01-10 修改稿收到日期: 2013-03-11

第一作者 史冬岩 女, 博士, 教授, 博士生导师, 1965年12月生

角度为直角的耦合板结构的共振模态响应可精确确定,杜敬涛^[7]采用改进傅里叶级数方法对 L 型板结构振动特性进行了相关计算分析。综上所述,现在大部分的研究都只局限于经典边界条件或者某些特定耦合角度的耦合板结构,对于任意弹性边界和耦合情况(角度和位置)的 T 型耦合板结构研究还比较少见。

Li^[8]提出了一种改进傅里叶级数方法分析任意边界支撑下梁结构的弯曲振动特性。随后该方法被相继扩展应用到薄板、圆柱壳和组合结构分析中去。

本文将 Li 提出的方法扩展到 T 型耦合板结构自由振动特性分析。将 T 型耦合板结构面内振动和面外振动位移函数表示为一种改进傅里叶级数形式(加速)。然后采用 Rayleigh-Ritz 方法求解基于能量原理的拉格朗日方程,得到关于位移级数展开系数的标准特征值问题。通过各个方向均匀分布的弹簧来模拟边界支撑和耦合连接情况,通过改变相应弹簧刚度值大小而简单地实现各种边界条件及耦合连接。本文计算模型相比文献[7]在表达式上更加简洁,在求解过程中更加高效,并且可以计算任意边界条件和耦合角度下 T 型耦合板结构的振动特性问题。

1 T 型耦合板理论模型

1.1 模型描述

本文建立的 T 型耦合板结构模型及其相应的坐标系如图 1 所示。整个耦合结构由板 1 和板 2 组成,板 1 位于 $x_1 - y_1$ 平面内,而板 2 位于 $x_2 - y_2$ 平面内。板 1 和板 2 具有相同的宽度,其长度和厚度分别为 a_1, a_2, h_1 和 h_2 。两板通过公共边界($x_2 = a_2$ 或 $x_1 = x_c$)连接,其相对位置关系通过耦合角度 α 和坐标 $x_1 = x_c$ 来描述。对于面外振动(弯曲振动)的边界条件采用沿边界均匀分布的横向线性位移支撑和旋转约束弹簧支撑来模拟,而面内振动的边界条件可以用法向位移及切向位移约束弹簧支撑来模拟。因此,采用四类弹簧均匀分布在各边界上来模拟耦合板结构的边界条件。为了后文描述方便, $K_{w11}, k_{w11}, k_{nx11}$ 和 k_{px11} 四类边界约束弹簧刚度分别用来描述边 $x_1 = a_1$ 的面外、面内振动的边界条件。 k_{cw}, k_{cv}, k_{cu} 和 K_c 四类耦合弹簧刚度被用来描述两块板之间的

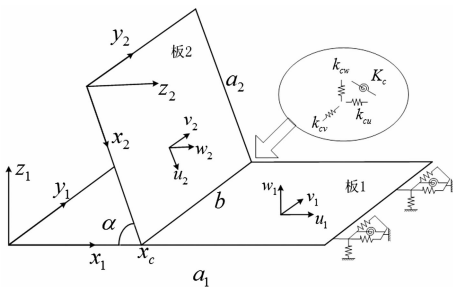


图 1 弹性边界条件下耦合板结构模型

Fig. 1 T-coupled plates with elastic boundary conditions

耦合效应,这四类耦合弹簧的应用,可以模拟耦合板结构不同的耦合效应,能更为准确地描述耦合板结构的振动特性。对于板 2 的耦合公共边($x_2 = a_2$),在该边上仅存在耦合边界弹簧。对于该耦合板结构模型,任意经典边界条件可以通过将相应的边界约束弹簧刚度设定为零或者无穷大而简单得到。同样,四类耦合弹簧及耦合角度的不同取值将实现各种不同的耦合条件。

