第22卷 第6期 2014年 6月
中国管理科学
Chinese Journal of Management Science
Vol. 22, No. 6 June, 2014

文章编号:1003-207(2014)06-0078-07

考虑决策者心理行为的混合型随机多属性决策方法

姜广田

(大连交通大学经济管理学院,辽宁 大连 116028)

摘 要:针对混合型随机多属性决策问题,提出一种考虑决策者心理行为的决策分析方法。在该方法中,首先将具有离散型随机变量、灰色型随机变量和语言型变量形式的属性值规范化到[0,1]区间内;然后将决策者给出的针对不同时期的属性期望视为参照点,并通过计算方案属性值与参照点的距离构建方案的益损矩阵;进一步地,依据累计前景理论,计算方案在不同属性上的收益和损失价值,并在此基础上,通过集结不同属性和不同时期的方案前景值确定各方案的综合前景值,进而依据得到的综合前景值确定方案排序结果。最后,通过一个算例说明了该方法的有效性和可行性。

关键词:随机多属性决策;心理行为;累积前景理论;方案排序

中图分类号:C934 **文献标识码**:A

1 引言

随机多属性决策是指与多个属性相关且属性值为随机变量的有限方案选择问题[1],是现代决策理论的一个重要内容,在经济管理及工程系统等领域具有广泛的实际背景。在现实的决策过程中,由于客观事物发展的不确定性和人类认知能力的有限性,决策者往往对决策问题存在不同的心理行为,如决策者可能会针对属性有特定的期望要求(可被视为决策者的心理参考点)[2],或在不同时期对属性有不同的期望要求。在现实的决策问题中,存在不少体现决策者心理行为的情形,例如,在期货交易中,由于在不同时期的价格、利率或汇率波动的影响,决策者会对期货合约投资的持仓量、盈利值、现货企业运营风险等属性有动态的期望要求。因此,如何解决考虑决策者心理行为的随机多属性决策问题,是一个值得关注的研究课题。目前,有关此类决策问题的研究已引起一些学者的重视,但具有针对性的决策分析方法并不多见。从已有的相关文献来看,学者们的研究成果可分为两个方面。一方面的研究是假设决策者的行为完全理性,以期望效用理论为基础。该方面研究的成果可以看到,Nowak[3-4]针对离散型随机多属性决策问题,提出了基于随机占优的决策方法,该方法运用随机占优准则判断两两方案之间的随机占优关系,然后调整决策者对属性值的期望水平缩小优势方案集合,最终得到最优方案;Jacquet-lagreze[5]提出了加权期望效用的决策方法,该方法依据状态的效用偏好缩小可行域而得到最优方案;Wang Yingming[6]提出了基于效用评估的决策方法,该方法通过划分效用区间对偏好信息进行集结,从而得到方案的排序。另一方面的研究是考虑决策者有限理性的行为特征[7-8],即考虑决策者在行为上并不追求最大化的效用,而是选择让自己最满意的方案[9]。这种将决策者的有限理性行为因素引入到决策分析中的研究成果主要有,张晓等[10]针对属性值为随机变量的随机多属性决策问题,提出一种基于前景随机占优准则的随机多属性决策方法,该方法将决策者的行为因素引入随机多属性决策,将具有随机变量的决策矩阵转化为关于参考点的收益和损失矩阵,并构建相应的前景随机占优关系矩阵,进而得到了方案的排序结果;胡军华等[11]针对风险决策问题,提出一种基于语言评价和累积前景理论的多准则决策方法,该方法将语言评价信息转化为区间数并依据参考点计算各方案的前景值,得到方案的排序结果;王坚强[12]针对属性权重不完全确定且属性值为模糊数的多属性决策问题,以理想方案作为参照点,通过构建方案综合前景值最大化的非线性规划模型,得到方案的排序结果。

上述提及的方法为解决考虑决策者心理行为的

收稿日期:2012-01-17;**修订日期**:2013-04-27
基金项目:国家自然科学基金资助项目(71271050,71301016)
作者简介:姜广田(1978-),男(汉族),辽宁大连人,大连交通大学经济管理学院,讲师,博士,研究方向:决策理论与方法.

随机多属性决策问题提供了较好的思路和支撑。但在现实决策中，会遇到决策者的期望和属性值的类型是离散型随机变量、灰色型随机变量和语言型变量等多种信息形式[13]并存且数据信息来自于不同时期的情形，即带有决策者动态期望的混合型随机多属性决策问题，例如，对于贵金属投资选择问题，主要考虑投资风险、投资价格、短期走势、投资环境等属性，而这些属性中的“投资风险”的期望值和属性值通常是以离散型随机变量的形式来表示，“投资价格”的期望值和属性值通常是以灰色型随机变量的形式来表示，而“短期走势”和“投资环境”往往难以量化，其期望值和属性值通常是以语言型变量的形式来表示。因此，考虑决策者心理行为的混合型随机多属性决策问题研究是值得关注的，具有实际价值。为此，本文针对决策者在混合型随机多属性决策问题中存在心理行为的情形，即针对不同决策时期中决策者对各类型的属性存在动态期望要求这一心理行为特征进行深入研究，具体地，给出一种基于累积前景理论[14]的决策分析方法，该方法依据决策者在不同时期针对各属性给出的具体期望要求作为该时期的参照点，将决策矩阵转化为关于各时期参照点的益损决策矩阵，进而针对决策者行为具有有限理性的特征，考虑决策者对待不同时期收益和损失的风险态度，计算各方案的前景值，并计算关于整个决策时期的综合前景值，再依据所得到的综合前景值的大小对备选方案进行排序。

