

## 非线性卡尔曼滤波方法的实验比较

谷丰<sup>1</sup>, 周楹君<sup>1,2</sup>, 何玉庆<sup>1</sup>, 韩建达<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所 机器人学国家重点实验室, 沈阳 110016; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 实际系统中存在的非线性因素和不确定性是实时状态测量以及不确定性估计算法需要解决的重要问题. 以机器人系统中典型的动态目标观测问题为背景, 采用多飞行机器人实验平台, 分别针对EKF、UKF以及基于MIT规则的AUKF方法进行实验研究, 并比较了上述方法的计算速度及估计精度等性能. 最后, 根据实验结果并结合其原理分析了每种方法的特性.

**关键词:** 非线性卡尔曼滤波; 性能比较; 动态目标跟踪; 飞行机器人

**中图分类号:** TP242

**文献标志码:** A

## Experimental investigation and comparison of nonlinear Kalman filters

GU Feng<sup>1</sup>, ZHOU Ying-jun<sup>1,2</sup>, HE Yu-qing<sup>1</sup>, HAN Jian-da<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Automation Institute of CAS, Shenyang 110016, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China. Correspondent: HE Yu-qing, E-mail: heyuqing@sia.cn)

**Abstract:** Nonlinearity and uncertainty are the two most common features of real mechatronics systems. Therefore, the performance of extended Kalman filter(EKF), unscented-KF(UKF), and adaptive unscented-KF(AUKF) are compared by the extensive experiments on a multi-flying-robot test-bed, and with the same scenario of moving target tracking. The experimental results are analyzed with quantitation to show the effectiveness of the three KFs while facing nonlinearity and uncertainties.

**Key words:** nonlinear KF; performance comparison; moving target tracking; flying robots

### 0 引言

以线性卡尔曼滤波(KF)原理为基础, 各种经过非线性扩展策略而得到的非线性KF算法已经在估计、信息融合、数据处理等领域得到了广泛的应用. 由于能够处理实际系统中广泛存在的非线性因素, 非线性KF在很多应用中都大大改进了线性KF的性能.

目前存在的非线性KF方法包括扩展卡尔曼滤波(EKF)、无色卡尔曼滤波(UKF)和自适应卡尔曼滤波(AUKF)等, 其中EKF被最早提出, 应用也最为广泛. EKF以非线性函数的Taylor展开为基础, 取一阶线性截断并直接忽略系统的高阶项, 从而在每一个时间步将非线性滤波问题转化成线性问题<sup>[1]</sup>. 基于EKF方法, 陈世明等<sup>[2]</sup>针对3维空间中移动机器人同时定位与地图构建(SLAM)问题, 通过在线自适应估计协方差矩阵, 提出了一种基于改进强跟踪滤波(STF)的快速自适应SLAM算法. 魏喜庆等<sup>[3]</sup>则提出通过将高斯过程回归引入到容积卡尔曼滤波之中, 对训练数据

学习建立系统非线性模型, 从而有效地避免了模型不准确造成的滤波性能下降. EKF虽然具有原理简单、计算方便等优点, 但在强非线性、大初始化偏差的情况下, 线性化所引入的截断误差, 往往会导致有偏估计甚至发散. UKF作为一种替代方法, 弥补了EKF的不足, 根据系统先验噪声分布特性, 给出一组采样点, 以逼近真实系统<sup>[4]</sup>. 分析表明, UKF与EKF有相同的计算复杂度, 而UKF的计算精度与二阶EKF相当. 然而, UKF方法在本质上还是一种KF方法, 其良好的估计性能是以精确已知系统先验噪声分布为前提的<sup>[4]</sup>. 但在实际应用过程中, 由于系统本身元器件的不稳定以及外部环境的不确定性等因素, 很难准确地建立过程噪声和测量噪声的统计模型; 而当UKF算法中的先验噪声统计特性与实际系统中的噪声统计特性不相符时, 其滤波性能将会严重下降, 甚至出现发散. 因此, 如何设计滤波方法, 使其不依赖于先验噪声分布, 是KF类方法需要解决的重要问题之一. 针对这个问题, 学者们提出了很多自适应滤波方法: Garcia<sup>[5]</sup>应

收稿日期: 2013-05-22; 修回日期: 2013-11-23.

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(61203340).

作者简介: 谷丰(1982-), 男, 助理研究员, 从事多机器人协作、集员估计方法的研究; 韩建达(1968-), 男, 研究员, 博士生导师, 从事机器人学等研究.

