

履带行驶系统数学模型及张紧力计算

马星国¹, 潘仕卫¹, 尤小梅¹, 叶明², 龚雪莲²

(1. 沈阳理工大学 机械工程学院, 沈阳 110159; 2. 北京北方车辆集团有限公司, 北京 100072)

摘要: 根据高速履带车辆履带系统的结构, 分析履带系统各部分受力, 建立负重轮及其曲臂、诱导轮及其曲臂的数学模型, 得到履带系统各部位的张紧力以及地面对负重轮法向力的计算公式。建立 Recurdyn 整车动力学模型, 进行多工况下的仿真, 得到履带张紧力、以及负重轮法向力的仿真结果, 将仿真与公式计算结果相对比, 结果表明: 公式计算结果与 Recurdyn 仿真结果具有很好的符合度, 验证了公式的准确性。本研究结果为履带行驶系统张紧力的控制奠定了基础。

关键词: 履带车辆; 张紧力; 动力学模型

中图分类号: TH212; TH213.3 文献标识码: A

Mathematical models for a caterpillar driving system and its tension calculation

MA Xing-guo¹, PAN Shi-wei¹, YOU Xiao-mei¹, YE Ming², GONG Xue-lian²

(1. Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China; 2. Beijing North Vehicle Group Corporation, Beijing 100072, China)

Abstract: According to the structure of a tracked system in tracked vehicles, the forces acting on components of the tracked system were analyzed and mathematical models for components were established. The formulas for track tensions and normal forces between wheels and ground were derived with the mathematical models, and the formulas were verified by comparing the calculated results with the formulas to the simulation results with Recurdyn dynamci model. The formulas provided a theoretical basis for control of tensions of a tracked system.

Key words: tracked vehicle; tension; dynamic model

履带是履带行驶装置的重要部件之一。其功能是保证车辆在无路面上的通过性, 降低车辆的行驶阻力。它支撑负重轮并为其提供一条连续滚动的轨道。它通过与地面的作用, 将地面的牵引力、附着力和地面制动力传给车体, 使车辆能正常运动。履带张紧力对于履带行驶系统的性能有深刻影响。张紧力过大, 履带刚度太大, 起不到缓冲作用, 会增加履带和底盘部件摩擦, 能耗严重, 并有断带危险; 张紧力过小, 使得履带松弛, 容易脱带、耙齿, 造成履带失效, 车辆瘫痪。为提高车辆的综合性能, 需要在各种行驶状况下给履带提供一个最佳的张紧力, 因此张紧力的计算成为研究的重点。

Hub 等^[1] 根据某履带车辆的模型, 提出履带诱导轮附近张紧力的计算方法。Ma 等^[2] 提出一种新的履带车辆负重轮与地面的作用的动力学模型, 并且通过仿真验证其正确性。Park 等^[3] 将低速履带环看成柔性带, 通过建立履带的数学模型分析履带车辆的行驶性能。Al-Milli 等^[4] 着重分析转向过程中履带与地面的

作用机理, 建立其数学模型, 并且对于沙路面车辆通过性进行分析。本文分别对主动轮、负重轮以及诱导轮分别进行受力分析, 最终得出各轮附近张紧力的表达式, 为下一步控制履带张紧力奠定基础。

1 履带系统力学特性

履带车辆的履带系统包括主动轮、诱导轮、负重轮、托带轮和履带板组成, 由 83 块履带板, 5 个负重轮, 3 个托带轮, 主动轮、诱导轮以及张紧装置。图 1 从整体对履带系统进行受力分析, 在分析计算时, 将履带系统分成负重轮和诱导轮为二部分。

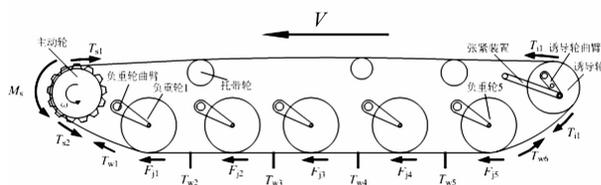


图 1 履带行驶系统受力模型

Fig. 1 Mechanical model for tracked vehicle

由于行驶过程各轮以及各轮曲臂惯性力及惯性力矩的量级远小于各轮周围张紧力, 因此在此忽略不计。

T_{s1} 和 T_{s2} 是主动轮上、下支履带的张紧力, M_s 为主动轮转矩, 其关系为:

