

基于波函数法的结构振动功率流研究

杨念, 陈炉云, 张裕芳

(上海交通大学海洋工程重点实验室, 上海 200240)

摘要: 根据波函数法(WBM)基于间接 Trefftz 法且不同于有限元等传统方法、在整个分析域内位移场由精确满足动力学方程函数表示、适用范围由低频扩展至中频等特点, 基于该法对结构中频振动功率流问题进行研究。算例中用 WBM 法分析板结构功率流, 并与有限元法比较。用计算结果验证该方法在求解中频振动功率流的有效性优势。

关键词: 中频振动; 功率流; 波函数法; 动力响应 TB535 振动与噪声控制及利用

中图分类号: TB535 **文献标识码:** A

Wave based method for steady-state power flow analysis

YANG Nian, CHEN Lu-yun, ZHANG Yu-fang

(The Ocean Engineering State Key Laboratory, Shanghai JiaoTong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Wave based method (WBM) is a new deterministic method for vibration problems. It's based on the indirect Trefftz method, and the vibration signals are expressed approximately in terms of global wave functions, which are the exact solutions of the governing equation of vibration. Due to its enhanced computational efficiency as compared with the finite element method (FEM), the WBM can settle mid-frequency problems. The power flow in plate structure was analysed by WBM and the results are compared with those of the FEM. The outcome turns out the validity and advantage of the WBM.

Key words: mid-frequency; power flow; WBM; dynamic response

现代工业愈发展,人对舒适度要求愈高,结构振动噪声愈受关注。结构振动按频段可分为低、中、高三频段。低频段,常用确定性方法如有限元法(FEM)^[1-2]分析结构。但随频率增高,有限元法需大幅提高自由度方能获得较准确结果^[3],且仍存在计算发散问题。而高频振动模态密度高,不确定性对响应影响大,常用概率性方法分析:即统计能量法(SEA)^[4]、功率流有限元法(EFEM)^[5]等。处于高、低频之间的中频段,其模态密度既未达统计能量法对模态重叠因子大于1要求,而结构细节对响应尚有一定影响。因此,在该频段用有限元法、统计能量法效果均不理想。目前主要处理方法采用混合有限元法及统计能量分析法(混合FE-SEA法)^[6],该方法核心为直混场互惠定理。虽混合FE-SEA法对中频问题预测取得一定成果,但理论、计算精度尚存一定问题。Desmet^[7]采用基于波理论的新型确定性方法-波函数法(WBM)。该方法基于间接

Trefftz法^[8],具有自由度少、收敛快、精度高等优点,在解决中频振动问题时能克服有限元法等确定性方法存在的不足^[9-11]。

据WBM理论可快速计算出中频段结构动力响应参数。在结构动力响应中,振动传递主要是能量的传递,由能量角度研究振动响应更能反映问题的本质^[12]。通过引入能量流动概念,可得关于结构动力响应功率流分布特性,并可用于结构在中频域的减振降噪评价。功率流作为能同时表征振动水平与振动传递的参数,既包含力、速度幅值大小也包括两者间相位关系,给出的结构振动绝对度量物理量,可清楚描述结构动力响应特性。此外,用波函数法(WBM)求解功率流问题,既能利用方法自身自由度少、收敛快的优势,又能避免求解力、速度等二级参量过程中精度损失问题。因此,WBM法在中频功率流领域潜力巨大。

本文用WBM法对结构功率流进行研究。以求解四周简支平板振动功率流为例,验证该方法的有效性与优势。

1 WBM 基本理论

WBM法为间接 Trefftz 方法,将结构分成少量子

基金项目: 海洋工程国家重点实验室青年创新基金资助(GKZD010059-22)

收稿日期: 2012-12-17 修改稿收到日期: 2013-03-06

第一作者 杨念男, 硕士生, 1989年3月生

域,按 Trefftz 准则,每个子域的振动参量由一组波函数表示,该波函数严格满足振动控制方程,因此整个控制域内的参量足够精确,只在边界上产生误差。边界误差通过加辽金加权残值法计算消除^[9],求出位移场。

