# 异步牵引电机逆解耦中的零动态分析

Zero Dynamics Analysis in Inverse Decoupling of Asynchronous Traction Motor

(兰州交通大学自动化与电气工程学院',甘肃 兰州 730070;兰州交通大学光电技术与智能控制教育部重点实验室2,甘肃 兰州 730070)

**摘 要:**针对逆系统方法解耦过程中会从原动力学系统中分离出零动态子系统的问题,采用坐标变换讨论了当γ<n 时多输入多输出 非线性系统的零动态求取方法。考虑动车组交流异步牵引电机建立在静止坐标系下的5阶非线性模型,对异步牵引电机逆解耦时的 零动态进行了分析。分析结果表明,如果能确保零动态的稳定性,那么就没有必要对原非线性系统进行全部线性化,只需要线性化其 影响外部动态的一部分即可,进而简化异步牵引电机逆解耦过程。

关键词:异步牵引电机 非线性 逆系统 线性化解耦 零动态

中图分类号: TH39 文献标志码: A

Abstract: Considering the problem for inverse system method in linear decoupled, the zero dynamics subsystem will be separated from the original dynamic system. Firstly, a getting method for zero dynamics of the multiple input-multiple output nonlinear system is discussed through coordinate transformation when  $\gamma$ <n. Secondly, the zero dynamics analysis for five order nonlinear model of asynchronous traction motor which based on the still coordinate system is given by using inverse decoupling method. The analysis results show that if the stability of the zero dynamics can be ensured, then the entire linearization of original nonlinear system is not necessary, need only partial linearization which effect on the external dynamic portion. The inverse decoupling process of asynchronous traction motor can be simplified by this conclusion.

Keywords: Asynchronous traction motor Nonlinear Inverse system Linearization and decoupling Zero dynamics

### 0 引言

目前,交流异步牵引电机已经广泛应用于 CRH 系 列的高速动车组。异步牵引电机是一个十分复杂的非 线性控制对象<sup>[1]</sup>。由于变量之间存在交叉耦合,要提 高交流牵引电机的控制性能<sup>[2]</sup>,必须使感应电机的转 速和转子磁链实现动态解耦。逆系统解耦控制方法<sup>[3]</sup> 是一种非线性反馈线性化方法,具有直观、简便和易于 理解的特点。已经有学者将逆系统控制方法引入交流 调速领域,实现了定子磁链和电磁转矩的动态解耦 控制<sup>[4-6]</sup>。

在采用逆系统方法对异步牵引电机进行线性化解 耦的过程中,当系统相对次数γ小于系统阶数 n 时,通 过坐标变换,从原动力学系统中分隔出零动态子系统。 零动态是系统的内部动态行为,其与系统的稳定性存 在密切联系,如果零动态方程不稳定,则线性化后的对 象也是不稳定的,所以对γ<n 的系统采用逆系统方法

国家自然科学基金资助项目(编号:61165006);

进行线性化时,有必要对其零动态进行分析。

文献[7]和[8]在异步电机直接反馈线性化中讨 论了零动态问题;文献[9]分析了非线性系统的一阶 零动态的稳定性;文献[10]研究了直流电动机非线性 控制中的零动态特性。本文阐述了当γ<n时多输入 多输出仿射非线性系统的零动态求取方法,针对在静 止坐标系下建立的异步牵引电机5阶非线性模型,采 用逆系统方法进行线性化零动态分析。

#### 1 多输入多输出非线性系统的零动态

考虑如下非线性系统:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} g_i(\mathbf{x}) u_i \tag{1}$$

董海鹰1,2

fiz 1

坴

$$\begin{cases} y_1 - h_1(\mathbf{x}) \\ y_2 = h_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ y_1 = h_1(\mathbf{x}) \end{cases}$$
(2)

式中:x 为n 维状态向量;f(x) 和g(x) 均为n 维光滑 向量场; $u_i$ 为第i 个控制量; $y_i$ 为第i 个输出量; $h_i(x)$ 为x 的标量函数。