用极大似然原理设计了自适应滤波器,能够估计误差协方差; Lee 等<sup>[6]</sup>引入了窗口长度因子,改进了其方差匹配方法; Loebis 等<sup>[7]</sup>提出了自适应 EKF 算法,通过模糊逻辑改变测量噪声协方差; 宋琦等<sup>[8]</sup>提出了基于 MIT 规则的自适应 UKF (AUKF) 方法,通过实时更新噪声方差的方法自适应地补偿普通 UKF 先验信息不准确的缺陷; 吴萌等<sup>[9]</sup>则针对地磁导航中的环境磁场异常扰动的问题,将自适应估计原理引入到 UKF 算法中,提高了 UKF 算法的收敛性和地磁导航系统的稳定性。

综上,非线性 KF 方法发展至今已使得以非线性滤波为基本原理的应用成为可能,但对于不同非线性 KF 方法针对相同对象的横向性能比较的相关报道还很少看到。为此,本文针对 EKF、UKF 及基于 MIT 规则的 AUKF 这 3 种典型的滤波算法,进行实验研究以比较 3 种方法在实际系统中的效果及参数设计准则。

机器人对动态目标的观测与跟踪是估计方法的典型应用,是机器人监测、导航、环境感知等应用中的关键问题,其中的系统/测量模型非线性,运动目标运动不确定性以及不可预知时变噪声和扰动等特性在很多其他应用中也广泛存在,具有一定的代表性。因此,本文以飞行机器人对动态目标观测这一机器人领域典型的非线性估计问题为背景,通过详细的实验分析,对比 3 种非线性滤波算法并实现其性能评估。

## 1 问题描述

机器人动态目标观测问题是指机器人在运动过程中,利用传感器对动态目标进行持续感知并估计目标运动状态。以飞行机器人观测动态目标为例(如图 1 所示),通常,飞行机器人基于视觉的观测结构由 3 部分组成:测量与信息处理,目标识别,目标状态估计。



图 1 机器人动态目标观测示意图

在测量与信息处理阶段,飞行机器人利用传感器(主要为 CCD 摄像头、红外、雷达、激光、毫米波以及微波等)获取目标的测量信息,并对这些信息进行适当的预处理,目的是滤除无效信息,增强有用信息,突出目标特性并减少运算量。之后进入目标识别阶段,在这个阶段的主要目的是把待识别目标的信息从原始信息中分离出来,并提取目标特征。基于不同的传感器信息,有多种分割和提取方法,如对于图像信息,

现有的分割方法主要有基于阈值、区域、边缘以及特定理论的分割方法等,而目前比较成熟的特征提取方法则主要有相关法、不变矩法以及投影法等。最后,对观测目标进行状态估计,这也是本文的研究重点。动态目标观测本质上是一种状态估计问题,且由于飞行机器人本身的运动可以确定,通常可以转化为基于模型的状态估计问题,其状态转移模型和测量模型可以描述为

$$x_k = f(x_{k-1}, w_{k-1}), \quad (1)$$

$$y_k = h(x_k, n_k). \quad (2)$$

其中:式(1)描述了系统过程的运动学/动力学模型,既可以是单纯的待观测对象的运动模型,也可以是飞行机器人与对象之间的相对运动模型,  $x_k \in R^n$  为  $k$  时刻目标状态向量,  $w_k$  为系统模型中的建模误差(在滤波问题中也被称为过程噪声);式(2)描述了飞行机器人根据自身携带传感器所获得的测量信息,  $y_k \in R^p$  为  $k$  时刻测量向量,  $n_k$  为测量信号中的测量误差(在滤波问题中也称作测量噪声)。因此,飞行机器人动态目标观测问题是通过预处理、特征提取等过程,利用获得的测量信号  $y_k$  实时准确地估计出动态目标的状态  $x_k$ 。

## 2 非线性 Kalman 滤波算法介绍

KF 最早是由 Kalman 于 1960 年提出的一种时域滤波方法<sup>[10]</sup>。对于具有高斯分布噪声的线性系统而言,利用 KF 可以得到系统状态的最小均方差估计,是一种典型的最优估计。在结构上 KF 采用了一种“预测-校正”的闭环迭代形式。

预测(又称时间更新)以上一时刻的状态分布为先验知识,根据状态转移方程得到对当前时刻状态的估计,这种开环形式必然引起积累误差的增大。而校正(又称测量更新)则根据测量值和测量模型构造 Kalman 增益,对前一步估计的当前状态值进行校正,从而构成了一个闭环系统,避免了累计误差问题。理论上的最优性和工程实践中的易实现性使 KF 算法近年来得到了学者和工程师们的青睐。

### 2.1 EKF 滤波原理

EKF 是线性 KF 用于非线性系统估计的最早的、最典型的代表<sup>[10]</sup>。对于一般非线性系统, EKF 的基本思想是围绕状态估计值对非线性模型进行一阶泰勒展开并进行一阶截断,然后再应用线性 KF 公式<sup>[11]</sup>完成估计。

EKF 是目前应用最为广泛的非线性 KF 算法,但 EKF 具有如下明显的缺陷:

1) EKF 是非线性函数在局部线性化的结果,忽略了非线性函数泰勒展开的高阶项,仅仅保留了一阶项,给估计带来了很大误差,所以只有当系统的状态方程和测量方程都接近线性且连续时, EKF 的滤波结果才

有可能接近真实值.

2) EKF 滤波结果的优劣与状态和测量噪声的统计特性有关. 在 EKF 递推过程中, 状态和测量噪声的协方差矩阵保持不变, 如果这两个矩阵估计的不够准确, 就容易产生误差累计, 导致滤波器发散.