1.1 薄板弯曲振动理论

本文主要研究板的弯曲振动问题。该问题的理论主要有 Kirchhoff^[13] 及 Reissner-Mindlin^[14-15] 平板理论。对薄板(弯曲波波长不小于板厚的 6 倍),Kirchhoff 理论计算结果较准确^[16]。而 WBM 法基于该理论。据 Kirchhoff 理论,均匀各向同性平板受法向作用力时,决定其稳态法向位移场方程为:

$$\nabla^4 w(x, y) - k_b^4 w(x, y) = \frac{F_z}{D} \delta(x_F, y_F) \quad (1)$$

式中: $w(x, y)$ 为法向位移场; $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$; F_z 为作用力; (x_F, y_F) 为作用力坐标; $D = \frac{E(1+j\eta)t^3}{12(1-\mu^2)}$ 为板抗弯刚度; $k_b = \sqrt[4]{\frac{\rho t \omega^2}{D}}$ 为板弯曲波数; $t, E, \mu, \eta, \omega, \rho$ 分别为板厚、弹性模量、泊松比、材料损失系数、激振圆频率及材料密度; $j = \sqrt{-1}$ 。

由于 Kirchhoff 理论中的控制方程为四阶微分方程,因此须在板边界添加两边界条件以确定弯曲振动位移场 $w(x, y)$ 。边界条件主要有 3 种:

(1) 力边界条件 Γ_{m_Q} (已知弯矩、剪力,如自由边界):

$$R_{m_n}(\zeta) = L_{m_n}[w(\zeta)] - \bar{m}_n(\zeta) = 0$$

$$R_{Q_n}(\zeta) = L_{Q_n}[w(\zeta)] - \bar{Q}_n(\zeta) = 0$$

(2) 位移边界条件 Γ_{w_θ} (已知线位移、转角,如固支边界):

$$R_w(\zeta) = w(\zeta) - \bar{w}(\zeta) = 0$$

$$R_{\theta_n}(\zeta) = L_{\theta_n}[w(\zeta)] - \bar{\theta}_n(\zeta) = 0$$

(3) 混合边界条件 Γ_{wm} (已知线位移、弯矩,如简支边界):

$$R_w(\zeta) = w(\zeta) - \bar{w}(\zeta) = 0$$

$$R_{m_n}(\zeta) = L_{m_n}[w(\zeta)] - \bar{m}_n(\zeta) = 0$$

式中: ζ 为板边界; $\bar{w}, \bar{\theta}_n, \bar{m}_n, \bar{Q}_n$ 分别为边界已知的位移、转角、弯矩、剪力; $L_{\theta_n} = -\frac{\partial}{\partial r_n}, L_{m_n} = -D \left(\frac{\partial^2}{\partial r_n^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial r_s^2} \right), L_{Q_n} = -D \frac{\partial}{\partial r_n} \left[\frac{\partial^2}{\partial r_n^2} + (2-\mu) \frac{\partial^2}{\partial r_s^2} \right]$ 为微分算子。

1.2 位移参量 w 展开

在 WBM 中弯曲振动稳态位移场 w 展开形式^[11,15]为:

$$w(x, y) \approx \hat{w}(x, y) =$$

$$\sum_{s=1}^{n_s} w_s \psi_s(x, y) + \hat{w}_F(x, y) \quad (2)$$

式中: $\psi_s(x, y)$ 为控制域内波函数; w_s 为未知波函数贡献系数; n_s 为波函数个数; $\hat{w}_F(x, y)$ 为满足控制式(1)的特解,由激励力引起,表达式^[15]为:

$$\hat{w}_F(x, y) = -\frac{jF}{8k_b^2 D} [H_0^{(2)}(k_b r_F) - H_0^{(2)}(-jk_b r_F)] \quad (3)$$

式中: $H_0^{(2)}$ 为零阶第二类汉克函数; r_F 为激励点至响应点距离。

WBM 中的波函数 $\psi_s(x, y)$ 均为满足控制方程(1)的齐次解,其两组形式^[9]为:

第一组:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{s1}(x, y) &= \cos(k_{xs1} x) \exp(-jk_{ys1} y) \\ \psi_{s2}(x, y) &= \cos(k_{ys2} y) \exp(-jk_{xs2} x) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

第二组:

$$\left. \begin{aligned} \psi_{s1}(x, y) &= \cos(k_{xs1} x) \exp(-jk_{ys1} y) \\ \psi_{s2}(x, y) &= \cos(k_{ys2} y) \exp(-jk_{xs2} x) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中:

$$k_{xs1} = \frac{s_1 \pi}{L_x}; k_{ys1} = \begin{cases} \pm \sqrt{k_b^2 - k_{xs1}^2} \\ \pm j \sqrt{k_b^2 + k_{xs1}^2} \end{cases}$$

$$k_{ys2} = \frac{s_2 \pi}{L_y}; k_{xs2} = \begin{cases} \pm \sqrt{k_b^2 - k_{ys2}^2} \\ \pm j \sqrt{k_b^2 + k_{ys2}^2} \end{cases}$$