2　问题描述

考虑带有决策者动态期望的混合型随机多属性决策问题，记 $A=\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$ 表示 m 个备选决策方案的集合($m\geqslant 2$)，其中 A_i 表示第 i 个备选决策方案；$C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$ 表示 n 个属性的集合($n\geqslant 2$)，其中 C_j 表示第 j 个属性，且 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 相互独立；$\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^T$ 表示属性的权重向量，其中 w_j 为属性 C_j 的权重或者重要程度，满足 $w_j\geqslant 0$ 且 $\sum_{j=1}^{n}w_j=1$；$t=\{t_1,t_2,\cdots,t_k\}$ 表示 k 个不同时期，其中 t_l 表示第 l 个时期；$\boldsymbol{w}_t=(w_{t_1},w_{t_2},\cdots,w_{t_k})^T$ 表示时期的权重向量，其中 w_{t_l} 为时期 t_l 的权重或者重要程度，满足 $w_{t_l}\geqslant 0$ 且 $\sum_{l=1}^{k}w_{t_l}=1$；$\boldsymbol{Q}=(q_1,q_2,\cdots,q_n)^T$ 表示决策者根据相关信息给出关于属性的期望向量，其中 $q_j=(q_j^{t_1},q_j^{t_2},\cdots q_j^{t_k})^T$，$q_j^{t_l}$ 表示决策者在第 l 个时期针对属性 C_j 的期望；$\boldsymbol{X}=[x_{ij}^{t_l}]_{m\times n\times k}$ 表示决策矩阵，其中 $x_{ij}^{t_l}$ 表示第 l 个时期方案 A_i 对应于属性 C_j 的属性值或评价值。

在本文中，考虑期望和属性值的信息形式相同，且各时期中期望和属性值的类型具有离散型随机变量、灰色型随机变量和语言型变量三种形式，为方便起见，记 $\Omega_M=\{1,2,\cdots,m\}$，$\Omega_N=\{1,2,\cdots,n\}$，$\Omega_K=\{1,2,\cdots,k\}$，$C^a$、$C^b$、$C^c$ 分别表示决策者的期望或属性值为离散型随机变量、灰色型随机变量和语言型变量形式信息的属性子集合，$C^a=\{C_{\tau_1}\mid\tau_1\in\Omega_1,\Omega_1=\{1,2,\cdots,h_1\}\}$，$C^b=\{C_{\tau_2}\mid\tau_2\in\Omega_2,\Omega_2=\{h_1+1,h_1+2,\cdots,h_2\}\}$，$C^c=\{C_{\tau_3}\mid\tau_3\in\Omega_3,\Omega_3=\{h_2+1,h_2+2,\cdots,n\}\}$，$C^a\cup C^b\cup C^c=C$，$\Omega_1$、$\Omega_2$、$\Omega_3$ 分别为属性子集合 C^a、C^b、C^c 的下标集合，$\Omega_1\cup\Omega_2\cup\Omega_3=\Omega_N$。各时期中决策者的期望 $q_j^{t_l}$ 和属性值 $x_{ij}^{t_l}$，具体的描述如下：

(1)当属性 $C_j\in C^a$ 时，设 $q_j^{t_l}=\dot{q}_j^{t_l}$，$x_{ij}^{t_l}=\dot{x}_{ij}^{t_l}$，$j\in\Omega_1$，$l\in\Omega_K$，$i\in\Omega_M$。其中，$\dot{q}_j^{t_l}$ 和 $\dot{x}_{ij}^{t_l}$ 是离散型随机变量，并设 $\dot{q}_j^{t_l}$ 和 $\dot{x}_{ij}^{t_l}$ 所有可能取的值分别为 $\dot{q}_{js}^{t_l}$($s=1,2,\cdots$)和 $\dot{x}_{ijg}^{t_l}$($g=1,2,\cdots$)，则离散型随机变量 $\dot{q}_j^{t_l}$ 和 $\dot{x}_{ij}^{t_l}$ 取各个可能值的概率分别为 $P\{\dot{q}_j^{t_l}=\dot{q}_{js}^{t_l}\}=p_s^{t_l}$ 和 $P\{\dot{x}_{ij}^{t_l}=\dot{x}_{ijg}^{t_l}\}=p_g^{t_l}$。

(2)当属性 $C_j\in C^b$ 时，设 $q_j^{t_l}=\ddot{q}_j^{t_l}$，$x_{ij}^{t_l}=\ddot{x}_{ij}^{t_l}$，$j\in\Omega_2$，$l\in\Omega_K$，$i\in\Omega_M$。其中，$\ddot{q}_j^{t_l}$ 和 $\ddot{x}_{ij}^{t_l}$ 是灰色型随机变量，不失一般性，这里假设 $\ddot{q}_j^{t_l}$ 和 $\ddot{x}_{ij}^{t_l}$ 是连续型灰色随机变量，$\ddot{q}_j^{t_l}\in[\ddot{q}_j^{t_l\prime},\ddot{q}_j^{t_l\prime\prime}]$，$\ddot{x}_{ij}^{t_l}\in[\ddot{x}_j^{t_l\prime},\ddot{x}_j^{t_l\prime\prime}]$，$\ddot{q}_j^{t_l\prime}$、$\ddot{q}_j^{t_l\prime\prime}$ 和 $\ddot{x}_j^{t_l\prime}$、$\ddot{x}_j^{t_l\prime\prime}$ 分别为灰色随机变量 $\ddot{q}_j^{t_l}$ 和 $\ddot{x}_{ij}^{t_l}$ 的下界和上界。只知大概范围而不知确切值的数被称为灰色型随机变量，通常用″$\otimes$″表示，则 $\ddot{q}_j^{t_l}=\otimes_j^{t_l}$，$\ddot{x}_{ij}^{t_l}=\otimes_{ij}^{t_l}$。