### 2.2 UKF 滤波原理

与 EKF 对系统进行线性化近似的方法不同, UKF 采用对后验概率密度进行近似的方法来得到次优的滤波性能<sup>[8]</sup>. U 变换是 UKF 实现的基础, 也是 UKF 区别于其他非线性估计方法的本质特点. U 变换的基本原理是用采样点的分布来近似随机变量的概率分布, 由被估计量的“先验”均值和方差产生一批离散的与被估计量具有相同概率统计特性的采样点 (即 Sigma 点), 再根据经过非线性方程传播后的 Sigma 点生成“后验”均值和方差, 实现先验和后验方差矩阵迭代.

UKF 算法采用了与 EKF 算法完全不同的策略来实现先验和后验方差矩阵的迭代更新, 比 EKF 算法有更好的理论估计精度. 但 UKF 滤波性能依然与状态噪声和测量噪声的统计特性有关, 如果这两个噪声协方差矩阵估计的不够准确, 同样容易产生误差累计, 导致滤波器发散.

### 2.3 AUKF 滤波原理

根据前面两节的介绍, 不难发现 KF 类滤波方法的一个基本原理是假设过程噪声和测量噪声均为已知统计特性的随机噪声 (某些情况中还要求是白噪声), 而由于实际系统的复杂性和时变性, 这样的条件是很难得到满足的. 对此, 本文在前期的研究中提出了一种基于 MIT 规则的自适应 UKF 算法<sup>[11]</sup>.

所谓基于 MIT 规则的自适应 KF 是指以新息方差的实际值与估计值的差作为自适应的指标函数, 使用 MIT 规则作为自适应机制, 将指标函数相对于参数的负梯度方向作为参数更新的方向, 在线地对 UKF 中的噪声方差参数进行调节, 然后在每一步迭代过程中, 以更新到的噪声方差参数实现新的 UKF 算法, 以改善 UKF 算法对噪声方差统计特性未知和时变等条件下的估计效果. 算法流程如图 2 所示. 通过这种自适应机制, AUKF 对系统噪声统计特性的变化更加敏感, 在线的估计噪声方差使 UKF 在噪声变化时仍能保持良好的估计结果.

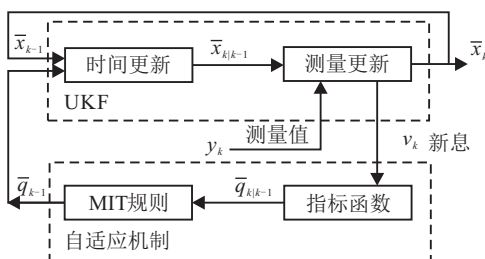


图 2 基于 MIT 规则的 AUKF 流程

## 3 实验平台及动态目标观测模型

### 3.1 实验平台介绍

本文的实验利用中科院沈阳自动化研究所自主研发的多飞行器实验平台来完成. 该平台的主体结构由垂直轴和 3 个安装在主轴上可以自由旋转的机械臂组成, 如图 3 所示.

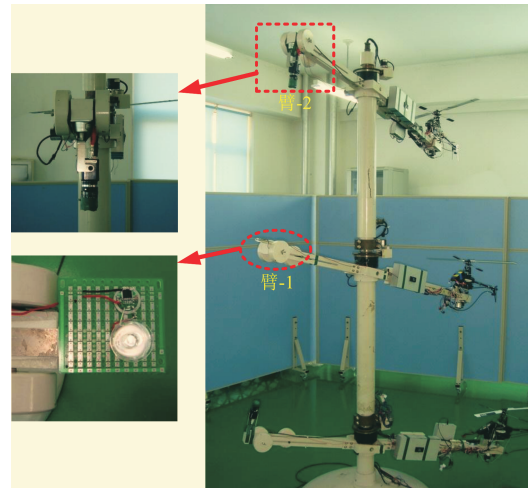


图 3 多飞行器实验平台及视觉观测系统

旋翼飞行器安装在机械臂末端. 每个臂有两个被动旋转关节, 分别实现航向和俯仰运动. 为防止上下机器人之间的碰撞, 俯仰转动已被限定在  $(-15^\circ, 15^\circ)$  的范围内. 每个旋转关节都安装有编码器, 用来测量相应的旋转角度<sup>[12-13]</sup>.

本文实验用到了该系统的臂 1 和臂 2. 其中: 臂 1 的飞行器作为被观测的运动目标, 其末端安装了一个波长为 850 nm 的 LED 作为目标识别的特征光源; 臂 2 的飞行器则实现对目标观测和跟踪, 其末端安装了垂直于臂的工业相机, 作为测量目标位置的传感器.

### 3.2 动态目标观测模型

由上节的分析, 本文在实验过程中简化了测量与信息处理以及目标识别等过程, 将问题集中于动态目标观测的实现上. 下面给出基于本文实验平台的动态目标观测模型. 首先给出系统模型中的坐标系定义, 如图 4 所示.