1.2 T 型耦合板结构位移级数描述

在文献[9]的基础上,本文将 T 型耦合板结构中板结构的面外振动和面内振动位移分别表示为一种改进傅里叶级数(加速):

$$w_i(x, y) = \sum_{m,n=-4}^{\infty} A_{i,mn} \varphi_{a_i m}(x) \varphi_{b_n}(y) \quad (1)$$

$$u_i(x, y) = \sum_{m,n=-2}^{\infty} B_{i,mn} \varphi_{a_i m}(x) \varphi_{b_n}(y) \quad (2)$$

$$v_i(x, y) = \sum_{m,n=-2}^{\infty} C_{i,mn} \varphi_{a_i m}(x) \varphi_{b_n}(y) \quad (3)$$

其中, i 表示板结构的编号,在本文研究中 i 的取值为 1 和 2; $A_{i,mn}, B_{i,mn}$ 和 $C_{i,mn}$ 代表傅里叶级数展开系数,

$$\varphi_{a_i m}(x) = \begin{cases} \cos \lambda_{a_i m} x & m \geq 0 \\ \sin \lambda_{a_i m} x & m < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\lambda_{a_i m} = m\pi/a_i$$

$$\varphi_{b_n}(x) = \begin{cases} \cos \lambda_{b_n} x & n \geq 0 \\ \sin \lambda_{b_n} x & n < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\lambda_{b_n} = n\pi/b$$

对于面外振动位移函数,每个方向的位移函数由傅里叶余弦级数和四项单傅里叶正弦级数之和构成,而对于面内振动位移则由傅里叶余弦级数和两项单傅里叶正弦级数之和构成。这些补充的单傅里叶正弦级数被用来处理边界上和当位移函数及其导数通过傅里叶展开扩展到整个 $x - y$ 平面内可能存在的不连续或跳跃。

1.3 模型求解

本文将傅里叶级数展开未知系数作为广义坐标,采用 Rayleigh-Ritz 方法来进行求解。对于任何一个耦合结构系统其总的势能和动能可以表示为:

$$V = \sum_{i=1}^{N_p} (V_i + V_i^{B.C.}) + \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{j=1}^{N_p} (1 - \delta_{ij}) V_{ij}^C \quad (6)$$

$$T = \sum_{i=1}^{N_p} T_i \quad (7)$$

其中, N_p 是耦合结构系统中板结构的数目; V_i 代表第 i 块板结构由于面内振动和面外振动产生的应变能;则 $V_i^{B.C.}$ 表示存储在第 i 块板结构边界弹簧中的势能; V_{ij}^C 表示第 i 块板与第 j 块板之间的耦合弹簧所存储的势能;而 T_i 是相应第 i 块板结构的动能。

对于本文所研究的 T 型耦合板结构中, N_p 取值为 2。对于单个板结构其势能和动能可以用位移函数表示为:

$$V_i = \frac{D_i}{2} \int_0^{a_i} \int_0^{b_i} \left[\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} + 2\mu_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} + 2(1 - \mu_i) \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx_i dy_i + \tag{8}$$

$$\frac{G_i}{2} \int_0^{a_i} \int_0^{b_i} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \right)^2 - 2(1 - \mu_i) \frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \frac{(1 - \mu_i)}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right)^2 \right] dx_i dy_i$$

$$V_i^{B.C.} = \frac{1}{2} \int_0^{b_i} \left[k_{wi0} w_i^2 + K_{wi0} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} \right)^2 \right]_{x_i=0} dy_i + \frac{1}{2} \int_0^{b_i} \left[k_{wi1} w_i^2 + K_{wi1} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} \right)^2 \right]_{x_i=a_i} dy_i + \tag{9}$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{a_i} \left[k_{ni0} w_i^2 + K_{ni0} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} \right)^2 \right]_{y_i=0} dx_i + \frac{1}{2} \int_0^{a_i} \left[k_{ni1} w_i^2 + K_{ni1} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x_i} \right)^2 \right]_{y_i=b_i} dx_i +$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{b_i} [k_{nxi0} u_i^2 + k_{pxi0} v_i^2]_{x_i=0} dy_i + \frac{1}{2} \int_0^{b_i} [k_{nxi1} u_i^2 + k_{pxi1} v_i^2]_{x_i=a_i} dy_i +$$