对于每一个输出  $y_i = h_i(x)$ 都有一个对应的相对 次数  $\gamma_i$ ,而系统相对次数  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_m$ 。现假设系 统相对次数  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_m < n$ ,采用的坐标变换 z 的

兰州交通大学青年科学基金资助项目(编号:2011039)。

修改稿收到日期:2013-08-15。

第一作者李欣(1978-),男,现为兰州交通大学交通信息工程及控制 专业在读博士研究生,副教授;主要从事交通信息的集成融合与智能控 制的研究。

表达式如下:

$$z = \begin{bmatrix} z_{1} \\ z_{2} \\ \vdots \\ z_{\gamma_{1}} \\ z_{\gamma_{1}+1} \\ \vdots \\ z_{\gamma_{1}+2} \\ \vdots \\ z_{\gamma} \\ z_{\gamma_{1}+1} \\ \vdots \\ \varphi_{m\gamma_{n}}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{m\gamma_{n}}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{m\gamma_{n}}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{m\gamma_{n}}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{m}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1}(\mathbf{x}) \\ L_{f}^{0}h_{1}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{f}^{\gamma_{1}-1}h_{1}(\mathbf{x}) \\ h_{2}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{f}^{\gamma_{n}-1}h_{m}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{\gamma_{1}+1}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \varphi_{m}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$
(3)

在上述变换作用下,系统(1)和(2)可以变换为:

由于系统相对次数  $\gamma$  小于系统阶数 n,那么在采 用式(3)的坐标变换后,可以得到剩下的( $n-\gamma$ )个映 射关系,用  $\eta$  可表示为:

 $\boldsymbol{\eta} = [z_{\gamma+1}, z_{\gamma+2}, \cdots, z_n]^{\mathrm{T}} = [\eta_1, \eta_2, \cdots, \eta_{n-\gamma}]^{\mathrm{T}} \quad (4)$ 使得向量函数  $\varphi(\boldsymbol{x})$  在  $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}^0$  处的 Jacobian 矩阵 是非奇异的。

一般来说,可以适当选择系统输出函数 $h_i(\mathbf{x})$ ,使其 在平衡点 $x^0$ 处的值为零,即 $h_i(\mathbf{x})=0$ ;而输出 $y_i=h_i(\mathbf{x})$ 实质上是系统的实际输出动态响应相对于平衡点输出 函数的动态偏差。如果采用控制方法强迫使系统输出 量的动态偏差任何时候都为零,这意味着在任何干扰作 用下系统的输出都保持不变,从外部动态角度来看,这 时系统是高度稳定的。所以令系统(1)和(2)输出表达 式为:

$$y_1 = y_2 = \dots = y_m = 0 \tag{5}$$

$$h_1(\boldsymbol{x}) = h_2(\boldsymbol{x}) = \dots = h_m(\boldsymbol{x}) = 0 \tag{6}$$

《自动化仪表》第35卷第3期 2014年3月

进而有:

$$\begin{cases} \varphi_{11}(\boldsymbol{x}) = \varphi_{12}(\boldsymbol{x}) = \cdots = \varphi_{1\gamma_{1}}(\boldsymbol{x}) = 0 \\ \varphi_{21}(\boldsymbol{x}) = \varphi_{22}(\boldsymbol{x}) = \cdots = \varphi_{2\gamma_{2}}(\boldsymbol{x}) = 0 \\ \vdots \\ \varphi_{m1}(\boldsymbol{x}) = \varphi_{m2}(\boldsymbol{x}) = \cdots = \varphi_{m\gamma}(\boldsymbol{x}) = 0 \end{cases}$$
(7)