$$T_{s1} = T_{s2} + M_s / r_s \quad (1)$$

由于主动轮前置, 忽略主动轮和诱导轮之间的履带板的重力和振动以及托带轮的影响时, 可认为主动轮与诱导轮周围上支履带的张紧力 T_{s1} 与 T_{i1} 近似相等, 主动轮下支履带张紧力 T_{s2} 与 T_{w1} 相等, 诱导轮下支履带张紧力 T_{i1} 与 T_{w6} 近似相等, 即为:

$$T_{s1} \approx T_{i1} \quad (2)$$

$$T_{i2} \approx T_{w6} \quad (3)$$

$$T_{s2} \approx T_{w1} \quad (4)$$

1.1 负重轮装置动力学模型

图 1 所示负重轮装置包括负重轮以及负重轮曲臂。第 1, 2, 5 轮采用扭杆加液压缓冲器的悬挂装置, 3, 4 轮只使用扭杆悬挂装置。负重轮与曲臂计算模型最终推导出地面通过履带给负重轮的力。

1.1.1 负重轮曲臂动力学模型

负重轮曲臂主要受到车体通过旋转副给它的反力和力矩, 以及负重轮通过旋转副给它的反力, 由于忽略曲臂质量过小, 忽略曲臂质量影响。如图 2 所示, 曲臂绕 P 点的运动方程为:

$$M_{wai} + R_{wxi} l_{wai} \sin \theta_{wai} - R_{wyi} l_{wai} \cos \theta_{wai} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (5)$$

式中: M_{wai} 为曲臂绕 P 点转矩, R_{wxi} 和 R_{wyi} 分别为负重轮对曲臂 x 和 y 方向作用力, l_{wai} 为 P 点与负重轮中心的距离。

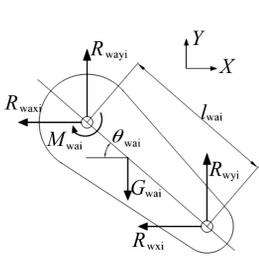


图 2 负重轮曲臂力学模型
Fig. 2 Mechanical model for wheel arm

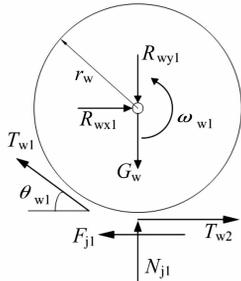


图 3 第 1 负重轮力学模型
Fig. 3 Mechanical model for the wheel 1

1.1.2 负重轮周围张紧力计算

车辆运动过程中, 每个负重轮都会与一个履带板接触。若将负重轮和与其接触的履带板看成一体, 履带板质量过小, 重力忽略不计。单侧负重轮共 5 个, 第 1 与第 5 负重轮处的履带受力与地面成一定角度, 因为需要将其单独分析, 中间 3 个负重轮动力学特性一致, 只需分析一个即可。

(1) 第 1 负重轮动力学模型

如图 3 所示, 负重轮受到曲臂通过旋转副给它的

反力以及自身重力, 与其接触的履带板受地面对其的法向作用力 N_{j1} 、两侧履带板给它的张紧力 T_{w1} 、 T_{w2} 以及牵引力 F_{j1} , 忽略负重轮相对车体加速度, 可以列出动力学平衡方程:

$$m_w \ddot{x}_{w1} = T_{w1} \cos \theta_{w1} + F_{j1} - T_{w2} - R_{wxi} \quad (6)$$

$$m_w \ddot{y}_{w1} = G_w + R_{wy1} - T_{w1} \sin \theta_{w1} - N_{j1} \quad (7)$$

$$I_{w1} \dot{\omega}_{w1} = r_w (T_{w2} - T_{w1} - F_{j1}) \quad (8)$$

式中: R_{wxi} 和 R_{wy1} 为曲臂对负重轮 x 和 y 方向作用力, I_{w1} 是负重轮转动惯量, G_w 为负重轮重力, r_w 为负重轮半径。

将方程(6)、(7)、(8)与方程(5)联立得:

$$N_{j1} = G_w - T_{w1} \sin \theta_{w1} - m_w \ddot{y}_{w1} + \frac{M_{wa} + (T_{w1} \cos \theta_{w1} - m_w \ddot{x}_{w1} - T_{w2} + F_{j1}) \times l_{wa1} \sin \theta_{wa1}}{l_{wa1} \cos \theta_{wa1}}$$