(3)当属性 $C_j\in C^c$ 时，设 $q_j^{t_l}=\dddot{q}_j^{t_l}$，$x_{ij}^{t_l}=\dddot{x}_{ij}^{t_l}$，$j\in\Omega_3$，$l\in\Omega_K$，$i\in\Omega_M$。其中，$\dddot{q}_j^{t_l}$ 和 $\dddot{x}_{ij}^{t_l}$ 是语言型变量，$\dddot{q}_j^{t_l}=[\dddot{q}_j^{t_l\prime},\dddot{q}_j^{t_l\prime\prime}]$，$\dddot{x}_{ij}^{t_l}=[\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime},\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime\prime}]$，$\dddot{q}_j^{t_l\prime}$，$\dddot{q}_j^{t_l\prime\prime}$，$\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime}$，$\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime\prime}\in R$。这里，$R$ 是有序语言短语集，即 $R=\{r_f\mid f=0,1,\cdots,2v\}$，其中 r_f 表示 R 中的第 f 个语言短语，v 一般为奇数，$2v+1$ 表示集合 R 中元素的个数。例如，当 $v=3$ 时，$R=\{r_0,r_1,r_2,r_3,r_4,r_5,r_6\}=\{VP$(非常差)，$P$(差)，$MP$(较差)，$M$(中)，$MG$(较好)，$G$(好)，$VG$(非常好)$\}$。$R$ 具有如下性质：①有序性：当 $f\geqslant g$ 时，有 $r_f\geqslant r_g$，表示 r_f 语言短语所代表的评价好于或等于 r_g 语言短语所代表

的评价;②存在逆运算算子“neg”:当 $g=2v-f$ 时,有 $\mathrm{neg}(r_f)=r_g$;③ 极值运算:当 $r_f \geqslant r_g$ 时,有 $\max\{r_f, r_g\}=r_f, \min\{r_f, r_g\}=r_g$。

设 r_a 和 r_b 为语言短语集 R 中的语言短语,其中 a 和 b 为整数,且满足 $0 \leqslant a \leqslant b \leqslant 2v$,则称 $\mu=[r_a, r_b]$ 为 R 中的不确定语言短语,其中 r_a 和 r_b 分别为 μ 的下限和上限,当 $a=b$ 时,μ 即为确定性语言短语。在本文中,为了便于不确定语言短语的处理与计算,考虑将不确定语言短语转化为相应的等概率型序偶集。若 $\dddot{q}_j^{t_l}$ 和 $\dddot{x}_{ij}^{t_l}$ 是语言短语集 R 中某一个不确定语言短语 $\mu_r=[r_{f_1}, r_{f_2}]$,则其转化为等概率型序偶集 $\tilde{\mu}_r$ 的计算公式为:

$$\tilde{\mu}_r=\{(\tilde{r}_0, \tilde{p}_{r_0}),(\tilde{r}_1, \tilde{p}_{r_1}) \cdots,(\tilde{r}_y, \tilde{p}_{r_y}), \cdots,(\tilde{r}_{2v}, \tilde{p}_{r_{2v}})\} \tag{1}$$

其中:

$$\tilde{r}_y=(y+1)/(2v+1),\ 0 \leqslant y \leqslant 2v \tag{2}$$

$$\tilde{p}_{r_y}=\begin{cases}1/(f_2-f_1+1), & f_1 \leqslant y \leqslant f_2 \\ 0, & y>f_2, y<f_1\end{cases} \tag{3}$$

另外,在随机多属性决策问题中,属性又可以分为成本型和效益型,记 Ω_c 和 Ω_b 分别表示成本型属性和效益型属性的下标集合,且满足 $\Omega_c \cup \Omega_b=\Omega_N, \Omega_c \cap \Omega_b=\varnothing$。本文要解决的问题是依据决策者的期望向量 $\boldsymbol{Q}$、属性权重向量 $\boldsymbol{w}$ 和决策矩阵 $\boldsymbol{X}$,如何通过一个决策分析方法得到所有方案的排序结果。

3 决策方法

为了解决上述问题,下面阐述本文提出的考虑决策者行为有限理性的决策方法。

首先,确定各属性的参照点。决策者的预期目标可以作为参照点,且预期目标作为参照点能够准确地表达决策者行为有限理性的特征,并可很好地继承累积前景理论的各种性质[15],故此决策者对各属性的动态期望可视为相应时期的预期目标,这样,决策者在不同时期对各属性的期望值 $q_j^{t_l}$ 作为该时期中各属性的参照点。

然后,进行决策信息规范化处理。为了消除不同物理量纲对决策结果产生的影响,需要将期望向量 $\boldsymbol{Q}=(q_1, q_2, \cdots, q_n)^T$ 规范化为 $\boldsymbol{O}=(o_1, o_2, \cdots, o_n)^T$,将决策矩阵 $\boldsymbol{X}=[x_{ij}^{t_l}]_{m \times n \times k}$ 规范化为矩阵 $\boldsymbol{Z}=[z_{ij}^{t_l}]_{m \times n \times k}$,具体的规范化计算公式分别表述如下:

(1)当属性 $C_j \in C^a$ 时,分别计算离散型随机变量 $\dot{q}_j^{t_l}$ 和 $\dot{x}_{ij}^{t_l}$ 的数学期望,并依据极差变换方法对其规范化,规范化计算公式为:

$$\dot{o}_j^{t_l}=\begin{cases}[\sum_s(\dot{q}_{js}^{t_l} \times p_s^{t_l})-p_j^{t_l-}]/(p_j^{t_l+}-p_j^{t_l-}), \\ \quad j \in \Omega_1 \cap \Omega_b, l \in \Omega_K \\ [p_j^{t_l+}-\sum_s(\dot{q}_{js}^{t_l} \times p_s^{t_l})]/(p_j^{t_l+}-p_j^{t_l-}), \\ \quad j \in \Omega_1 \cap \Omega_c, l \in \Omega_K\end{cases} \tag{4}$$

$$\dot{z}_{ij}^{t_l}=\begin{cases}[\sum_g(\dot{x}_{ijg}^{t_l} \times p_g^{t_l})-p_j^{t_l-}]/(p_j^{t_l+}-p_j^{t_l-}), \\ \quad i \in \Omega_M, j \in \Omega_1 \cap \Omega_b, l \in \Omega_K \\ [p_j^{t_l+}-\sum_g(\dot{x}_{ijg}^{t_l} \times p_g^{t_l})]/(p_j^{t_l+}-p_j^{t_l-}), \\ \quad i \in \Omega_M, j \in \Omega_1 \cap \Omega_c, l \in \Omega_K\end{cases} \tag{5}$$