将式(7)代入式(3),经过变换后,前γ个方程将 消失,只剩下动态方程:

$$\begin{cases} \dot{z}_{\gamma+1} = \dot{\eta}_1 = \dot{\varphi}_{\gamma+1}(x) = L_j \eta_1(x) \\ \dot{z}_{\gamma+2} = \dot{\eta}_2 = \dot{\varphi}_{\gamma+2}(x) = L_j \eta_2(x) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = \dot{\eta}_{n-\gamma} = \dot{\varphi}_n(x) = L_j \eta_{n-\gamma}(x) \end{cases}$$
(8)

式(8)这组微分方程描述的正是系统的内部动态 行为,所以称这组决定系统内部动态行为的方程组为 原系统(1)和(2)的零动态方程组,简称为零动态。

最后需要通过数值分析方法检验系统零动态方程的稳定性,如果零动态方程在x<sup>0</sup>处是稳定的,则整个系统在x<sup>0</sup>的领域内是稳定的。

#### 2 异步牵引电机逆解耦的零动态分析

采用逆系统方法对建立在静止(α-β)坐标系下的 异步牵引电机5阶非线性模型进行线性化,可实现异 步牵引电机的转速和转子磁链的动态解耦。

### 2.1 基于逆系统方法的异步牵引电机线性化解耦

为了实现异步牵引电机转速与转子磁链的高性能 控制,取定子电流矢量、转子磁链矢量与电机转速为状 态变量  $\mathbf{x} = [i_a, i_b, \psi_a, \psi_b, \omega]^{\mathsf{T}} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^{\mathsf{T}}, \mathbf{x}$ 定子电压矢量为控制变量  $\mathbf{u} = [u_a, u_b]^{\mathsf{T}}, \mathbf{x}$ 转速与转子 磁链为输出变量  $\mathbf{y} = [h_1(x), h_2(x)]^{\mathsf{T}} = [\omega, \psi_a^2 + \psi_b^2]^{\mathsf{T}},$ 异步牵引电机在静止两相坐标系( $\alpha$ - $\beta$ )下的5阶非线 性状态空间等效模型为<sup>[16]</sup>:

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{cases} -k_1 x_1 + k_2 k_3 x_3 + k_3 k_4 x_4 x_5 + k_5 u_a \\ -k_1 x_2 - k_3 k_4 x_3 x_5 + k_2 k_3 x_4 + k_5 u_b \\ k_2 k_7 x_1 - k_2 x_3 - k_4 x_4 x_5 \\ k_2 k_7 x_2 + k_4 x_3 x_5 - k_2 x_4 \\ k_6 (x_2 x_3 - x_1 x_4) - k_8 T_L \end{cases}$$
(9)

式中: $k_1 = (L_m^2 R_r / \sigma L_s L_r^2) + (R_s / \sigma L_s), R_s \ R_r$ 分别为定子 和转子电阻; $k_2 = R_r / L_r; k_3 = L_m / \sigma L_s L_r, L_s \ L_r$ 分别为定 子和转子自感, $L_m$  为定子转子间互感; $k_4 = n_p, n_p$  为电 机的极对数; $k_5 = 1 / \sigma L_s; k_6 = n_p Lm / J L_r, J$ 为转动惯量;  $k_7 = Lm; k_8 = 1 / J; T_L$  为负载转矩。

系统输出方程为:  
$$y = h(x) = [\omega, \psi_a^2 + \psi_b^2]^T = [x_5, x_3^2 + x_4^2]^T$$
 (10)

式中: $\omega$ 为电机转子转速; $\psi_a$ 和 $\psi_b$ 为转子磁链。

采用逆系统方法对牵引电机系统进行解耦,需要确定系统的相对阶来判别系统是否可逆,根据式(10) 进行如下计算:

$$L_{f(x,u)}^{0}h_{1}(x) = h_{1}(x) = x_{5}$$

$$L_{f(x,u)}^{1}h_{1}(x) = \frac{\partial h_{1}(x)}{\partial(x)}f(x,u) = k_{6}(x_{2}x_{3}-x_{1}x_{4}) - k_{8}T_{L}$$