式中, $s_1 = 0, 1, 2, \dots, n_{s1}; s_2 = 0, 1, 2, \dots, n_{s2}; n_s = 4(n_{s1} + 1) + 4(n_{s2} + 1)$ 为波模型自由度。

现已证明,用第一组波函数求解任意凸域问题时,计算均能收敛。第二组波函数收敛性尚未得到证明,且在求解某些特殊凸域问题时收敛较慢^[7]。本文采用第一组波函数求解。理论上只有在取无限个波函数时,计算结果才为精确解,但实际计算中只能取有限个波函数。因此,须对波函数个数进行截断,截断法则^[10]为:

$$\frac{n_{s1}}{L_x} \approx \frac{n_{s2}}{L_y} \geq T \frac{k_b}{\pi} \quad (6)$$

式中: T 为截断系数; L_x, L_y 分别为包围板轮廓的最小矩形尺寸。

1.3 加辽金加权残值公式

WBM 法在边界上会产生误差,可用加辽金加权残值公式消除^[7]:

$$\int_{\Gamma_{wm} \cup \Gamma_{m_Q}} L_{Q_n}[w'] R_w d\Gamma + \int_{\Gamma_{w_\theta}} L_{m_n}[w'] R_{\theta_n} d\Gamma - \int_{\Gamma_{wm} \cup \Gamma_{m_Q}} L_{\theta_n}[w'] R_{m_n} d\Gamma - \int_{\Gamma_{w_\theta}} [w'] R_{Q_n} d\Gamma = 0 \quad (7)$$

式中: w' 为权函数,用波函数 ψ_s 展开,即 $w' = \sum_{s=1}^{n_s} w'_s \psi_s$,

将 w' 与边界残值 ($R_w, R_{\theta_n}, R_{m_n}, R_{Q_n}$) 代入式 (7), 约去 w'_s , 通过化简得 w_s 矩阵方程:

$$[A] \{w_s\} = \{f\} \quad (8)$$

式中:

$$[A]_{ij} = \int_{\Gamma_{im} \cup \Gamma_{w\theta}} L_{Q_n}[\psi_{s_i}] \psi_{s_j} d\Gamma + \int_{\Gamma_{w\theta}} L_{m_n}[\psi_{s_i}] L_{\theta_n}[\psi_{s_j}] d\Gamma - \int_{\Gamma_{im} \cup \Gamma_{mQ}} L_{\theta_n}[\psi_{s_i}] L_{m_n}[\psi_{s_j}] d\Gamma - \int_{\Gamma_{mQ}} [\psi_{s_i}] L_{Q_n}[\psi_{s_j}] d\Gamma$$

$$\{f\}_i = \int_{\Gamma_{im} \cup \Gamma_{w\theta}} L_{Q_n}[\psi_{s_i}] (\bar{w} - \hat{w}_F) d\Gamma + \int_{\Gamma_{w\theta}} L_{m_n}[\psi_{s_i}] (\bar{\theta}_n - L_{\theta_n}[\hat{w}_F]) d\Gamma - \int_{\Gamma_{im} \cup \Gamma_{mQ}} L_{\theta_n}[\psi_{s_i}] (\bar{m}_n - L_{m_n}[\hat{w}_F]) d\Gamma - \int_{\Gamma_{mQ}} \psi_{s_i} (\bar{Q}_n - L_{Q_n}[\hat{w}_F]) d\Gamma \quad (10)$$

求解式 (7) 可得贡献系数 w_s , 从而求出位移场 w 。

2 WBM 计算功率流

2.1 功率流基本理论

记 $F(\omega)$ 为作用于结构某点的外力瞬时值; $V(\omega)$ 为该点速度响应瞬时值, 则输入该结构功率瞬时值^[17] 为:

$$P = F(\omega) V(\omega) \quad (11)$$

用复数形式表示为:

$$P = \frac{1}{2} \text{Re}(\{ \tilde{F} \tilde{V}^* \}) \quad (12)$$

式中: * 为取共轭复数。

功率流过某板截面时, 可将其视为能量强度, 反映该截面振动程度的强弱。研究实际振动结构时, 往往取一段时间 (周期振动的最小正周期) 内的平均功率, 其较瞬时功率更能反映外部激励注入结构的能量强度。该时均功率即为稳态功率流强度^[18]:

$$I_x = -\frac{1}{2} \text{Re} [Q_x v_z^* - M_x \dot{\theta}_y^* + M_{xy} \dot{\theta}_x^* + F_x v_x^* + F_{xy} v_y^*] \quad (13)$$

$$I_y = -\frac{1}{2} \text{Re} [Q_y v_z^* + M_y \dot{\theta}_x^* - M_{yx} \dot{\theta}_y^* + F_y v_y^* + F_{yx} v_x^*] \quad (14)$$