其中:

$$p_j^{t_l+}=\max\{\max_{1 \leqslant i \leqslant m}\{\sum_g(\dot{x}_{ijg}^{t_l} \times p_g^{t_l})\}, \sum_s(\dot{q}_{js}^{t_l} \times p_s^{t_l})\}, j \in \Omega_1, l \in \Omega_K \tag{6}$$

$$p_j^{t_l-}=\min\{\min_{1 \leqslant i \leqslant m}\{\sum_g(\dot{x}_{ijg}^{t_l} \times p_g^{t_l})\}, \sum_s(\dot{q}_{js}^{t_l} \times p_s^{t_l})\}, j \in \Omega_1, l \in \Omega_K \tag{7}$$

(2)当属性 $C_j \in C^b$ 时,连续灰色型随机变量 $\ddot{q}_j^{t_l}$ 和 $\ddot{x}_{ij}^{t_l}$ 的上界和下界,可视为区间数的两端点,则规范化计算公式为:

$$[\ddot{o}_j^{t_l\prime}, \ddot{o}_j^{t_l\prime\prime}]=\begin{cases}[(\ddot{q}_j^{t_l\prime}-p_j^{t_l\prime})/(p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime}),(\ddot{q}_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime})/ \\ \quad (p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime})], j \in \Omega_2 \cap \Omega_b, l \in \Omega_K \\ [(p_j^{t_l\prime\prime}-\ddot{q}_j^{t_l\prime\prime})/(p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime}),(p_j^{t_l\prime\prime}-\ddot{q}_j^{t_l\prime})/ \\ \quad (p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime})], j \in \Omega_2 \cap \Omega_c, l \in \Omega_K\end{cases} \tag{8}$$

$$[\ddot{z}_j^{t_l\prime}, \ddot{z}_j^{t_l\prime\prime}]=\begin{cases}[(\ddot{x}_{ij}^{t_l\prime}-p_j^{t_l\prime})/(p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime}),(\ddot{x}_{ij}^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime})/ \\ \quad (p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime})], i \in \Omega_M, j \in \Omega_2 \cap \Omega_b, l \in \Omega_K \\ [(p_j^{t_l\prime\prime}-\ddot{x}_{ij}^{t_l\prime\prime})/(p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime}),(p_j^{t_l\prime\prime}-\ddot{x}_{ij}^{t_l\prime})/ \\ \quad (p_j^{t_l\prime\prime}-p_j^{t_l\prime})], i \in \Omega_M, j \in \Omega_2 \cap \Omega_c, l \in \Omega_K\end{cases} \tag{9}$$

其中:

$$p_j^{t_l\prime\prime}=\max\{\max_{1 \leqslant i \leqslant m}\{x_{ij}^{t_l\prime\prime}\}, q_j^{t_l\prime\prime}\}, \quad j \in \Omega_2, l \in \Omega_K \tag{10}$$

$$p_j^{t_l\prime}=\min\{\min_{1 \leqslant i \leqslant m}\{x_{ij}^{t_l\prime}\}, q_j^{t_l\prime}\}, \quad j \in \Omega_2, l \in \Omega_K \tag{11}$$

(3)当属性 $C_j \in C^c$ 时,将不确定语言短语规范化为正序不确定语言短语,规范化计算公式为:

$$[\dddot{o}_j^{t_l\prime},\dddot{o}_j^{t_l\prime\prime}] = \begin{cases} [\dddot{q}_j^{t_l\prime},\dddot{q}_j^{t_l\prime\prime}], & j\in\Omega_3\cap\Omega_b, l\in\Omega_K \\ [neg(\dddot{q}_j^{t_l\prime\prime}), neg(\dddot{q}_j^{t_l\prime})], & j\in\Omega_3\cap\Omega_c, l\in\Omega_K \end{cases} \tag{12}$$

$$[\dddot{z}_{ij}^{t_l\prime},\dddot{z}_{ij}^{t_l\prime\prime}] = \begin{cases} [\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime},\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime\prime}] i\in\Omega_M, j\in\Omega_3\cap\Omega_b, l\in\Omega_K \\ [neg(\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime\prime}), neg(\dddot{x}_{ij}^{t_l\prime})], i\in\Omega_M, \\ \quad j\in\Omega_3\cap\Omega_c, l\in\Omega_K \end{cases} \tag{13}$$

运用公式(1)－(3)，不确定语言短语 $\dddot{o}_j^{t_l}$ 和 $\dddot{z}_{ij}^{t_l}$ 可转化为相应的等概率型序偶集 $\overset{\approx}{o}_j^{t_l}$ 和 $\overset{\approx}{z}_{ij}^{t_l}$，即：

$$\overset{\approx}{o}_j^{t_l} = \{(\dddot{o}_{j0}^{t_l}, p_{o0}^{t_l}), (\dddot{o}_{j1}^{t_l}, p_{o1}^{t_l}), \cdots, (\dddot{o}_{jy'}^{t_l}, p_{oy'}^{t_l}), \cdots, (\dddot{o}_{j2v}^{t_l}, p_{o2v}^{t_l})\}, j\in\Omega_3, l\in\Omega_K, y'=0,1,\cdots,2v \tag{14}$$

$$\overset{\approx}{z}_{ij}^{t_l} = \{(\dddot{z}_{ij0}^{t_l}, p_{z0}^{t_l}), (\dddot{z}_{ij1}^{t_l}, p_{z1}^{t_l}), \cdots, (\dddot{z}_{ijy''}^{t_l}, p_{zy''}^{t_l}), \cdots, (\dddot{z}_{ij2v}^{t_l}, p_{z2v}^{t_l})\}, i\in\Omega_M, j\in\Omega_3, l\in\Omega_K, y''=0,1,\cdots,2v \tag{15}$$