$$\frac{1}{2} \int_0^{a_i} [k_{nxi0} v_i^2 + k_{pxi0} u_i^2]_{y_i=0} dx_i + \frac{1}{2} \int_0^{a_i} [k_{nxi1} v_i^2 + k_{pxi1} u_i^2]_{y_i=b_i} dx_i$$

$$T_i = \frac{1}{2} \int_0^{a_i} \int_0^{b_i} \rho_i h_i \left[\left(\frac{\partial w_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} \right)^2 \right] dx_i dy_i \tag{10}$$

其中, $D_i = E_i h_i^3 / [12(1 - \mu_i^2)]$ 是第 i 块板的弯曲刚度; E_i, G_i, μ_i, ρ_i 和 h_i 分别是第 i 块板结构的杨氏模量、延伸刚度、泊松比、质量密度和厚度。

对于耦合角度非零的耦合结构系统而言, 面内与面外振动存在耦合效应, 在对其进行振动分析时需要考虑板之间的耦合。在本文求解方法框架下, 采用四类耦合弹簧来模拟板之间的耦合效应, 存储在耦合弹簧中的弹性势能可以描述为:

$$V_{ij}^C = \frac{1}{2} \int_0^{b_i} [k_{cw} (w_i |_{x_i=x_c} - w_j |_{x_j=a_j} \cos\alpha + u_j |_{x_j=a_j} \sin\alpha)^2 + k_{cu} (u_i |_{s_i=x_c} - u_j |_{s_j=a_j} \cos\alpha - w_j |_{x_j=a_j} \sin\alpha)^2 + k_{cv} (v_i |_{x_i=x_c} - v_j |_{x_j=a_j})^2 + K_c (\partial w_i / \partial x_i |_{x_i=x_c} - \partial w_j / \partial x_j |_{x_j=a_j})^2] dy_i \tag{11}$$

其中, k_{cw}, k_{cu}, k_{cv} 和 K_c 是如图 1 所示的四类用于模拟板之间耦合效应的四类耦合弹簧刚度, α 则为耦合板之间的角度, 表征了板之间的相对位置。

经典的汉密尔顿原理应用到耦合结构系统:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(V - T) dt = 0 \tag{12}$$

将式(6) ~ (11)代入式(12), 然后使汉密尔顿方程对傅里叶展开系数 $A_{i,mn}, B_{i,mn}$ 和 $C_{i,mn}$ 求极值, 可以得到 6 个方程的线性方程组, 然后将其进一步写为矩阵形式为:

$$\{ \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} \} \Phi = \mathbf{0} \tag{13}$$

其中, \mathbf{K} 和 \mathbf{M} 分别为系统的刚度矩阵和质量矩阵。 Φ 是所有傅里叶级数展开的未知系数向量。

$$\Phi = \{ A_{1,mn} \ B_{1,mn} \ C_{1,mn} \ A_{2,mn} \ B_{2,mn} \ C_{2,mn} \}^T \tag{14}$$

由上述的推导可知, T 型耦合板结构系统的模态特性(固有频率及其对应的特征向量)可以通过求解式(13)所示的一个标准特征值问题而简单得到。每个特征向量包含了构成相应结构模态所需要的所有的傅里