式中: Q_x, Q_y 分别为以 x, y 轴为法方向平面内单位宽度沿 z 轴剪力; M_x, M_y 为 x, y 方向正应力 σ_x, σ_y 作用于中面上单位宽度合力矩; M_{xy}, M_{yx} 为剪应力 τ_{xy}, τ_{yx} 作用于中面上单位宽度合力矩 (第 1 下标表示力所在平面法方向, 第 2 下标表示力方向); F_x, F_y 为垂直于板截面沿 x, y 方向单位宽度薄膜力; F_{xy}, F_{yx} 为板截面内单位宽度剪力 (命名规则同 M_{xy}, M_{yx}); $v_k, \dot{\theta}_k$ 为沿 k 方向线速度及以 k 为轴的角速度。

基于 Kirchoff 理论, 式 (13)、(14) 可化简为:

$$I_x = -\frac{1}{2} \text{Re} [Q_x v_z^* - M_x \dot{\theta}_y^* + M_{xy} \dot{\theta}_x^*] \quad (15)$$

$$I_y = -\frac{1}{2} \text{Re} [Q_y v_z^* + M_y \dot{\theta}_x^* - M_{yx} \dot{\theta}_y^*] \quad (16)$$

式中: $Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_{xy}$ 可通过对位移函数求偏导获得^[2]。将其代入式 (15)、(16), 可得平板振动功率流。

2.2 功率流计算

由式 (15)、(16) 可知, 计算功率流需已知剪力、弯矩等数值, 将 1.3 节中所得位移场代入计算式可得:

$$M_x = -D \left[\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_F}{\partial x^2} + \mu \left(\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_F}{\partial y^2} \right) \right] \quad (17)$$

$$M_y = -D \left[\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_F}{\partial y^2} + \mu \left(\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{w}_F}{\partial x^2} \right) \right] \quad (18)$$

$$Q_x = -D \left[\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^3 \psi_s}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \hat{w}_F}{\partial x^3} - (2 - \mu) \left(\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^3 \psi_s}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 \hat{w}_F}{\partial x \partial y^2} \right) \right] \quad (19)$$

$$Q_y = -D \left[\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^3 \psi_s}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 \hat{w}_F}{\partial y^3} - (2 - \mu) \left(\sum_{s=1}^{n_s} w_s \frac{\partial^3 \psi_s}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 \hat{w}_F}{\partial x^2 \partial y} \right) \right] \quad (20)$$

将以上数值代入式 (15)、(16) 即得板的振动功率流。由以上推导看出, 功率流仅与贡献系数 w_s 有关, 不存在有限元法中求解力、速度等二级参量时精度损失问题。因此, 运用 WBM 法求解功率流理论上是解析解, 无精度损失。

3 算例

本文以矩形简支平板为例, 用 WBM 法求解其功率流场, 并与有限元法结果对比, 验证 WBM 法的有效性、优势。矩形板见图 1, 板长 $L_x = 1.0$ m, 宽 $L_y = 0.5$ m, 弹性模量 $E = 210$ GN, 泊松比 $\mu = 0.3$, 密度 $\rho = 7800$ kg/m³, 板厚 $t = 0.001$ m。为简化, 算例中取耗损系数 $\eta = 0$ 。将单位法向力作用于点 $r_F(x_F, y_F) = (0.2$ m, 0.1 m) 处。

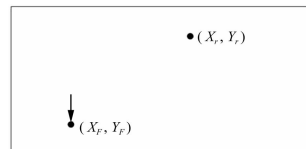


图 1 简支矩形板

Fig. 1 Simply supported rectangular plate

3.1 WBM 功率流计算

受简谐集中力作用的简支矩形平板,其法向位移场有解析解。本文以通过该解析解求出的功率流场为计算参考值。在集中力 F 作用下矩形板位移场解析解^[19]为:

$$w(x, y) = \frac{4F}{L_x L_y} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x_q}{L_x} \sin \frac{n\pi y_q}{L_y}}{D \left\{ \left[\left(\frac{m\pi}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y} \right)^2 \right]^2 - k_b^4 \right\}} \times \sin \frac{m\pi x}{L_x} \sin \frac{n\pi y}{L_y} \quad (21)$$