(2) 中间负重轮的动力学模型

中间三个负重轮受力情况如图 4 所示。负重轮受到曲臂通过旋转副给它的反力、负重轮重力, 与其接触的履带板受到其两侧履带板给的张紧力 T_{wi} 、 $T_{w(i+1)}$, 地面对其法向作用力 N_{ji} 以及牵引力 F_{ji} , 动力学方程如下:

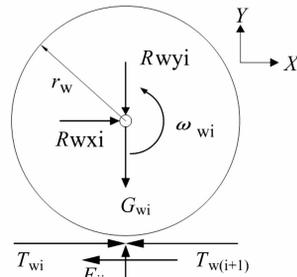


图 4 中间负重轮力学模型
Fig. 4 Mechanical model for the middle wheels

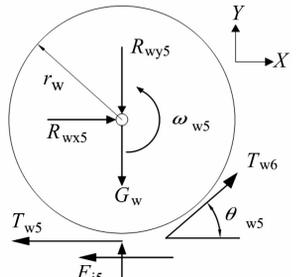


图 5 第 5 负重轮力学模型
Fig. 5 Mechanical model for wheel 5

$$m_w \ddot{x}_{wi} = T_{w1} - T_{w(i+1)} + F_{ji} - R_{wxi} \quad (9)$$

$$m_w \ddot{y}_{wi} = G_w + R_{wyi} - N_{ji} \quad (10)$$

$$I_{wi} \dot{\omega}_{wi} = r_w (T_{w(i+1)} - T_{wi} - F_{ji}) \quad (i = 2 - 4) \quad (11)$$

将方程(9)、(10)、(11)与方程(5)联立, 得:

$$N_{ji} = G_w - m_w \ddot{y}_{wi} + \frac{M_{wa} + (T_{wi} + F_{ji} - m_w \ddot{x}_{wi} - T_{w(i+1)}) \times l_{wai} \sin \theta_{wai}}{l_{wai} \cos \theta_{wai}}$$

(3) 第 5 负重轮的动力学模型

如图 5 所示, 负重轮受到曲臂通过旋转副给它的反力、自身重力, 与其接触的履带板受到两侧履带给的张紧力 T_{w5} 、 T_{w6} , 地面对其法向作用力 N_{j5} 以及牵引力 F_{j5} , 动力学方程如下:

$$m_w \ddot{x}_{w5} = T_{u5} - T_{u6} \cos\theta_{w5} + F_{j5} - R_{wx5} \quad (12)$$

$$m_w \ddot{y}_{w5} = G_{wa} + R_{wy5} + T_{u6} \sin\theta_{w5} - N_{ji} \quad (13)$$

$$I_w \dot{\omega}_{w6} = r_w (T_{u5} - T_{u6} - F_{j5}) \quad (14)$$

将方程(12)~(14)与方程(5)联立,得:

$$N_{j5} = G_w + T_{u6} \sin\theta_{w5} - m_w \ddot{y}_{w5} +$$

$$\frac{M_{wa} + (T_{u5} - m_w \ddot{x}_{w5} - T_{u6} \cos\theta_{wa6} + F_{j5}) \times l_{wa1} \sin\theta_{wa6}}{l_{wa1} \cos\theta_{wa6}}$$

1.2 诱导轮周围张紧力的计算

诱导轮受到张紧装置和诱导轮曲臂支撑,结构如图6,曲臂上端与车体铰接于 P_0 点,诱导轮与曲臂铰接于 P_1 点,张紧装置一端与车体铰接于 P_3 点,另一端与 P_2 点连接。调整张紧力的过程是:张紧装置液压增加时,推动曲臂绕着 P_0 点逆时针旋转,带动诱导轮旋转中心 P_1 绕着 P_0 向右上方移动,即为带动诱导轮后移,履带被拉伸,张紧力增加;反之,液压减小时,曲臂反向旋转,诱导轮前移,张紧力减小。影响诱导轮周围履带张紧力大小的主要因素:张紧装置对曲臂作用力、诱导轮两侧履带角度的变化、曲臂的角度变化以及诱导轮运动等。