叶展开系数, 将得到的特征向量带入式(1), (2)和(3)即可绘制出真实的物理模态形状。

2 数值计算结果与分析

2.1 模型验证

每块板结构的长度为 0.5 m, 宽度为 0.5 m。耦合边界弹簧刚度值的大小取为无穷大 (5×10^{11}), 耦合角度为 0° , 则该模型退化为一简单的板结构。作为对比验证算例, 采用文本方法计算得到的固有频率解与文献解和有限元解进行对比, 如表 1 描述的是固支(CCCC)边界条件下板结构的前 6 阶模态特征参数。而对于无量纲化的频率参数通过 $\Omega = \omega a^2 \sqrt{\rho h / D}$ 求得。图 2 和图 3 分别描述的是本文方法计算得到的固支板结构前 4 阶振型和有限元软件 ABAQUS 计算得到的相应模态振型。

表 1 矩形板前 6 阶模态参数 ($a/b = 2$)

Tab. 1 The first six natural frequencies for rectangular plate ($a/b = 2$)

模态阶次	CCCC			ABAQUS 计算结果/Hz
	本文方法 Hz	无量纲化	文献[9] 无量纲化	
1	199.33	98.309	98.31	199.11
2	258.11	127.30	127.3	257.64
3	363.09	179.07	179.1	362.27
4	513.61	253.31	253.3	512.39
5	518.90	255.92	255.9	518.13
6	576.42	284.29	284.3	574.99

通过表 1 和图 2、3 的对比分析可知, 所得的计算结果吻合良好, 模态振型保持一致。因此, 本文计算方法和计算模型是正确可靠的, 收敛性良好。

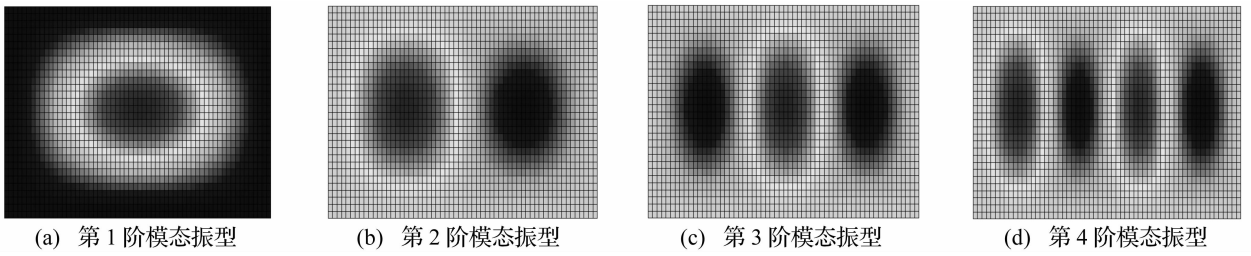


图2 本文方法计算得到的完全固支矩形板前4阶模态振型

Fig. 2 The first four mode shapes for completely clamped rectangular plate based on the proposed method

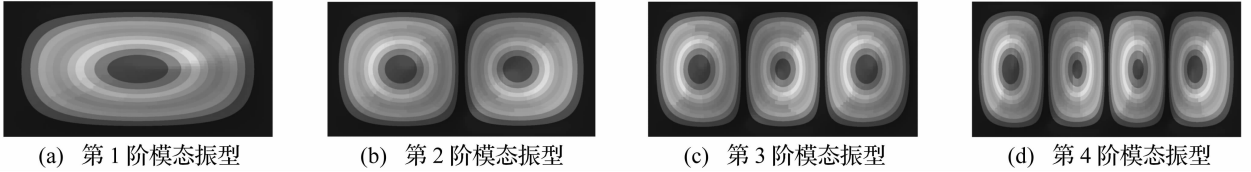


图3 有限元分析软件 ABAQUS 计算得到的完全固支矩形板前4阶模态振型

Fig. 3 The first four mode shapes for completely clamped rectangular plate calculated using ABAQUS