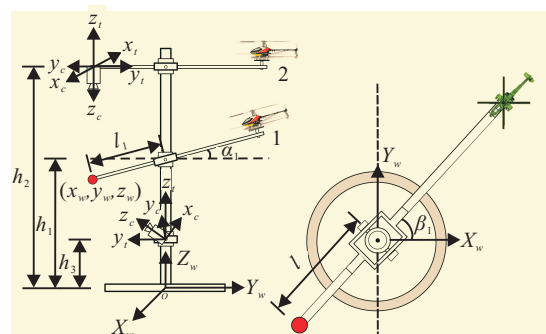


图 4 多飞行器实验平台及视觉观测系统坐标系

1) 图像的像素坐标系  $uOv$ : 以图像左上角为原点,  $u$  和  $v$  分别为数字图像的行方向和列方向; 2) 图像的物理坐标系  $XOY$ : 以光轴与成像平面的交点为原点,  $X$  和  $Y$  轴分别平行于像素坐标系的  $u$  和  $v$ ; 3) 摄像机坐标系  $X_c$ : 以相机的 CCD 平面中心为原点, 与相机固连, 以摄像机的光轴为  $z_c$  轴,  $x_c$  和  $y_c$  分别平行于像素坐标系的  $u$  和  $v$ ; 4) 机械臂坐标系  $X_t$ : 以光轴与臂的交点为原点, 与机械臂固连, 沿臂指向机器人的方向为  $x_t$  轴, 垂直于机械臂向上的方向为  $z_t$  轴; 5) 世界坐标系  $X_w$ : 以实验平台底部中心为原点, 以  $\beta = 0$  时臂的方向为  $x_w$  轴, 以主轴向上的方向为  $z_w$  轴。

根据实验平台的设计, 每个飞行机器人的位置由俯仰角  $\alpha$  和航向角  $\beta$  来唯一确定, 可以通过平台上的编码器测量, 即  $i$  号飞行机器人的位置为  $(\alpha_i, \beta_i)$ . 因此, 所需要估计的目标状态为  $(\alpha_1, \beta_1)$ . 观测系统输出为目标光源在工业相机上成像的像素坐标  $(u, v)$ . 实验过程中目标的运动对于观测机器人来说是完全未知的, 因此用简单线性的方程来描述目标的运动状态为

$$\begin{bmatrix} \beta_{1,k+1} \\ \alpha_{1,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1,k} \\ \alpha_{1,k} \end{bmatrix} + w_k, \quad (3)$$

其中  $w_k$  为系统噪声。

测量方程为

$$\begin{cases} u = \frac{r_{11}x_w + r_{12}y_w + r_{13}z_w + T_x}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{33}z_w + T_z} + u_0, \\ v = \frac{r_{21}x_w + r_{22}y_w + r_{23}z_w + T_x}{r_{31}x_w + r_{32}y_w + r_{33}z_w + T_z} + v_0. \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $u_0, v_0, f_x, f_y$  是经过标定得到的摄像机参数;  $r_{ij}$  和  $T_i$  是矩阵  $R$  和  $T$  相应的元素. 矩阵  $R$  和  $T$  定义为

$$T = \begin{bmatrix} (l_2 - h_2s\alpha_2)c\phi c\theta - h_2c\alpha_2c\phi s\theta \\ (l_2 - h_2s\alpha_2)s\phi c\theta - h_2c\alpha_2s\phi s\theta \\ -(l_2 - h_2s\alpha_2)s\theta - h_2c\alpha_2c\theta \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$R = \begin{bmatrix} c\alpha_2c\beta_2 & c\alpha_2s\beta_2 & s\alpha_2 \\ -s\beta_2 & c\beta_2 & 0 \\ -s\alpha_2c\beta_2 & -s\alpha_2s\beta_2 & c\alpha_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中:  $c$  为  $\cos$ ,  $s$  为  $\sin$ ,  $l_i$  和  $h_i$  分别为  $i$  号飞行机器人所在机械臂的长度和高度. 目标的世界坐标  $(x_w, y_w, z_w)$  和  $(\alpha_1, \beta_1)$  满足如下关系:

$$\begin{cases} x_w = -l_1c\alpha_1c\beta_1, \\ y_w = -l_1c\alpha_1s\beta_1, \\ z_w = h_1 - l_1s\alpha_1. \end{cases} \quad (7)$$

## 4 实验结果及分析

实验中, 目标机器人以手动随机设定的速度运动, 观测机器人分别采用 EKF、UKF 以及 AUKF 三种滤波方法估计目标位置, 并利用文献 [14] 中的控制方法跟踪目标. 将估计的目标位置与目标飞行机器人所

在机械臂的编码器所测得的实际位置做比较, 分析实验估计结果. 实验平台的具体参数如表 1 所示.