1.2.1 诱导轮动力学模型

图6所示由于诱导轮周围履带板质量很小,在此忽略履带板质量影响。诱导轮上支履带受张紧力 T_{i1} ,其与水平方向夹角 θ_1 ;下支履带受张紧力 T_{i2} ,其与竖直方向夹角为 θ_2 ,计算方程如下:

$$m_i \ddot{x}_i = T_{i1} \cos\theta_1 + T_{i2} \cos\theta_2 - R_{ix} - F_{ce} \cos\theta_{ce} \quad (15)$$

$$m_i \ddot{y}_i = G_i - R_{iy} + T_{i1} \sin\theta_1 - F_{ce} \sin\theta_{ce} - T_{i2} \sin\theta_2 \quad (16)$$

$$I_i \dot{\omega}_i = r_i (T_{i2} - T_{i1}) \quad (17)$$

式中: F_{ce} 为诱导轮周围履带旋转的离心合力,与水平夹角 θ_{ce} ,旋转副 P_1 对诱导轮的作用力为 R_{ix} 和 R_{iy} ,诱导轮重力为 G_i , I_i 为诱导轮转动惯量,半径为 r_i 。

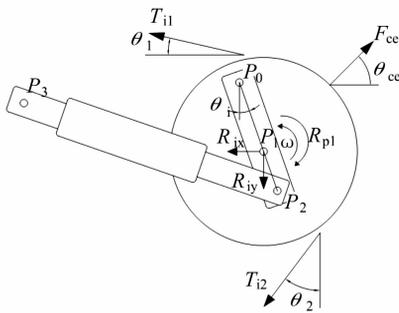


图6 诱导轮受力分析

Fig. 6 Mechanical model for idler

忽略车辆的滑移和滑转,诱导轮的角速度为 ω_i ,单位质量为 ρ , F_{ce} 和 θ_{ce} 的计算公式为:

$$F_{ce} = 2\rho(r_i \omega_i)^2 \cos\theta_{ce} \quad (18)$$

$$\theta_{ce} = \frac{\pi}{4} + \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \quad (19)$$

诱导轮与其附近托带轮以及负重轮的几何关系如图7所示,通过分析,得到 θ_1 和 θ_2 的计算关系式:

$$\theta_1 = \text{atan}\left(\frac{l_{\Delta y1} - (r_i - l_1 \cos\theta_i) + r_r}{l_{\Delta x1} + l_1 \sin\theta_i}\right) \quad (20)$$

式中: r_r 为托带轮半径, $l_{\Delta x1}$ 与 $l_{\Delta y1}$ 为 P_0 与 P_6 的 x 与 y 向距离, l_1 为 P_0 到 P_1 距离。

$$\theta_2 = \text{atan}\left(\frac{l_{\Delta x3}}{l_{\Delta y3}}\right) = \text{atan}\left(\frac{l_{\Delta x2} - l_{wa} \cos\theta_{wa}}{l_{\Delta y2} + l_{wa} \sin\theta_{wa}}\right) \quad (21)$$

式中: $l_{\Delta x3}$ 和 $l_{\Delta y3}$ 为 P_1 与 P_4 点 x 和 y 向距离, $l_{\Delta x2}$ 和 $l_{\Delta y2}$ 为 P_1 与 P_5 点 x 和 y 向距离。

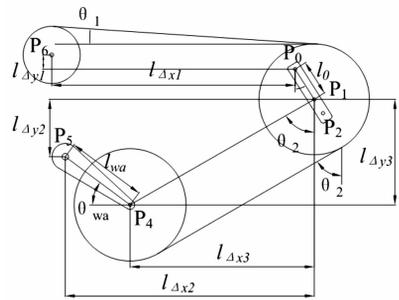


图7 负重轮、拖带轮、诱导轮位置关系

Fig. 7 Relation between wheel, roller and idler

1.2.2 诱导轮曲臂力学模型

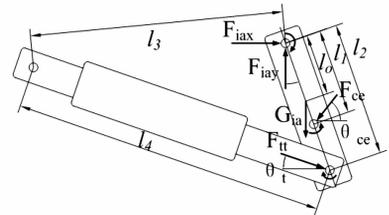


图8 诱导轮曲臂受力分析

Fig. 8 Mechanical model for idler arm

如图8所示,曲臂主要受诱导轮通过旋转副给它的反力,车体通过旋转副给它的反力,张紧装置给它的的作用力 F_u ,曲臂绕 P_0 点的运动方程为:

$$I_{ia} \dot{\omega}_{ia} = F_u \cos\theta_i l_2 - R_{ix} l_1 \cos\theta_i - R_{iy} l_1 \sin\theta_i - G_{ia} l_0 \sin\theta_i \quad (22)$$

$$\theta_i = \text{acos}\left(\frac{l_2^2 + l_4^2 - l_3^2}{2l_2 l_4}\right) \quad (23)$$