2.2 T型耦合板模态特性研究

在验证本文方法正确性和可靠性的基础上,对不同耦合位置及边界条件下耦合板结构模态特性进行分析。为了简化整个计算过程,假定两板具有相同的厚度与宽度, $h_1 = h_2 = 0.005\text{ m}$ 和 $b = 1\text{ m}$ 。两板的长度分别为 $a_1 = 1.5\text{ m}$ 和 $a_2 = 1.0\text{ m}$ 。两块板的材料参数为:杨氏模量 $E = 71 \times 10^9\text{ N/m}^2$, 质量密度 $\rho = 2\ 700\text{ kg/m}^3$ 和泊松比 $\mu = 0.3$ 。

首先,考虑耦合角度为 90° , 耦合位置 $x_c = a_1/2$ 的 T型耦合板结构。板1的所有边的面外振动和面内振动边界条件均为固支。板2中沿边界 $x_2 = 0, y_2 = 0$ 和 $y_2 = b$ 的面外与面内振动边界条件也同样设定为固支边界条件。表2列出了本文方法与 ABAQUS 计算所得刚性耦合板前6阶固有频率。对于 T型板耦合结构的

模态振型可以通过将相应的傅里叶展开系数向量代入到其位移函数表达式方程(1)~(3)而方便地得到。从表2中的对比数据分析可知,本文方法的预测结果与有限元软件 ABAQUS 计算结果吻合良好。刚性耦合 T型板结构的前6阶模态振型如图4所示。

表2 刚性耦合条件下 T型耦合板结构固有频率 ($x_c = a_1/2$)

Tab. 2 Natural frequencies for rigidly coupled T-coupled plates ($x_c = a_1/2$)

模态阶次	本文方法/Hz	FEA/Hz	偏差/%
1	42.193	42.008	0.44
2	55.877	55.453	0.76
3	63.194	62.988	0.32
4	87.290	86.706	0.67
5	89.562	89.400	0.18
6	101.31	100.94	0.36

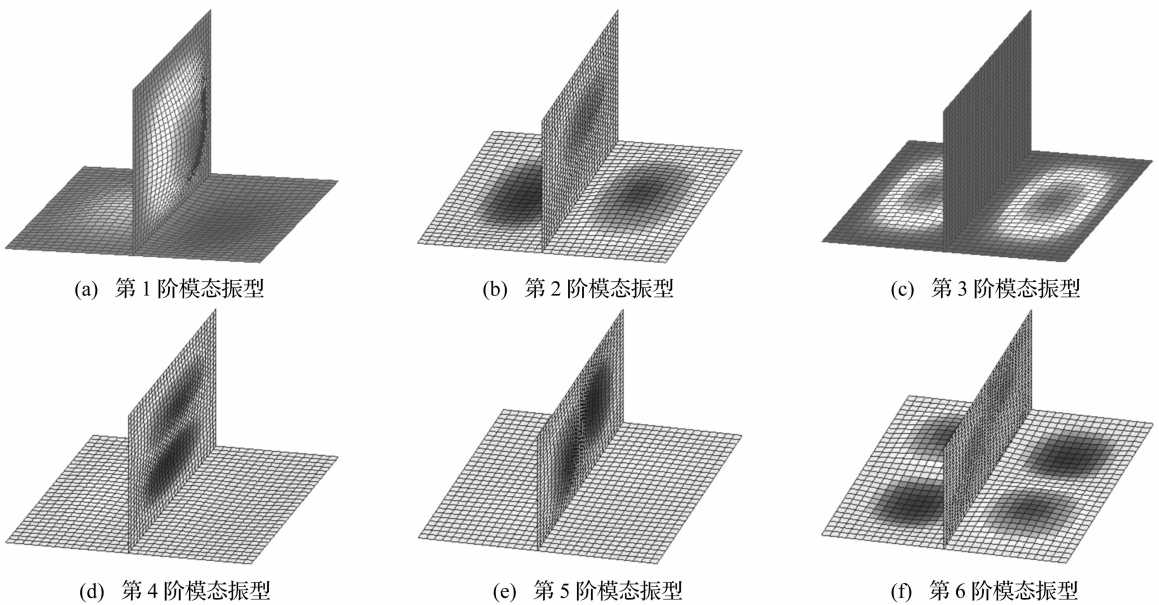


图4 刚性耦合条件下 T型板结构前6阶模态振型 ($x_c = a_1/2$)