表 1 实验参数

实验台参数/mm		相机标定参数	
$l_1$	600	$u_0$	344.89
$l_2$	700	$v_0$	314.53
$h_1$	1275	$f_x$	613.79
$h_2$	2185	$f_y$	673.76

实验过程中, 首先控制目标飞行机器人在水平面内运动, 静止  $t_s$  秒后, 环主轴以角速度  $\omega$  匀速飞行, 描述为

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \beta_1 = 0, \alpha_1' = 0, \beta_1' = 0, t \leq t_s; \\ \alpha_1 = 0, \beta_1 = \omega(t - t_s), \alpha_1' = 0, \beta_1' = \omega, t > t_s. \end{cases} \quad (8)$$

这样设计轨迹的目的是在目标的运动过程中充分体现出其运动的非线性, 从而最大程度的检验各种非线性滤波算法的性能.

### 4.1 噪声特性分析实验

噪声特性对 KF 框架下的滤波性能有很大影响 (即使对于线性 KF, 其最优性也只是在噪声特性已知且满足一定条件下才能成立), 因此, 首先分析测量噪声的统计特性. 保持实验条件不变, 测量噪声  $(n_u, n_v)$  定义为

$$n_u = u - u_s, \quad (9)$$

$$n_v = v - v_s. \quad (10)$$

其中:  $(u, v)$  为相机返回的输出值, 作为含有噪声的实际测量值; 输出值  $(u_s, v_s)$  为真实值, 由目标编码器的测量值  $(\alpha_1, \beta_1)$  代入测量方程 (4) 计算得到.

利用 Matlab 软件绘制出噪声时域信号图和统计直方图, 分别如图 5 和图 6 所示, 并使用曲线拟合工具箱对实际所得的噪声集进行高斯拟合, 拟合置信度为 0.95, 结果如图 6 的曲线所示. 横坐标为图像像素, 纵坐标为横坐标所表示的像素出现的频率.

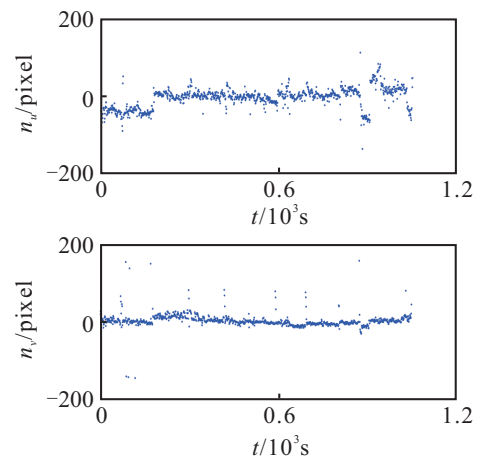


图 5 噪声时域信号

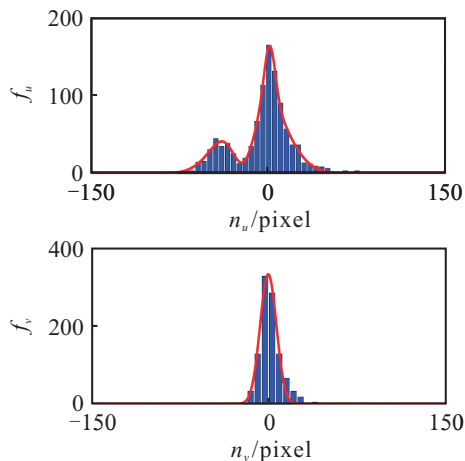


图 6 噪声分布直方图及其高斯拟合

从图 6 可以看出:  $n_v$  是可以单峰高斯噪声进行拟合的, 拟合得到的概率分布函数  $p_v(x)$  为

$$P_v(x) = a_v e^{-\left(\frac{x-b_v}{c_v}\right)^2}; \quad (11)$$

$n_u$  则不能通过单峰高斯噪声拟合, 而是概率分布函数  $p_u(x)$  形如下式所示的三重混合高斯噪声, 即有色噪声:

$$P_u(x) = a_{u1} e^{-\left(\frac{x-b_{u1}}{c_{u1}}\right)^2} + a_{u2} e^{-\left(\frac{x-b_{u2}}{c_{u2}}\right)^2} + a_{u3} e^{-\left(\frac{x-b_{u3}}{c_{u3}}\right)^2}. \quad (12)$$

普通的 KF 方法对于噪声特征值(方差)的描述在滤波过程中是不变的, 而对于  $p_u(x)$  这样的噪声分布而言, 可以认为噪声特征值是时变的. 式(11)~(12)的具体参数如表 2 所示.

表 2 高斯拟合参数

	a		b		c	
$a_{u1}$	70.6	$b_{u1}$	1.419	$c_{u1}$	6.475	
$a_{u2}$	-106.9	$b_{u2}$	-19.75	$c_{u2}$	15.28	
$a_{u3}$	131.0	$b_{u3}$	-12.32	$c_{u3}$	31.32	
$a_v$	331.5	$b_v$	-0.8402	$c_{u1}$	9.850	

上文提到 KF 框架下的估计方法获得最优估计结果的基本假设是噪声满足“高斯白噪声”的先验假设条件. 从本文对实际系统的噪声分析结果看, 对于变量  $v$ , 其噪声可以用零均值单峰高斯噪声分布近似, 故认为其适用于 KF 方法, 而对于变量  $u$ , 则完全不满足上述先验假设. 因此, 在本文的实际系统中, 对变量  $u$  的估计可能难以得到 KF 方法对非线性系统滤波得到次优的估计结果. 基于这一结论, 本文通过实际系统中的实验来比较以下两种结果, 以分析 3 种估计方法在实际应用中的效果: 1) 含有测量噪声的目标位置估计值; 2) 目标位置的参考真实值(编码器测量值).