激振力频率为 60 Hz, WBM 计算软件用 Matlab R2011b, 波函数个数为 180, 即自由度 $DOF = 180$ 。图 2(a) 为用 WBM 计算所得位移场等高线图, 该位移场与解析解间相对误差见图 2(b), 相对误差 $\varepsilon_1 = |(w - w_0)/w_0|$ 中 w_0 为理论值。可以看出, 除边界附近与位移值近于 0 区域外, 板上大部分响应点位移与理论值接近, 相对误差不超 1%。

对所求位移场进行相关后处理, 得板在该激振频率下功率流场等高线图见图 3(a), 与解析解相对误差

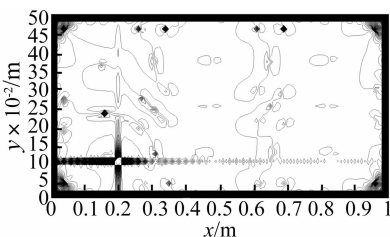
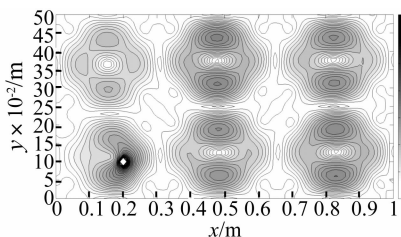


图3 功率流等高线及相对误差图

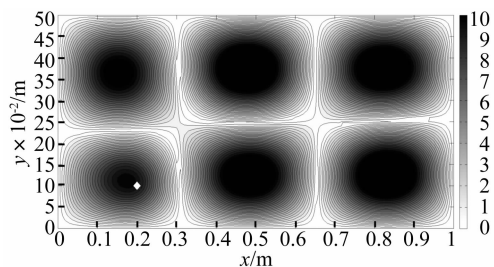
Fig. 3 The power flow field contour and flow relative error

3.2 与有限元法(FEM)对比

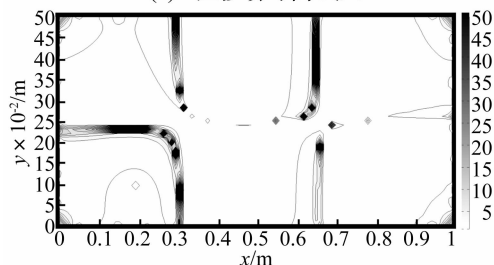
选 100 ~ 500 Hz 为分析频段, 分别用 WBM 法及有限元法求解响应点 $r_r(x_r, y_r) = (0.6 \text{ m}, 0.4 \text{ m})$ 处功率流。WBM 法计算软件用 Matlab R2011b, $DOF = 180$; 有限元软件选 Nastran2010, 自由度数 $DOF = 24\ 855$ 。将两种方法所得结果分别与理论值比较, 计算得功率流谱见图 4。由图 4 看出, 低频时, WBM 法及有限元法所得结果与理论值较吻合。随频率增高, 有限元法与理论值误差增大; 用 WBM 法所求功率流与理论值较吻合, 计算精确性仍可得保证, 求解频段可由低频一直扩展至中频, 表明 WBM 法对解决中频功率流问题具有优势。

4 结论

本文通过对板结构振动的研究, 使 WBM 法获得有效性验证; 通过与有限元法比较, 体现出 WBM 法在求解中频振动功率流时自由度少、收敛快、精度高等优



(a) 位移场等高线图



(b) 位移相对误差图

图2 位移场等高线及相对误差图

Fig. 2 The displacement field contour and relative error

见图 3(b), 相对误差 $\varepsilon = |(P - P_0)/P_0|$ 中 P_0 为理论值。可以看出, 除边界附近及位移值近于 0 区域外, 板上大部分响应点功率流与理论值接近, 相对误差不超过 5%。