Fig. 4 The first six mode shapes for T-coupled structure with rigid coupling conditions ($x_c = a_1/2$)

表3 不同耦合情况下耦合板结构系统固有频率(Hz)

Tab.3 Natural frequencies of T-coupled plate with different coupling condition(Hz)

x_c/m	$\alpha/(\circ)$	模态阶次					
		1	2	3	4	5	6
0	30	18.273	26.499	36.494	54.548	60.938	62.245
		(18.256 ^a)	(26.468)	(36.460)	(54.537)	(60.900)	(62.200)
	60	18.274	26.505	36.507	54.550	60.938	62.254
		(18.256 ^a)	(26.471)	(36.472)	(54.538)	(60.895)	(62.206)
	120	18.274	26.505	36.509	54.550	60.930	62.255
		(18.255 ^a)	(26.470)	(36.473)	(54.537)	(60.883)	(62.203)
0.5	30	25.917	29.475	60.932	61.858	64.059	73.279
		(25.857 ^a)	(29.154)	(60.887)	(61.784)	(63.743)	(72.290)
	60	25.917	29.486	60.937	61.858	64.075	73.364
		(25.857 ^a)	(29.165)	(60.891)	(61.784)	(63.758)	(72.366)
	120	25.915	29.488	60.937	61.855	64.078	73.384
		(25.855 ^a)	(29.168)	(60.891)	(61.781)	(63.762)	(72.385)
0.8	30	26.900	36.457	45.723	62.658	69.282	71.258
		(26.749 ^a)	(36.145)	(45.542)	(62.474)	(68.462)	(70.952)
	60	26.904	36.458	45.755	62.665	69.323	71.261
		(26.752 ^a)	(36.146)	(45.576)	(62.480)	(68.502)	(70.955)
	120	26.905	36.456	45.756	62.665	69.328	71.258
		(26.753 ^a)	(36.144)	(45.576)	(62.481)	(68.507)	(70.953)

“a”为有限元分析软件 ABAQUS 计算结果

在刚性耦合条件下,研究不同耦合情况(耦合位置和耦合角度)下耦合板结构系统的模态特性。对于板1和板2的非耦合公共边的面外与面内振动边界条件分别为简支和固支。不同耦合情况下耦合板结构系统的前6阶固有频率如表3所示。从表3可知,对于在板1上一定位置耦合板2,耦合角度对耦合板结构系统的固有频率影响不大。对于耦合公共边在板1的位置 x_c 对结构系统的固有频率敏感度较大。但耦合边在板1的位置 $x_c=0$ m时,T型板结构演变为L型耦合板结构。由此可知,本文所建立的耦合板结构模型可以通过改变相应参数而简便地实现不同类型耦合板结构的振动分析。

当耦合弹簧刚度发生相应改变,即可模拟弹性耦合板结构系统。现考虑耦合位置 $\alpha=90^\circ$ 和 $x_c=0.75$ m时的耦合板结构系统,耦合弹簧的刚度分别取 $K_c=10^5$ Nm/rad, $k_{cu}=10^4$ N/m, $k_{cv}=10^4$ N/m和 $k_{cw}=10^4$ N/m。板1中所有的面外和面内振动边界条件分别为简支和固支。板2中 $x_2=0,y_2=0$ 和 $y_2=b$ 面外和面内振动边界条件也同样设置为简支和固支。表4列出了该种工况下耦合板结构系统的前6阶固有频率。通过对表4中的数据进行分析可知,本文方法能够较为准确地预测弹性耦合条件下板结构系统的模态特性。