$$L_{f(x,u)}^{2}h_{1}(x) = [-k_{6}x_{4} \quad k_{6}x_{3} \quad k_{6}x_{2} \quad -k_{6}x_{1} \quad 0]f(x,u)$$

$$L_{f(x,u)}^{0}h_{2}(x) = h_{2}(x) = h_{2}(x) = x_{3}^{2} + x_{4}^{2}$$

$$L_{f(x,u)}^{1}h_{2}(x) = \frac{\partial h_{2}(x)}{\partial(x)}f(x,u) = [0 \quad 0 \quad 2x_{3} \quad 2x_{4} \quad 0]f(x,u)$$

$$L_{f(x,u)}^{2}h_{2}(x) = \frac{\partial [L_{f(x,u)}^{1}h_{2}(x)]}{\partial(x)}f(x,u) = \int_{(x,u)}^{2}h_{2}(x) + \frac{\partial [L_{f(x,u)}^{1}h_{2}(x)]}{\partial(x)}f(x,u) = \int_{(x,u)}^{2}h_{2$$

根据文献[11]中给出的系统可逆的充要条件 可知:

根据坐标变换  $z = \varphi(x)$ ,将式(17)的状态变量 x进行 z 转换,可得:

$$L_{f}\eta_{1}(x) \mid_{x=\varphi-1(z)} = n_{p}z_{1} + \frac{R_{r}(Jz_{2}+T_{L})}{z_{3}n_{P}}$$
(18)

# 2.3 零动态方程的稳定性检验

为了验证逆解耦后系统的稳定性,需要验证式(18)零动态方程的稳定性,只有确保零动态方程的 稳定性,异步牵引电机逆解耦线性化才是有效的。一 般情况下,应先求取系统的平衡状态,再根据零动态的 定义将变换后零动态方程的前 γ 个变量值取为零后代 由于 det  $A(x,u) = -2k_2 k_5^2 k_6 k_7 (x_4^2 + x_3^2)$ , 当  $x \in \Omega =$ { $x \in R^5$ :  $x_4 \neq 0$ ,  $x_3 \neq 0$ }时, A(x,u)非奇异, rank A(x, u) = 2,故系统的相对次数为  $\gamma =$  {2,2}。 令  $v = [v_a, v_b]^T$ 为  $\gamma$  阶积分逆系统的输入,则解耦后伪线性系统 方程可表示为:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1^{(2)} \\ y_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix}$$
(13)

式中: $v_a = L_{f(x,u)}^2 h_1(x)$ ; $v_b = L_{f(x,u)}^2 h_2(x)$ 。

# 2.2 零动态方程的求取

由于异步牵引电机系统相对次数的代数和满足:

$$\gamma = \sum_{i=1}^{2} \alpha_i = 4 < n = 5$$
 (14)

γ小于系统的阶数,必然会出现( $n-\gamma$ )个零动态 方程,采用坐标变换  $z = \varphi(x) = [z_1, z_2, z_3, z_4, z_5]^T$ , 可得:

$$\begin{cases} z_{1} = y_{1} = h_{1}(x) = x_{5} \\ z_{2} = y_{1}(1) = \frac{\partial h_{1}(x)}{\partial(x)} f(x, u) \\ z_{3} = y_{2} = h_{2}(x) = x_{3}^{-2} + x_{4}^{-2} \\ z_{4} = y_{2}(1) = \frac{\partial h_{2}(x)}{\partial(x)} f(x, u) \\ z_{5} = \eta_{1} = \arctan(x_{4}/x_{3}) \end{cases}$$
(15)

其中第5个状态变量选取为转子磁链矢量的 角。

根据式(8)可求取系统的零动态方程为:  
$$\dot{z}_5 = \dot{\eta}_1 = \dot{\varphi}_5(x) = L_t \eta_1(x)$$
 (16)