另外, 由于  $(u, v)$  相互之间不存在限制影响, 二者噪声不相关, 即协方差矩阵的非对角线元素为零. 测量噪声协方差矩阵  $Q_n$  的对角线元素为  $q_1$  和  $q_2$ , 可以通过对应观测值的噪声计算其后验统计特性.

$$\begin{cases} q_1 = \sum_{k=1}^n (n_k^u - n_0^u)^2 / (n - 1), \\ q_2 = \sum_{k=1}^n (n_k^v - n_0^v)^2 / (n - 1). \end{cases} \quad (13)$$

其中:  $n$  为统计噪声数量,  $n_k^u$  和  $n_k^v$  分别为  $k$  时刻  $u$  和  $v$  的噪声值,  $n_0^u$  和  $n_0^v$  分别为  $u$  和  $v$  的噪声平均值, 定义为

$$\begin{cases} n_0^u = \sum_{k=1}^n n_k^u / n, \\ n_0^v = \sum_{k=1}^n n_k^v / n. \end{cases} \quad (14)$$

将实验噪声值通过上述统计计算可知测量噪声协方差矩阵  $Q_n$  可用  $\text{diag}([495 \ 57])$  逼近.

### 4.2 EKF 状态估计实验

依据 4.1 节的噪声分析, 给定初始条件如下:

$$\begin{cases} (\alpha, \beta)^T = (0, 0.8727)^T \text{rad}, \\ Q_w = \text{diag}([10^{-2} \ 10^{-1}]^T) \text{rad}, \\ Q_n = \text{diag}([495 \ 57]^T) \text{rad}. \end{cases} \quad (15)$$

采用 EKF 方法进行估计, 得到实际噪声情况下的估计结果, 与编码器测得的真实值进行比较, 结果如图 7 所示.

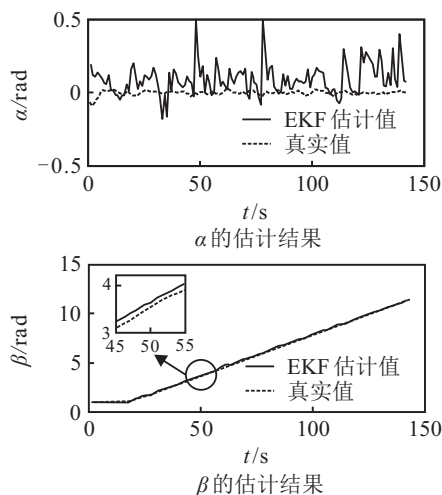


图 7 EKF 的估计结果

从图 7 可以看出:  $\alpha$  估计结果有偏且不收敛; 对于  $\beta$ , 得到的估计结果虽然收敛, 但依然有偏. 之所以造成估计结果有偏, 一方面是由于 EKF 方法在线性化过程中仅保留了泰勒展开的一阶项却忽略了高阶项的作用, 这样的处理方式不仅会造成估计结果有偏, 对于非线性较强的系统, 甚至会导致结果发散; 另一方面, 由于实际噪声并不完全服从高斯分布, 更难以达到“零均值高斯白噪声”这一先验假设, 使系统并不完全适用于 KF 类的估计方法.

### 4.3 UKF 状态估计实验

采用 UKF 估计动态目标位置, 结果如图 8 所示. 从图 8 可以看出, UKF 都能够较好地跟踪动态目标的

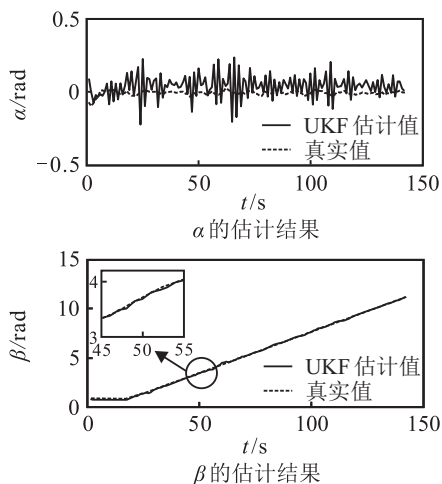


图 8 UKF 的估计结果

真实状态, 并收敛于真值. 与 EKF 将非线性系统线性化的处理方式不同, UKF 采取“采样点的分布来近似随机变量的概率分布”的采样策略, 更接近真实状态.