再次，计算各时期中每个方案针对各属性的属性值相对于该时期参照点的阶段收益或阶段损失。这里，首先进行各时期中属性值与相应的参照点之间的比较，即确定属性值 $z_{ij}^{t_l}$ 与参照点 $o_j^{t_l}$ 之间的大小关系，具体的比较方法如下：

(1)当属性 $C_j\in C^a$ 时，可直接比较属性值 $\dot{z}_{ij}^{t_l}$ 与参照点 $\dot{o}_j^{t_l}$ 之间的大小关系。

(2)当属性 $C_j\in C^b$ 时，记：

$$s(\bar{z}_{ij}^{t_l}) = (\ddot{z}_{ij}^{t_l\prime} + \ddot{z}_{ij}^{t_l\prime\prime})/2,\ i\in\Omega_M, j\in\Omega_2, l\in\Omega_K \tag{16}$$

$$s(\bar{o}_j^{t_l}) = (\ddot{o}_j^{t_l\prime} + \ddot{o}_j^{t_l\prime\prime})/2,\ j\in\Omega_2, l\in\Omega_K \tag{17}$$

$$\Delta(\bar{z}_{ij}^{t_l}) = \ddot{z}_{ij}^{t_l\prime\prime} - \ddot{z}_{ij}^{t_l\prime}, i\in\Omega_M, j\in\Omega_2, l\in\Omega_K \tag{18}$$

$$\Delta(\bar{o}_j^{t_l}) = \ddot{o}_j^{t_l\prime\prime} - \ddot{o}_j^{t_l\prime},\ j\in\Omega_2, l\in\Omega_K \tag{19}$$

依据 Ishibuchi[16]，当 $s(\bar{z}_{ij}^{t_l}) \neq s(\bar{o}_j^{t_l})$ 时，属性值 $\ddot{z}_{ij}^{t_l}$ 与参照点 $\ddot{o}_j^{t_l}$ 的比较方法为：①若 $s(\bar{z}_{ij}^{t_l}) > s(\bar{o}_j^{t_l})$，则 $\ddot{z}_{ij}^{t_l} > \ddot{o}_j^{t_l}$；②若 $s(\bar{z}_{ij}^{t_l}) < s(\bar{o}_j^{t_l})$，则 $\ddot{z}_{ij}^{t_l} < \ddot{o}_j^{t_l}$。当 $s(\bar{z}_{ij}^{t_l}) = s(\bar{o}_j^{t_l})$ 时，属性值 $\ddot{z}_{ij}^{t_l}$ 与参照点 $\ddot{o}_j^{t_l}$ 的比较方法为：①若 $\Delta(\bar{z}_{ij}^{t_l}) < \Delta(\bar{o}_j^{t_l})$，则 $\ddot{z}_{ij}^{t_l} > \ddot{o}_j^{t_l}$；②若 $\Delta(\bar{z}_{ij}^{t_l}) = \Delta(\bar{o}_j^{t_l})$，则 $\ddot{z}_{ij}^{t_l} = \ddot{o}_j^{t_l}$；③若 $\Delta(\bar{z}_{ij}^{t_l}) > \Delta(\bar{o}_j^{t_l})$，则 $\ddot{z}_{ij}^{t_l} < \ddot{o}_j^{t_l}$。

(3)当属性 $C_j\in C^c$ 时，属性值 $\dddot{z}_{ij}^{t_l}$ 与参照点 $\dddot{o}_j^{t_l}$ 的大小关系比较方法与属性值 $\ddot{z}_{ij}^{t_l}$ 和参照点 $\ddot{o}_j^{t_l}$ 的比较方法相同。

进一步地，计算各时期中方案属性值 $z_{ij}^{t_l}$ 与参照点 $o_j^{t_l}$ 之间的距离 $d_{ij}^{t_l}$，其计算公式为：

$$d_{ij}^{t_l} = \begin{cases} |\dot{z}_{ij}^{t_l} - \dot{o}_j^{t_l}|, i\in\Omega_M, j\in\Omega_1, l\in\Omega_K \\ \sqrt{\frac{1}{2}[(\ddot{z}_{ij}^{t_l\prime} - \ddot{o}_j^{t_l\prime})^2 + (\ddot{z}_{ij}^{t_l\prime\prime} - \ddot{o}_j^{t_l\prime\prime})^2]}, \\ \quad i\in\Omega_M, j\in\Omega_2, l\in\Omega_K \\ \left|\sum_{y''=0}^{2v} \dddot{z}_{ijy''}^{t_l} \times p_{zy''}^{t_l} - \sum_{y'=0}^{2v} \dddot{o}_{jy'}^{t_l} \times p_{oy'}^{t_l}\right|, \\ \quad i\in\Omega_M, j\in\Omega_3, l\in\Omega_K \end{cases} \tag{20}$$

在此基础上，可建立各时期中相对于参照点的益损决策矩阵 $\boldsymbol{F} = [F(z_{ij}^{t_l})]_{m\times n\times k}$，其中 $F(z_{ij}^{t_l})$ 表示第 l 时期中属性值 $z_{ij}^{t_l}$ 相对于参照点 $o_j^{t_l}$ 的益损值，其计算公式为：

$$F(z_{ij}^{t_l}) = \begin{cases} d_{ij}^{t_l}, z_{ij}^{t_l} \geqslant o_j^{t_l} \\ -d_{ij}^{t_l}, z_{ij}^{t_l} < o_j^{t_l} \end{cases}, i\in\Omega_M, j\in\Omega_N, l\in\Omega_K \tag{21}$$

这里，当 $z_{ij}^{t_l} \geqslant o_j^{t_l}$ 时，称 $F(z_{ij}^{t_l})$ 为属性值 $z_{ij}^{t_l}$ 相对于参照点 $o_j^{t_l}$ 获得的关于第 l 时期的阶段收益；当 $z_{ij}^{t_l} < o_j^{t_l}$ 时，称 $F(z_{ij}^{t_l})$ 为属性值 $z_{ij}^{t_l}$ 相对于参照点 $o_j^{t_l}$ 产生的关于第 l 时期的阶段损失。