当耦合角度改变为 45° 时,边界条件不变,将耦合弹簧的刚度修改为 $K_c=10^7$ Nm/rad, $k_{cu}=10^4$ N/m和 $k_{cw}=10^4$ N/m。此时耦合板结构系统的前6阶固有频率如表5所示。表5说明两组计算结果吻合良好,验证了本文

方法对于耦合结构系统具有良好的预测精度。

表4 耦合弹簧刚度为 $K_c=10^5$ Nm/rad, $k_{cu}=10^4$ N/m, $k_{cv}=10^4$ N/m和 $k_{cw}=10^4$ N/m下T型耦合板结构固有频率($x_c=a_1/2$)

Tab.4 Natural frequencies for T-coupled plates with the coupling springs: $K_c=10^5$ Nm/rad, $k_{cu}=10^4$ N/m, $k_{cv}=10^4$ N/m and $k_{cw}=10^4$ N/m($x_c=a_1/2$)

模态阶次	本文方法/Hz	FEA/Hz	偏差/%
1	16.305	16.273	0.19
2	18.295	18.269	0.14
3	34.283	34.227	0.16
4	40.813	40.467	0.85
5	51.983	51.939	0.08
6	54.397	54.380	0.03

表5 耦合弹簧刚度为 $K_c=10^7$ Nm/rad, $k_{cu}=10^4$ N/m和 $k_{cw}=10^4$ N/m下耦合角度为 45° T型耦合板结构固有频率($x_c=a_1/2$)

Tab.5 Natural frequencies for T-coupled plates at 45° with the coupling springs: $K_c=10^7$ Nm/rad, $k_{cu}=10^4$ N/m and $k_{cw}=10^4$ N/m($x_c=a_1/2$)

模态阶次	本文方法/Hz	FEA/Hz	偏差/%
1	16.484	16.460	0.14
2	24.400	24.306	0.39
3	35.600	35.469	0.37
4	42.675	42.432	0.57
5	52.553	52.522	0.05
6	56.939	56.896	0.07

Rock Mechanics and Engineering,2011,30(9):1864-1871.

[8] 张颖,李明,王可慧,等. 岩石动态力学性能试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(增2):4153-4158. ZHANG Ying, LI Ming, WANG Ke-hui, et al. Experimental study dynamic mechanical properties of rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2010,29(增2):4153-4158.

[9] 李刚,陈正汉,谢云,等. 高应变率条件下三峡工程花岗岩动力特性的试验研究[J]. 岩土力学,2007,28(9):1833-1840. LI Gang, CHEN Zheng-han, XIE Yun, et al. Test research on dynamic characteristics of Three Gorges granite under high strain rate[J]. Rock and Soil Mechanics,2007,28(9):1833-1840.

[10] 赵阳升,万志军,康建荣. 高温岩体地热导论[M]. 北京:科学出版社,2004.

[11] Mufundirwa A, Fujii Y, Kodama N, et al. Analysis of natural rock slope deformations under temperature variation; A case from a cool temperate region in Japan [J]. Cold Regions Science and Technology, 2011, 65: 488-500.

[12] Chepurov A I, Tomilenko A A, Zhimulev E I, et al. The conservation of an aqueous fluid in inclusions in minerals and

their interstices at high pressures and temperatures during the decomposition of antigorite [J]. Russian Geology and Geophysics, 2012, 53(3): 234-246.

[13] 邵保平,赵阳升. 600℃内高温状态花岗岩遇水冷却后力学特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报,2010,29(5):892-898. XI Bao-ping, ZHAO Yang-sheng. Experimental research on mechanical properties of water-cooled granite under high temperatures within 600℃[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,2010,29(5):892-898.

[14] 秦本东,罗运军,门玉明,等. 高温下石灰岩和砂岩膨胀特性的试验研究[J]. 岩土力学,2011,32(2):417-422. QIN Ben-dong, LUO Yun-jun, MEN Yu-ming, et al. Experimental research on swelling properties of limestone and sandstone at high temperature[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011,32(2):417-422.