#### 4.4 AUKF 状态估计实验

与 EKF、UKF 相比, 基于 MIT 规则的 AUKF 方法的最大优势在于对初始条件不敏感, 尤其是初始噪声协方差矩阵. 实际系统中噪声统计特性往往是未知甚至是时变的. AUKF 能实时调节噪声协方差矩阵, 以减少由于系统先验噪声信息与实际噪声统计特性不相符而使滤波器性能下降的不良后果, 在实际系统中应用 AUKF 方法的估计效果应更接近真实状态. 由于算法鲁棒性要求<sup>[15]</sup>, 不能对  $Q_w$  和  $Q_n$  同时自适应更新, 因此实验过程中仅对  $Q_n$  进行在线调整. 选取给定初始化条件如式 (15) 所示.

图 9 给出了使用 AUKF 估计动态目标位置的结果. 对于  $\alpha$  和  $\beta$ , 估计值不但可以保证无偏, 而且都能够很快地逼近真值并收敛.

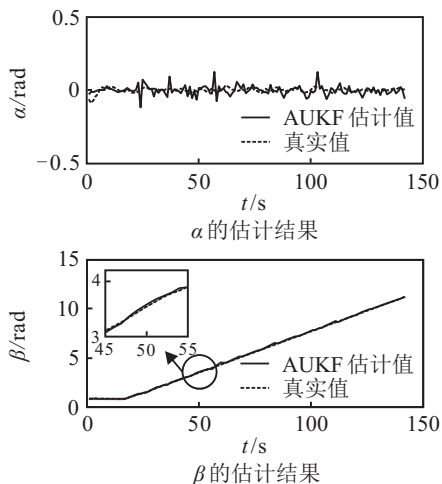


图 9 AUKF 的估计结果

相对于 EKF 和 UKF, AUKF 的估计结果变化更加平稳, 在真值附近变动范围更狭窄, 说明这种方法有很强的噪声适应性, 在非高斯甚至噪声特征值时变的条件下也能得到近似高斯的次优结果.

#### 4.5 3种算法的估计性能以及执行时间的比较

为了比较 3 种算法的估计性能, 先定义平均误差  $\mu$  和均方差  $\sigma$  为

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - x_i), \quad (16)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - x_i)^2}. \quad (17)$$

$\mu_\alpha, \sigma_\alpha, \mu_\beta, \sigma_\beta$  分别表示  $\alpha$  的平均误差和均方差以及  $\beta$  的平均误差和均方差. 3 种估计方法的比较是在实际噪声情况下, 对 3 种方法的最优估计结果的估计性能以及归一化运算时间  $t_n$  的比较, 结果如表 3 所示. 其中  $t_n$  定义为

$$t_n = \frac{t_x}{t_{\text{EKF}}}. \quad (18)$$

这里  $t_x$  可以取值为  $t_{\text{EKF}}, t_{\text{UKF}}, t_{\text{AUKF}}$ , 分别为 EKF、UKF 以及 AUKF 算法的执行时间.

表 3 3种算法估计性能的比较

	EKF	UKF	AUKF
$\mu_\alpha$	0.137 32	0.016 815	0.003 434 9
$\mu_\beta$	2.890 9	2.805 9	2.707 4
$\sigma_\alpha$	0.106 81	0.085 169	0.033 342
$\sigma_\beta$	1.671 7	1.668 9	1.667 9
$t_n$	1.00	3.46	15.75

显然, 在本文的实验中, EKF 估计结果不能收敛, 估计结果与编码器值相差很大, UKF 以及 AUKF 可以实现无偏估计, 基本能跟踪飞行机器人的实际位置; AUKF 估计方差均优于 UKF 方法.

图 10 给出了 3 种滤波方法所估计的目标位置与编码器测量值之间的误差.

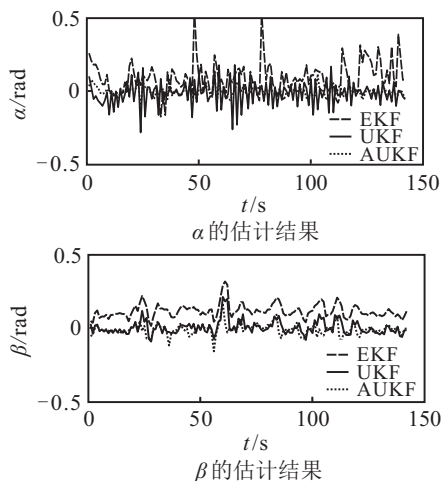


图 10 3种滤波方法估计误差的比较

从表 3 可以看出, UKF 和 AUKF 估计得到的误差精度相当并且高于 EKF. 确切地讲, AUKF 估计状态的均值和方差都小于 UKF, 而 EKF 得到的均值和方差明显大于其他两种算法. 这是因为 UKF 和 AUKF 算法的系统非线性近似是通过“近似分布”的方式实现

的,不同于EKF采用泰勒展开忽略系统高阶项的线性近似方法,较大幅度地保留了系统本身的非线性程度.另外,由于AUKF能够实时估计测量噪声方差,而UKF则在滤波过程中保持初始测量噪声方差不变,不能适应其时变的性能.因此,AUKF的估计结果要优于UKF.需要说明的是,由于传感器安装位置及姿态的原因,实验中传感器对 $\beta$ 变化的测量相对充分,测量精度更高,因此在有充分测量信息的条件下,估计方法的效果显然是有限的,3种方法对 $\beta$ 的估计效果差别不大.