依据各时期益损决策矩阵 $F = [F(z_{ij}^{t_l})]_{m\times n\times k}$，考虑决策者在各时期中对待阶段收益和阶段损失的不同风险态度，可建立关于第 l 时期的前景决策矩阵 $V = [V(z_{ij}^{t_l})]_{m\times n\times k}$，其中 $V(z_{ij}^{t_l})$ 为第 l 时期中每个方案针对各属性的前景值。依据累积前景理论[14]，前景值 $V(z_{ij}^{t_l})$ 的计算公式为：

$$V(z_{ij}^{t_l}) = \begin{cases} (F(z_{ij}^{t_l}))^\alpha, z_{ij}^{t_l} \geqslant o_j^{t_l} \\ -\theta(-F(z_{ij}^{t_l}))^\beta, z_{ij}^{t_l} < o_j^{t_l} \end{cases}, i\in\Omega_M, j\in\Omega_N, l\in\Omega_K \tag{22}$$

式(22)中，参数 α 和 β 表示收益和损失区域价值幂函数 $V(z_{ij}^{t_l})$ 的凹凸程度[14,17]，$0<\alpha<1$，$0<\beta<1$；参数 θ 表示损失区域比收益区域幂函数更陡的特征，即决策者的损失规避程度[14,18]，$\theta>1$，表示损失厌恶，θ 越大表示决策者损失规避程度越大。

其次，依据简单加权原则，计算各时期中每个方案的前景值 $U^{t_l}(A_i)$，其计算公式为：

$$U^{t_l}(A_i) = \sum_{j=1}^{n} w_j V(z_{ij}^{t_l}),\ i\in\Omega_M, l\in\Omega_K \tag{23}$$

最后，计算每个方案的综合前景值 $U(A_i)$，其计算公式为：

$$U(A_i)=\sum_{l=1}^{k}w_t U^{t_l}(A_i),\ i\in\Omega_M \tag{24}$$

显然，$U(A_i)$ 越大，则，方案 A_i 越好。因此，依据 $U(A_i)$ 值的大小，可对全部方案进行排序。

综上所述，考虑决策者行为有限理性的混合型随机多属性决策方法的计算步骤如下：

步骤 1　依据式(1)－(15)，将参照点向量 $\boldsymbol{Q}=(q_1,q_2,\cdots,q_n)^T$ 规范化为 $\boldsymbol{O}=(o_1,o_2,\cdots,o_n)^T$，决策矩阵 $\boldsymbol{X}=[x_{ij}^{t_l}]_{m\times n\times k}$ 规范化为矩阵 $\boldsymbol{Z}=[z_{ij}^{t_l}]_{m\times n\times k}$。

步骤 2　依据式(16)－(21)，建立相对于各时期参照点的益损决策矩阵 $\boldsymbol{F}=[F(z_{ij}^{t_l})]_{m\times n\times k}$。

步骤 3　依据式(22)，计算关于各时期的前景值 $V(z_{ij}^{t_l})$，并建立前景决策矩阵 $\boldsymbol{V}=[V(z_{ij}^{t_l})]_{m\times n\times k}$。

步骤 4　依据式(23)、(24)，计算关于整个决策时期中每个方案的综合前景值 $U(A_i)$，并根据 $U(A_i)$ 值的大小对所有方案进行优劣排序。

4　算例

考虑一个 X 风险投资公司的投资项目选择问题。由于贵金属行情持续升温，X 公司拟对白银进行分期投资，现有五个投资方案(A_1,A_2,A_3,A_4,A_5)可以选择，考虑的四个属性是：投资风险(C_1)、白银价格(C_2，单位：元/克)、短期走势(C_3)、投资环境(C_4)。其中，短期走势主要包括近期成交价格趋势、近期成交量、近期投资者情绪等内容，投资环境主要包括相关政策、白银资源状况、投资者投资态度等内容。决策者给出各备选投资方案针对属性 C_1 和 C_2 的期望和评价值分别是离散型随机变量形式和灰色型随机变量形式的信息，而针对属性 C_3 和 C_4 的期望和评价值是不确定语言短语形式的信息。假设属性的权重向量为 $\boldsymbol{w}=(0.3,0.25,0.25,0.20)$。决策者针对各属性给出三个不同时期($t_1,t_2,t_3$)的评价值，如表 1－3 所示，时期($t_1,t_2,t_3$)的权重向量为 $\boldsymbol{w}_t=(1/3,1/3,1/3)$。决策者在($t_1,t_2,t_3$)时期针对各属性的期望向量分别为 $\boldsymbol{Q}_1=(P\{0.3\}=0.6、P\{0.5\}=0.4,[9.3,9.9],[MP,M],[MP,MG])$、$\boldsymbol{Q}_2=(P\{0.4\}=0.6、P\{0.6\}=0.4,[9,10],[M,G],[M,VG])$、$\boldsymbol{Q}_3=(P\{0.6\}=0.5、P\{0.7\}=0.5,[9.7,11],[M,G],[MG,G])$。为了解决该决策问题，下面简要说明采用上文给出方法的计算过程。

表 1　具有多种不确定信息形式的决策矩阵 $\boldsymbol{D}(t_1)$

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	P{0.4}=0.7、P{0.45}=0.3	[9.1, 9.7]	[P, M]	[M, MG]
A_2	P{0.3}=0.65、P{0.4}=0.35	[9.4, 9.8]	[M, VG]	[M, M]
A_3	P{0.2}=0.78、P{0.3}=0.22	[8.9, 9.3]	[P, MP]	[MP, MG]
A_4	P{0.5}=0.6、P{0.55}=0.4	[9.2, 9.9]	[MP, MG]	[MP, M]
A_5	P{0.4}=0.5、P{0.5}=0.5	[9.5, 10]	[MG, MG]	[M, G]