[15] 谢卫红,高峰,李顺才,等. 石灰岩热损伤破坏机制研究[J]. 岩土力学,2007,28(5):1021-1025. XIE Wei-hong, GAO Feng, LI Shun-cai, et al. Study on mechanism of thermal damage fracture for limestone [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(5): 1021-1025.



(上接第189页)

最后,考虑在弹性支撑条件下的弹性耦合板结构系统,为了简化过程,本文假定所有边界弹簧和耦合弹簧刚度值均取为 10^5 ,耦合位置 $x_c = 0.75$ m,耦合角度 $\alpha = 90^\circ$ 。表6列出了耦合板结构系统的前6阶固有频率。

表6 所有弹簧刚度值为 10^5 ,耦合角度为 90°
下耦合板结构固有频率($x_c = a_1/2$)

Tab.6 Natural frequencies for T-coupled plates at 90°
with uniform spring stiffness 10^5 ($x_c = a_1/2$)

模态阶次	本文方法/Hz	FEA/Hz	偏差/%
1	21.396	21.368	0.13
2	21.604	21.555	0.22
3	24.010	24.006	0.02
4	25.500	25.487	0.05
5	28.398	28.260	0.49
6	28.493	28.474	0.07

3 结论

本文采用一种改进的傅里叶级数方法,对T型耦合板结构自由振动特性进行求解分析。将T型耦合板结构位移函数不变地表示为一种改进的加速傅里叶级数形式,采用Rayleigh-Ritz方法求解基于能量原理的拉格朗日方程,得到关于未知位移级数傅里叶展开系数的标准特征值问题。采用各个方向均匀分布的弹簧来模拟边界支撑及耦合连接,可以通过改变弹簧刚度值而简单实现各种边界条件及耦合连接的模拟。采用本文方法对T型耦合板结构进行了自由振动特性分析,通过与有限元结果相对比验证本文方法的正确性和适用性。本文方法可以方便地扩展到多板耦合结构系统

动态特性分析。

参考文献

[1] Cremer L, Heckl M, Ungar. E E. Structure-borne Sound[M]. 2nd ed. Berlin; Springer Verlag, 2005.

[2] Shen Y, Gibbs B M. An approximate solution for the bending vibrations of a combination of rectangular thin plates [J]. Journal of Sound and Vibration, 1986, 105(1):73-90.

[3] Kessissoglou N J. Power transmission in L-shaped plates including flexural and in-plane vibration [J]. Journal of the Acoustical Society, 2004, 115: 1157-1169.

[4] 游进,李鸿光,孟光. 耦合板结构随机能量有限元分析[J]. 振动与冲击, 2009, 28(11): 43-46. YOU Jin, LI Hong-guang, MENG Guang. Random energy finite element analysis of coupled plate structures [J]. Journal of vibration and shock, 2009, 28(11): 43-46.

[5] 李凯,黎胜,赵德有. 耦合板结构振动波传递及能量分布可视化研究[J]. 船舶力学, 2011, 15(4): 419-426. LI Kai, LI Sheng, ZHAO De-you. Visualizing vibration wave flow characteristics in plate structures by vibration intensity techniques [J]. Journal of ship mechanics, 2011, 15(4): 419-426.

[6] 闫安志,崔润卿. 耦合板的导纳功率流[J]. 焦作工学院学报(自然科学版). 2001, 20(2): 144-147. YAN An-zhi, CUI Run-qing. Mobility power-flow through plate like coupled structures [J]. Journal of Jiaozuo institute of technology, 2001, 20(2): 144-147.

[7] Du J, Li W L, Liu Z, et al. Free vibration of two elastically coupled rectangular plates with uniform elastic boundary restraints[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011,330(4): 788-804.

[8] Li W L. Free vibrations of beams with general boundary conditions[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000,237(4): 709-725.

[9] Li W L. Vibration analysis of rectangular plates with general elastic boundary supports [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(3):619-635.