在运算时间上,采用EKF的运算时间最短,但估计性能无法保证.因为在AUKF方法迭代过程中,需要不断更新测量噪声的统计信息,因此运算时间数倍于UKF和EKF方法.而由于UKF用分布近似所估计的真实状态,虽然无需计算繁琐的Jacobian矩阵,但Sigma点的计算和U变换过程会增加运算负荷,因此运算时间稍慢于EKF方法.AUKF算法的滤波时间长对实际系统的实时性确实有影响,但是对于实时性要求不高的系统仍然具备应用价值.在实际应用中可以与其他方法结合以换取在精度和耗时上的平衡.

## 5 结 论

本文以飞行机器人跟踪动态目标为研究背景,分别将EKF、UKF以及基于MIT规则的AUKF三种滤波方法应用于基于视觉观测系统的目标定位问题.通过在实际系统中的实验对3种方法进行了比较和分析,实验结果表明:1)在计算速度上,EKF和UKF有明显优势,但EKF的性能是随着非线性程度的增强而降低的,UKF则能够很好地解决这一问题,但在先验信息不足的情况下,EKF和UKF的估计性能都会有所下降;2)基于MIT规则的AUKF虽然计算较为复杂,但它以新息方差的实际值与估计值之差作为指标函数,使用MIT规则作为自适应机制,在线调节UKF中的噪声方差参数,在一定程度上弥补了由于先验知识不足而产生的影响,具有较强的噪声适应性.

## 参考文献(References)

- [1] Ito K, Xiong K Q. Gaussian filters for nonlinear filtering problems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(5): 910-927.
- [2] 陈世明, 郑丽楠, 吴龙龙, 等. 面向3维空间的移动机器人快速自适应SLAM算法[J]. 信息与控制, 2012, 41(4): 419-424.  
(Chen S M, Zheng L N, Wu L L, et al. A fast and adaptive SLAM algorithm for mobile robots in three-dimensional space[J]. Information and Control, 2012, 41(4): 419-424.)
- [3] 魏喜庆, 宋申民. 无模型容积卡尔曼滤波及其应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 769-773.  
(Wei X Q, Song S M. Model-free cubature Kalman filter and its application[J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 769-773.)
- [4] Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariance in filters and estimators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 477-482.
- [5] Garcia-Velo J. Determination of noise covariances for extended Kalman filter parameter estimators to account for modeling errors[D]. Cincinnati: College of Engineering, University of Cincinnati, 1997: 5-7.
- [6] Lee D, Alfriend K T. Adaptive sigma point filtering for state and parameter estimation[C]. Astrodynamics Specialist Conf and Exhibit. Providence, 2004: 1-20.
- [7] Loebis D, Sutton R, Chudley J, et al. Adaptive tuning of a Kalman filter via fuzzy logic for an intelligent AUV navigation system[J]. Control Engineering Practice, 2004, 12(12): 1531-1539.
- [8] 宋崎, 韩建达. 基于UKF的移动机器人主动建模及模型自适应控制方法[J]. 机器人, 2005, 27(3): 226-230.  
(Song Q, Han J D. UKF-based active modeling and model-reference adaptive control for mobile robots[J]. Robot, 2005, 27(3): 226-230.)
- [9] 吴萌, 马杰, 田金文, 等. 自适应无迹卡尔曼滤波算法在地磁导航中的应用[J]. 信息与控制, 2012, 40(4): 558-562.  
(Wu M, Ma J, Tian J W, et al. An adaptive UKF algorithm and its application to geomagnetic navigation[J]. Information and Control, 2012, 40(4): 558-562.)
- [10] Kalman R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. IEEE Trans ASME J of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [11] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. A novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEEE Proc of Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107-113.
- [12] Gu F, Wang Z, He Y Q, et al. Theoretical and experimental study of uncertain set based moving target localization using multiple robots[C]. IEEE Int Conf on Robotics and Biomimetics. Phuket, 2011: 1646-1651.
- [13] Gu F, Wang Z, He Y Q, et al. Experimental study of vision sensor based multiple robots active cooperative observation using multi-RFRs testbed[C]. IEEE Int Conf on Robotics and Biomimetics. Phuket, 2011: 2417-2418.
- [14] Wang Z, Gu F, He Y Q, et al. Design and implementation of multiple-rotorcraft-flying-robot testbed[C]. IEEE Int Conf on Robotics and Biomimetics. Phuket, 2011: 1291-1296.
- [15] Song Q, He Y Q. Adaptive unscented Kalman filter for estimation of modeling errors for helicopter[C]. IEEE Int Conf on Robotics and Biomimetics. Guilin, 2009: 2463-2467.