表 2　具有多种不确定信息形式的决策矩阵 $\boldsymbol{D}(t_2)$

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	P{0.4}=0.75、P{0.5}=0.25	[9.4, 9.9]	[P, MG]	[M, G]
A_2	P{0.38}=0.6、P{0.47}=0.4	[9.1, 10]	[M, MG]	[M, MG]
A_3	P{0.29}=0.8、P{0.6}=0.2	[9.7, 10.5]	[MG, G]	[M, G]
A_4	P{0.5}=0.7、P{0.75}=0.3	[10, 10.7]	[MP, G]	[MP, MG]
A_5	P{0.48}=0.6、P{0.6}=0.4	[10.5, 11]	[MG, VG]	[MG, G]

表 3　具有多种不确定信息形式的决策矩阵 $\boldsymbol{D}(t_3)$

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	P{0.55}=0.5、P{0.6}=0.5	[10.2, 11.3]	[MG, G]	[MP, G]
A_2	P{0.6}=0.3、P{0.7}=0.7	[9.7, 10.9]	[MP, MG]	[M, G]
A_3	P{0.5}=0.6、P{0.6}=0.4	[10, 10.5]	[MG, VG]	[G, G]
A_4	P{0.57}=0.3、P{0.7}=0.7	[10.5, 11]	[MG, G]	[M, MG]
A_5	P{0.8}=0.65、P{0.9}=0.35	[10, 11]	[MG, MG]	[MG, VG]

首先，以各时期中决策者针对各属性的期望向量 $\boldsymbol{Q}_1$、$\boldsymbol{Q}_2$、$\boldsymbol{Q}_3$ 作为参照点向量，依据式(1)－(15)，将参照点向量规范化为：

$\boldsymbol{O}_1=(0.47,[0.09,0.64],\{(0.43,0.5),(0.57,0.5)\},\{(0.43,0.33),(0.57,0.33),(0.71,0.33)\})$

$\boldsymbol{O}_2=(0.43,[0.5,1],\{(0.57,0.33),(0.71,0.33),(0.86,0.33)\},\{(0.57,0.25),(0.71,0.25),(0.86,0.25),(1,0.25)\})$

$\boldsymbol{O}_3=(0.63,[0.19,1],\{(0.57,0.33),(0.71,0.33),(0.86,0.33)\},\{(0.71,0.5),(0.86,0.5)\})$，决策矩阵规范化为矩阵：

$$\boldsymbol{Z}^{t_1}=\begin{bmatrix} 0.35 & [0.27,0.82] & \{(0.29,0.33),(0.43,0.33),(0.57,0.33)\} & \{(0.57,0.5),(0.71,0.5)\} \\ 0.62 & [0.18,0.55] & \{(0.57,0.25),(0.71,0.25),(0.86,0.25),(1,0.25)\} & \{(0.57,1)\} \\ 1 & [0.64,1] & \{(0.29,0.5),(0.43,0.5)\} & \{(0.43,0.33),(0.57,0.33),(0.71,0.33)\} \\ 0 & [0.09,0.73] & \{(0.43,0.33),(0.57,0.33),(0.71,0.33)\} & \{(0.43,0.5),(0.57,0.5)\} \\ 0.24 & [0,0.46] & \{(0.71,1)\} & \{(0.57,0.33),(0.71,0.33),0.86,0.33)\} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Z}^2=\begin{bmatrix} 0.67 & [0.55,0.8] & \{(0.29,0.25),(0.43,0.25),(0.57,0.25),(0.71,0.25)\} & \{(0.57,0.33),(0.71,0.33),(0.86,0.33)\} \\ 0.71 & [0.5,0.95] & \{(0.57,0.5),(0.71,0.5)\} & \{(0.57,0.5),(0.71,0.5)\} \\ 1 & [0.25,0.65] & \{(0.71,0.5),(0.86,0.5)\} & \{(0.57,0.33),(0.71,0.33),(0.86,0.33)\} \\ 0 & [0.15,0.5] & \{(0.43,0.25),(0.57,0.25),(0.71,0.25),(0.86,0.25)\} & \{(0.43,0.33),(0.57,0.33),(0.71,0.33)\} \\ 0.21 & [0,0.25] & \{(0.71,0.33),(0.86,0.33),(1,0.33)\} & \{(0.71,0.5),(0.86,0.5)\} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{Z}^3=\begin{bmatrix} 0.88 & [0,0.69] & \{(0.71,0.5),(0.86,0.5)\} & \{(0.43,0.25),(0.57,0.25),(0.71,0.25),(0.86,0.25)\} \\ 0.56 & [0.25,1] & \{(0.43,0.33),(0.57,0.33),(0.71,0.33)\} & \{(0.57,0.33),(0.71,0.33),(0.86,0.33)\} \\ 1 & [0.5,0.81] & \{(0.71,0.33),(0.86,0.33),(1,0.33)\} & \{(0.86,1)\} \\ 0.59 & [0.19,0.5] & \{(0.71,0.5),(0.86,0.5)\} & \{(0.57,0.5),(0.71,0.5)\} \\ 0 & [0.19,0.81] & \{(0.71,1)\} & \{(0.71,0.33),(0.86,0.33),(1,0.33)\} \end{bmatrix}$$

其次,依据式(16)-(21)计算属性值相对于参照点的阶段收益或阶段损失,并建立相对于参照点的益损决策矩阵如下:

$$\boldsymbol{F}=[F(z_{ij}^t)]_{m\times n\times k}=\left[\begin{bmatrix} -0.12 & 0.18 & -0.07 & 0.07 \\ 0.15 & -0.09 & 0.29 & 0 \\ 0.53 & 0.46 & -0.14 & 0 \\ -0.47 & 0.06 & 0.07 & -0.07 \\ -0.24 & -0.14 & 0.21 & 0.14 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.2 & 0.15 & 0.21 & 0.07 \\ 0.24 & 0.04 & 0.07 & 0.14 \\ 0.53 & 0.3 & 0.07 & 0.07 \\ -0.47 & -0.43 & 0.07 & 0.21 \\ -0.26 & -0.64 & 0.14 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.25 & -0.42 & 0.07 & 0.14 \\ 0.07 & 0.18 & 0.14 & 0.07 \\ 0.37 & 0.13 & 0.14 & 0.07 \\ 0.03 & -0.42 & 0.07 & 0.14 \\ -0.63 & 0.26 & 0 & 0.07 \end{bmatrix}\right]$$