对式(16)进行加下计算,

$$\eta_{1}(x) = \frac{\partial \eta_{1}(x)}{\partial x} f(x,u) = \left[ \frac{\partial \eta_{1}(x)}{\partial x_{1}}, \frac{\partial \eta_{1}(x)}{\partial x_{2}}, \frac{\partial \eta_{1}(x)}{\partial x_{3}}, \frac{\partial \eta_{1}(x)}{\partial x_{4}}, \frac{\partial \eta_{1}(x)}{\partial x_{5}} \right] f(x,u) = \frac{-x_{4}}{x_{3}^{2} + x_{4}^{2}}, \frac{x_{3}}{x_{3}^{2} + x_{4}^{2}}, 0 \left] f(x,u) = \frac{-x_{4}}{x_{3}^{2} + x_{4}^{2}} (k_{2}k_{7}x_{1} - k_{2}x_{3} - k_{4}x_{4}x_{5}) + \frac{x_{3}}{x_{3}^{2} + x_{4}^{2}} (k_{2}k_{7}x_{2} + k_{4}x_{3}x_{5} - k_{2}x_{4}) = \left[ k_{4} (x_{3}^{2} + x_{4}^{2}) x_{5} + k_{2}k_{7} (x_{2}x_{3} - x_{1}x_{4}) \right] = k_{4}x_{5} + \frac{k_{2}k_{7} (x_{2}x_{3} - x_{1}x_{4})}{x_{3}^{2} + x_{4}^{2}} = n_{p}x_{5} + \frac{R_{r}Jk_{6} (x_{2}x_{3} - x_{1}x_{4})}{(x_{3}^{2} + x_{4}^{2}) n_{p}}$$
(17)

入式(18),最后求取零动态方程的特征根。根据特征 根是否都具有负实部,判别系统在平衡状态是否渐近 稳定。

本文考虑异步牵引电机控制目标是使电机转子转 速和转子磁链幅值满足期望值,所以取电机转子转速 的给定值  $\omega_{ref}$ 和转子磁链幅值的给定值  $\psi_{ref}$ 作为平衡 点,强制系统达到工作平衡点,则零动态方程变为:

$$\dot{z}_{5} = n_{\rm p}\omega_{\rm ref} + \frac{R_{\rm r}T_{\rm L}}{\psi_{\rm ref}^{2}n_{\rm p}}$$
(19)

从式(19)可以看出,状态变量z,是随时间不断增

长的,在 Lyapunov 稳定意义下是发散的,但其状态的 实际物理意义是转子磁链矢量的幅角,它的不断增长 不影响实际系统的稳定性。在实际控制系统中对于与 储能环节没有直接关系的状态变量,例如角度和位移 随时间的不断增长不会破坏系统的稳定性。由文 献[7]可知,系统的零动态是渐近稳定的,此时如果系 统外部动态也是渐近稳定的,那么整个系统是渐近稳 定的。

# 3 结束语

本文分析了当 γ<n 时异步牵引电机逆解耦中的零 动态。采用逆系统方法对异步牵引电机进行线性化解 耦的过程中,针对因坐标变换从原动力学系统中分离出 的零动态子系统的实际情况,首先阐述了多输入多输出 非线性系统 γ<n 时的零动态求取方法,然后对在静止坐 标系下建立的异步牵引电机 5 阶非线性模型采用逆系 统方法<sup>[11]</sup>进行线性化时的零动态进行了分析。

从实际应用的角度来看,用户主要关心的是系统 的外部动态,要求外部动态不仅稳定而且要有优良的 品质,而内部动态只需要稳定即可。因此,只需要在设 计控制规律时保证零动态的稳定性,而对于原非线性 系统就没有必要将其全部线性化,只需要线性化其影 响外部动态的一部分即可。这种方法将有效简化基于 逆系统方法的异步牵引电机线性化解耦过程。