式中: I_{ia} 为曲臂转动惯量, l_2 为 P_0 到 P_2 距离, l_1 为 P_0 到 P_1 距离, l_4 为 P_3 到 P_2 距离, l_3 为 P_0 到 P_3 距离。将方程(15)~(17)与(22)联立,得到诱导轮周围张紧力 T_{i1} 和 T_{i2} 计算公式:

$$T_{i1} = \frac{F_u l_2 \cos \theta_i + F_{ce} l_1 \cos(\theta_{ce} - \theta_i) + m_i \ddot{x}_i l_1 \cos \theta_i - (G_i - m_i \ddot{y}_i) l_1 \sin \theta_i - G_{ia} l_0 \sin \theta_i - I_{ia} \ddot{\omega}_{ia} - \frac{I_i \ddot{\omega}_i l_1 (\theta_2 + \theta_i)}{r_i}}{l_1 [\cos(\theta_1 - \theta_i) + \cos(\theta_2 + \theta_i)]}$$

$$T_{i2} = \frac{I_i \ddot{\omega}_i}{r_i} + \frac{F_u l_2 \cos \theta_i + F_{ce} l_1 \cos(\theta_{ce} - \theta_i) + m_i \ddot{x}_i l_1 \cos \theta_i - (G_i - m_i \ddot{y}_i) l_1 \sin \theta_i - G_{ia} l_0 \sin \theta_i - I_{ia} \ddot{\omega}_{ia} - \frac{I_i \ddot{\omega}_i l_1 (\theta_2 + \theta_i)}{r_i}}{l_1 [\cos(\theta_1 - \theta_i) + \cos(\theta_2 + \theta_i)]}$$

式中可以看出,诱导轮处张紧力不管处于任何工况下只与诱导轮的角速度、加速度、曲臂转角、张紧装置压力和长度有关。这些变量可以直接从履带车辆整车的动力学仿真中得到。由方程(2)、(1)、(3)、(4),可以分别求出 T_{s2} 、 T_{s1} 、 T_{w6} 、 T_{w1} 。车辆行驶的牵引力 F_{ji} 可以求出,因此 T_{wi} 都可以求出。履带与地面接触力 N_{ji} 只与负重轮加速度、负重轮曲臂摆角、牵引力和两侧履带张紧力有关,同样这些力也可以从动力学仿真得到。

2 公式计算和软件仿真的结果对比

在多体动力学软件 Recurdyn 中使用 Track(HM) 建立履带车辆的动力学模型,共有 166 块履带板,整车共有 1162 个自由度。通过多体动力学模型,可以使用 Recurdyn 软件可以测得不同工况下诱导轮的角速度、加速度、曲臂转角、张紧装置压力等值,将变量值代入 T_{i1} ,即得到不同工况下 T_{i1} ,同理可以得到 N_{ji} 曲线,可以与 Recurdyn 中仿真结果进行对比验证,来验证计算的准确性。

2.1 平路直行

2.1.1 诱导轮张紧力 T_{i1} 对比

在平坦路面上,选用干沙与坚实两种土壤,车辆在 0~5 s 内在自身重力作用下下落至水平路面,在减震器作用下迅速吸振后处于水平静止状态;在 5~8 s 内车辆开始加速,由 0 km/h 加速到 20 km/h。图 9 和 10 分别是车辆在坚实和干沙行驶时诱导轮处张紧力曲线对比图。可以看出,坚实路面行驶时,在加速阶段,主动轮力矩增大,上支履带张紧,所以诱导轮周围张紧力有个明显上升趋势,然后受到张紧装置调整,张紧力又开始降低,最后加速过程结束后,车辆匀速行驶后,张紧力变化趋于稳定;干沙也同坚实规律基本相同,不过由于受到地面影响,车辆在干沙路面行驶稳定性弱,导致干沙路面张紧力波动幅值大,峰值大。计算曲线可以看出,加速过程中主动轮力矩作用,张紧力先加后减,加速结束后,张紧力变化较小,因为计算分析忽略惯性以及履带板与诱导轮瞬时碰撞的因素,所以没有突出的峰值,计算曲线与仿真曲线规律大致相同。