然后,依据式(22),计算每个方案针对各属性的前景值,并建立前景决策矩阵如下:

$$\boldsymbol{V}=[V(z_{ij}^t)]_{m\times n\times k}=\left[\begin{bmatrix} -0.34 & 0.22 & -0.22 & 0.1 \\ 0.19 & -0.27 & 0.33 & 0 \\ 0.57 & 0.51 & -0.41 & 0 \\ -1.16 & 0.09 & 0.1 & -0.22 \\ -0.63 & -0.41 & 0.26 & 0.18 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.25 & 0.18 & 0.26 & 0.1 \\ 0.29 & 0.05 & 0.1 & 0.18 \\ 0.57 & 0.35 & 0.1 & 0.1 \\ -1.16 & -1.07 & 0.1 & 0.26 \\ -0.69 & -1.51 & 0.18 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0.3 & -1.04 & 0.1 & 0.18 \\ 0.09 & 0.22 & 0.18 & 0.1 \\ 0.42 & 0.17 & 0.18 & 0.1 \\ 0.06 & -1.04 & 0.1 & 0.18 \\ -1.49 & 0.3 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}\right]$$

这里 α、β 和 θ 的取值采用文献[14]中的实验数据,即 $\alpha=\beta=0.88,\theta=2.25$ 。在此基础上,根据式(23)和(24)计算得到每个方案的综合前景值为:$U(A_1)=0.004,U(A_2)=0.126,U(A_3)=0.245,U(A_4)=-0.356,U(A_5)=-0.36$。最后,根据得到的每个方案综合前景值,可得到方案的排序结果为:$A_3\succ A_2\succ A_1\succ A_4\succ A_5$。

5　结语

本文针对带有决策者动态期望的混合型随机多属性决策问题,给出了一种决策分析方法。该方法考虑了决策者面对收益和损失具有不同风险态度的有限理性行为特征,将决策者在不同时期中对各属性的具体期望要求作为参照点,依据累积前景理论,构建相对于各时期参照点的益损决策矩阵和前景决策矩阵,并在此基础上,通过计算各方案关于整个决策时期的综合前景值来得到方案的排序结果。该方法计算过程简单,有较强的实用性与可行性,为解决考虑决策者有限心理行为特征的决策问题提供了一种新的途径,具有现实应用价值。

参考文献:

[1] Levy H. Stochastic dominance: Investment decision making under uncertainty [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1998.

[2] Tsetlin I, Winkler R L. On equivalent target-oriented formulations for multiattribute utility [J]. Decision Analysis, 2006, 3(2): 94-99.

[3] Nowak M. INSDECM-an interactive procedure for stochastic multicriteria decision problem [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 175(3): 1413-1430.

[4] Nowak M. Aspiration level approach in stochastic MCDM problems [J]. European Journal of Operational Research, 2007, 177(3): 1626-1640.

[5] Jacquet-Lagrèze E, Siskos Y. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision making: The UTA method [J]. European Journal of Operational Research, 1982, 10:151-164.

[6] Wang Yingming, Yang Jianbo, Xu Dongling. A preference aggregation method through the estimation of utility intervals [J]. Computers & Operations Research, 2005, 32(8): 2027－2049.

[7] Simon H A. A behavioral model of rational choice [J]. Quarterly Journal of Economics, 1955, 69(1): 99－118.

[8] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk [J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263－291.

[9] 刘作仪，查勇. 行为运作管理：一个正在显现的研究领域[J]. 管理科学学报，2009，12(4)：64－74.

[10] 张晓，樊治平. 一种基于前景随机占优准则的随机多属性决策方法[J]. 控制与决策，2010，25(12)：1875－1879.

[11] 胡军华，陈晓红，刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策，2009，24(10)：1477－1482.

[12] 王坚强，孙腾，陈晓红. 基于前景理论的信息不完全的模糊多准则决策方法[J]. 控制与决策，2009，24(8)：1198－1202.

[13] 夏勇其，吴祈宗. 一种混合型多属性决策问题的 TOPSIS 方法[J]. 系统工程学报，2004，19(6)：630－634.

[14] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty [J]. Journal of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297－323.

[15] Chip H, Richard P L, Wu G. Goals as reference points [J]. Cognitive Psychology, 1999, 38(1): 79－109.

[16] Ishibuchi H, Tanaka H. Multiobjective programming in optimization of the interval objective function [J]. European Journal of Operational Research, 1990, 48(2): 219－225.

[17] Bromiley P. A prospect theory model of resourceallocation [J]. Decision Analysis, 2009, 6(3): 124－138.

[18] Avineri E. The effect of reference point on stochastic network equilibrium [J]. Transportation Science, 2006, 40(4): 409－420.

Method for Hybrid Stochastic Multiple Attribute Decision Making Considering Decision Maker's Psychological Behavior

JIANG Guang-tian

(School of Economics and Management, Dalian jiaotong University, Dalian 116028, China)

Abstract: In this paper, a method considering decision maker's (DM's) psychological behavior is proposed to solve the hybrid stochastic multiple attribute decision making problem. In the method, the attribute values in the form of discrete random variables, grey random variables or linguistic assessment terms are first unified into [0, 1] interval. Then, the aspiration levels proposed by DM with respect to attributes in different phases are regarded as the reference points, and the loss and gain matrix is built by calculating the distance between attribute values and reference points. Further, the gain and loss values of alternatives concerning different attributes are calculated according to cumulative prospect theory. Moreover, the overall prospect values of alternatives are determined by aggregating the values of concerning different attributes in different phases, and a ranking of alternatives can be determined according to the obtained overall prospect values. Finally, a numerical example is used to illustrate the validity and feasibility of the proposed method.

Key words: stochastic multiple attribute decision making; psychological behavior; cumulative prospect theory; alternative ranking