#### 参考文献

- [1] 张龙,郭世明.动车组电机与电器[M].成都:西南交通大学出版社,2009:76-77.
- [2] 宋雷铭,杨中平.动车组传动与控制[M].北京:中国铁道出版 社,2009:8-11.
- [3] 李擎,杨立永,李正熙,等.异步电动机定子磁链与电磁转矩的逆系 统解耦控制方法[J].中国电机工程学报,2006,26(6):146-150.
- [4] 巫庆辉. 感应电动机定子磁链与转矩的逆解耦及存在性[J]. 控 制理论与应用,2009,26(9):983-987.
- [5] 巫庆辉, 伦淑娴. 基于定转子电阻误差补偿的感应电动机自适 应逆解耦控制研究[J]. 自动化学报, 2010, 36(2): 297-303.
- [6] 巫庆辉,伦淑娴,常晓恒,等. 基于主元分析神经网络补偿的感应电动机逆解耦控制[J]. 电工技术学报,2011,26(1):40-45.
- [7] 张春朋,林飞,宋文超,等. 基于直接反馈线性化的异步电动机 非线性控制[J]. 中国电机工程学报,2003,23(2):99-102.
- [8] 郭春平,王奔,赵岳恒,等.异步电机反馈线性化解耦控制[J]. 大电机技术,2010,(4):31-37.
- [9] 朱晓荣,彭咏龙,李和明,等. 电流型 PWM 整流器的非线性控制[J]. 中国电机工程学报,2007,27(28):96-101.
- [10] 鲁芳, 孙美美, 周磊. 直流电动机的非线性控制研究[J]. 现代电子技术, 2011, 34(24): 202-205.
- [11]张兴华,戴先中.基于逆系统方法的感应电机调速控制系统[J]. 控制与决策,2000,15(6):708-711.

#### (上接第23页)

- [3] 高建波,胡鑫尧,胡东成.基于误差估计的非线性红外光谱波长选择法[J].清华大学学报:自然科学版,2002,42(1):118-120.
- [4] 张根生. 红外线气体分析仪测量原理、误差分析及故障处理[C]// 第三届中国在线分析仪器应用及发展国际论坛暨展览会论文, 2010:172-181.
- [5] Bernard B B. Method and apparatus for linearization of non-dispersive infrared detector response; US,5528039[P]. 1996–06–18.
- [6] Sieber I, Suphan K H. Model-based optimization of an infrared gas

 $\operatorname{sensor}[\ J\,].$  Modelling and Simulation,2003:334–338.

- [7] 黄书华,孙友文,刘文清,等. 基于非分散红外光谱吸收法的 SO<sub>2</sub> 检测系统研究[J]. 红外,2011,32(12):10-13.
- [8] 李红雷,周方洁,谈克雄,等.用于变压器在线监测的傅里叶红 外定量分析[J].电力系统自动化,2005,29(18):62-65.
- [9] 徐科军,马修水,李晓林,等. 传感器与检测技术[M].2 版. 北 京:电子工业出版社,2009:155-156.
- [10] 孙友文,刘文清,汪世美,等. NDIR 多组分气体分析的干扰修正 方法研究[J].光谱学与光谱分析,2011,31(10):2719-2724.

行业信息

# 智能设备助力稀土行业格局调整

3月10~13日,贝加莱参加了2014年巴塞罗那 EWEA 风能展,全面展示了其 openSAFETY 安全技术和 reACTION 技术。

作为一个开源的安全协议,openSAFETY 这一协议使基于不同总线的安全组件之间能够智能且安全地通信。 openSAFETY 开启了一个安全闭环控制、错误响应和系统服务的全新可能,完全兼容 GL2010 和 GL2012 标准。

凭借 reACTION 技术,贝加莱可以将工业自动化领域的循环时间降低至1 μs,这一全新方法允许极端时间苛 刻的子程序被标准硬件管理且均满足 IEC 61131 要求。

今天的风机对安全及系统的稳定性提出了更高要求,尤其在海上风电领域,恶劣的运行条件对于组件而言是 真正的挑战。贝加莱的 openSAFETY 和 reACTION 技术很好地满足了这些需求。

《自动化仪表》第35卷第3期 2014年3月