2.1.2 负重轮与地面法向力

如图 11、12 所示为负重轮与地面法向力的仿真与计算曲线,任意一块履带板沿着履带环转一周,它与 5 个负重轮依次接触一次,图中可以清楚看出 5 个峰值

为一组,并且按着负重轮 1~5 排列,不管坚实路面还是干沙路面,第 1,2,5 轮处接触力的值要大于其他的值,是由于第 1,2 负重轮处于履带前端,行驶中受到地面冲击作用大;第 5 负重轮处于履带环尾部,同样受到冲击较大,并且受到诱导轮下支履带张紧力的作用,所以其与地面接触力较大。由于公式推导中忽略由于地面激励产生的振动冲击作用,所以在第 5 负重轮处接触力同样较大,两者变化规律完全相符,因此公式准确度较高。

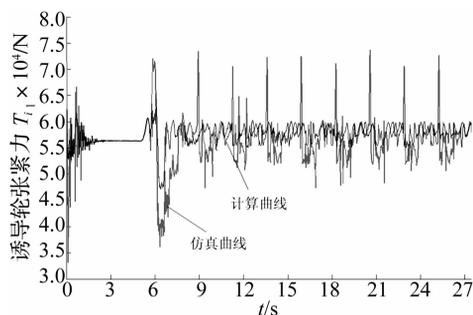


图 9 坚实路面直行 T_{i1} 曲线

Fig. 9 Comparison of force T_{i1} on solid road

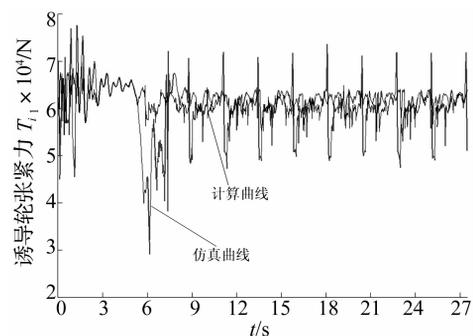


图 10 干沙路面直行 T_{i1} 曲线

Fig. 10 Comparison of force T_{i1} on sand road

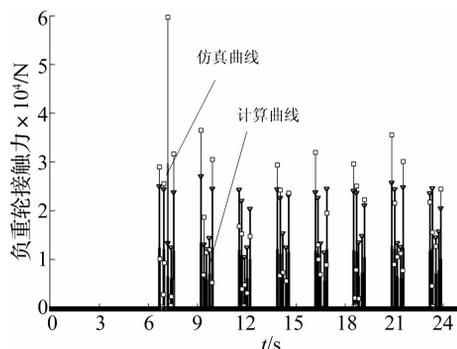


图 11 坚实路面直行 N_{ji} 曲线

Fig. 11 Comparison of force N_{ji} on solid road

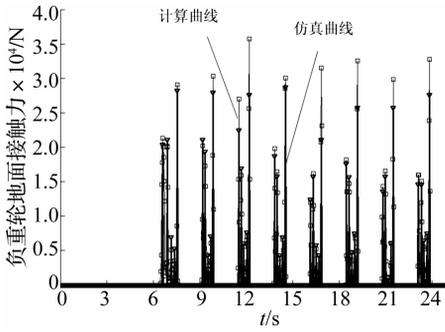


图 12 干沙路面直行 N_{β} 曲线

Fig. 12 Comparison of force N_{β} on sand road

2.2 平路转弯

车辆在平坦路面上,同样是干沙与坚实两种土壤,车辆在 0 ~ 5 s 内在自身重力作用下落至水平路面,在减震器作用下迅速吸振后处于水平静止状态;在 5 ~ 8 s 内从 0 km/h 加速到 20 km/h,左侧履带保持速度不变,右侧履带速度从 20 km/h 减到 -18 km/h,图 13, 14 为坚实路面转向时左右两侧履带张紧力曲线。坚实路面转向时,两侧履带都受到力矩作用,在右侧履带减速之后,左侧主动轮维持之前速度不变,两侧履带所受力矩左侧大于右侧,所以左侧履带张紧力较大,右侧履带张紧力较小。张紧力计算结果仍然与仿真结果大致相同,只是计算结果变化幅度小,由于计算公式忽略惯性影响,以及地面冲击作用,所以其值波动较小,相对平稳。图 15、16 为干沙路面转向时左右两侧履带张紧力曲线。干沙路面因为干沙路面影响,张紧力的值以及变化范围稍大于坚实路面,但是其变化规律与坚实路面一样。