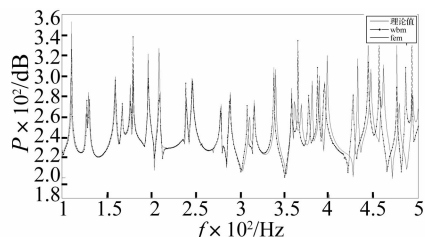


图4 功率流强度谱图

Fig. 4 The power flow spectrum

势。后续会采用更复杂模型进行分析与控制研究, 力求将该方法用于实际结构振动分析中。

参考文献

- [1] Gavric L, Pavic G. A finite element method for computation of structural intensity by the normal mode approach [J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 164(1): 29-43.
- [2] Hambric S. Power flow and mechanical intensity calculations in structural finite element analysis [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1990, 112(4): 542-549.
- [3] Cabos C, Jokat J. Computation of structure-borne noise propagation in ship structures using noise-FEM [C]//Proceeding of the Seventh International Symposium on Practical Design of Ships and Mobile Units, Netherlands, New York: Hague Elsevier, 1998: 927-934.
- [4] Lyon R, DeJong R. Theory and application of statistical energy analysis (2nd ed) [M]. Butterworth; Heinemann, 1995.
- [5] Woblevler J C. Vibrational power flow analysis of rods and beams [D]. Lafayette, Indiana: Mechanical Engineering Department, Purdue University, 1988.
- [6] 陈书明, 王登峰, 宋学伟, 等. 基于 FE-SEA 混合方法的声

- 腔内部噪声预测[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 236-238.
- CHEN Shu-ming, WANG Deng-feng, SONG Xue-wei, et al. Interior noise prediction of a sound cavity based on hybrid FE-SEA method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(10): 236-238.
- [7] Desmet W. A wave based prediction technique for couple-dvibro-acoustic analysis[D]. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven, Departement Werktuigkunde, 1998.
- [8] Trefftz E. Eingegenstück zum ritzschen verfahren[C]//Proceedings of the Second International Congress on Applied Mechanics, Zurich, Switzerland, 1926: 131-137.
- [9] Vanmaele C. Development of a wave based prediction technique for the efficient analysis of low and mid-frequency structural vibrations [D]. Leuven: Katholieke Universiteit Leuven, Departement Werktuigkunde, 2007.
- [10] Vanmaele C, Vandepitte D, Desmet W. An efficient wave based prediction technique for plate bending vibrations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, 196(33-34): 3178-3189.
- [11] 何雪松, 黄其柏, 胡 溧. WBM 法在薄板弯曲振动分析中的应用[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2008, 36(7): 97-99.
- HE Xue-song, HUANG Qi-bai, HU Li. Application of wave based method to plate bending vibration analysis [J]. Huangzhong Univ. of Sci. & Tech. (Natural Science Edition), 2008, 36(7): 97-99.
- [12] 严济宽, 柴 敏, 陈小琳. 振动隔离效果的评定[J]. 噪声与振动控制, 1997, 6: 22-30.
- YAN Ji-kuan, CHAI Min, CHEN Xiao-lin. The evaluateion of vibration isolation performance [J]. Noise and Vibration Control, 1997, 6: 22-30.
- [13] Leissa A. Vibration of plates [M]. Woodbury: Acoustical Society of America, 1993.
- [14] Mindlin R. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates [J]. Journal of Applied Mechanics ASME, 1951, 18: 31-38.
- [15] Reissner E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates [J]. Journal of Applied Mechanics ASME, 1969, 3(3): 534-547.
- [16] Cremer L, Heckl M, Ungar E. Structure-borne sound: structural vibrations and sound radiation at audio frequencies [M]. Verlag: Springer, 1973.
- [17] 杨德庆, 罗 放, 陈 静. 有限元功率流落差计算方法研究[J]. 噪声与振动控制, 2009, 6: 127-131.
- YANG De-qing, LUO Fang, CHEN Jing. Power flow level difference finite element analysis [J]. Noise and Vibration Control, 2009, 6: 127-131.
- [18] Junger M, Feit D. Sound, structures, and their interactions [M]. Woodbury: Acoustical Society of America, 1993.
- [19] 曹国雄. 弹性矩形薄板振动[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983.
-
- (上接第 172 页)
- [15] Rui X T, Rong B, He B, et al. Discrete time transfer matrix method of multi-rigid-flexible-body system [M]. New York: Proceedings of the International Conference on Mechanical Engineering and Mechanics, Science Press USA Inc., 2007: 2244-2250.
- [16] 刘 红. 船舶原理 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2009.
- [17] 王学林, 尤心一, 胡于进. 规则波作用下起重船吊重动力学仿真[J]. 中国机械工程, 2010, 21(9): 1077-1082.
- WANG Xue-lin, YOU Xin-yi, HU Yu-jin. Cargo pendulation analysis of moored crane ship under regular waves [J]. Chinese Mechanical Engineering, 2010, 21(9): 1077-1082.
- [18] 贾欣乐, 杨益生. 船舶运动数学模型 [M]. 大连: 大连海事大学出版社, 1999.