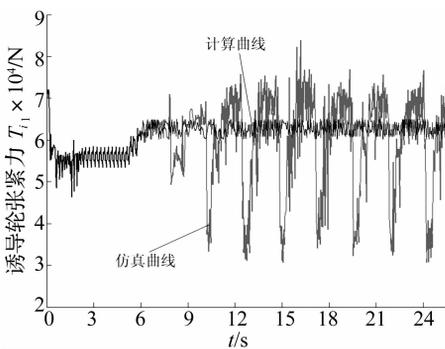


图 13 坚实路面转向左侧 T_{β} 曲线

Fig. 13 Comparison of left track force T_{β} steering on solid surface

3 结论

(1) 根据仿真曲线与计算曲线的对比,可知论文推导建立的公式可以反映履带张紧力变化规律,其结果与仿真结果符合度高。由此可知,论文建立的履带张紧力的数学公式是正确的。

(2) 任意工况下,通过得到的角速度、加速度、曲

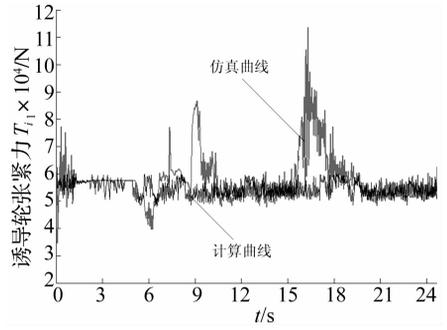


图 14 坚实路面转向右侧 T_{β} 曲线

Fig. 14 Comparison of right track force T_{β} steering on solid surface

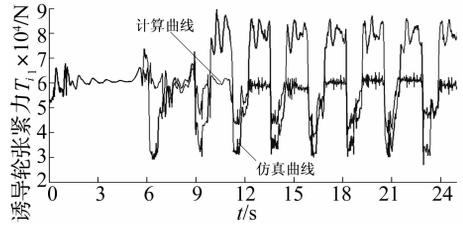


图 15 干沙路面转向左侧 T_{β} 曲线

Fig. 15 Comparison of left track force N_{β} steering on sand surface

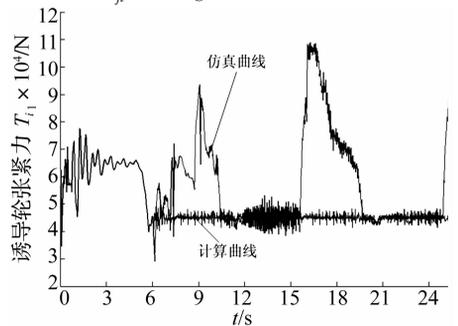


图 16 干沙路面转向右侧 T_{β} 曲线

Fig. 16 Comparison of right force N_{β} steering on sand surface

臂转角、张紧装置压力和长度等数据,代入公式,可以求出诱导轮周围履带板张紧力的值。通过诱导轮周围张紧力可以求出履带主动轮、负重轮处张紧力,也可以求出负重轮与地面的接触力及整个履带的受力等。

参考文献

- [1] Hub K, Cho B H. Development of a track tension monitoring system in tracked vehicles on flat ground[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D: Journal of Automobile Engineering, 2001, 215(5): 567 - 578.
- [2] Ma Z D, Perkins N C. A track wheel terrain interaction model for dynamic simulation of tracked vehicles[J]. Vehicle System Dynamics, 2002, 37(6): 401 - 421.
- [3] Park W Y, Chang Y C, Lee S S. Prediction of the tractive performance of a flexible tracked vehicle [J]. Journal of Terramechanics, 2008, 45: 13 - 23.
- [4] Al-Milli S, Seneviratne L D, Althoefer K. Track-terrain modeling and traversability prediction for tracked vehicles on soft terrain [J]. Journal of Terramechanics, 2010, 47: 151 - 160.