

文章编号: 1001-0920(2009)06-0874-05

参数不确定的供应链传递函数 H 保成本计算与分析

葛汝刚, 黄小原

(东北大学 工商管理学院, 沈阳 110004)

摘要: 针对参数不确定的供应链传递函数系统, 提出基于 H 保成本计算的订货策略优选方法. 首先, 通过遗传算法(GA)和线性矩阵不等式(LMI)相结合的 H 保成本计算, 搜寻参数不确定的传递函数 H 范数; 然后, 根据传递函数 H 范数的大小, 比较其对于扰动抑制的能力, 确定供应链订货策略的选择; 最后, 对参数不确定的补货系统和基于生产控制系统的库存和订货系统两类供应链进行了仿真, 并进行了最优订货策略的选择与分析.

关键词: 供应链; 传递函数; H 保成本计算; 遗传算法

中图分类号: TP18; O934 **文献标识码:** A

H guaranteed cost computation and analysis of supply chain transfer function with uncertain parameters

GE Rur gang, HUANG Xiaoyuan

(School of Business Administration, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: GE Rur gang, E-mail: gerugang@163.com)

Abstract: The supply chain transfer function systems with uncertain parameters are investigated and an approach based on H guaranteed cost computation for order policies selection is proposed. By the H guaranteed cost computation combined genetic algorithm (GA) and linear matrix inequality (LMI), the transfer function H norm with uncertain parameters is searched. According to the rank of transfer function H norm, the capability of restraining disturbance is compared, and the order policies of supply chain are selected. Finally, two classes of supply chains, replenishment policies system and production planning and inventory control (PIC) system, are simulated. The optimal ordering policy is selected and discussed.

Key words: Supply chain; Transfer function; H guaranteed cost computation; Genetic algorithm

1 引言

近年来, 传递函数方法已成为描述供应链动态系统的方法之一. Disney 和 Towill 等^[1-3]应用传递函数方法研究了供应链动态性和订货策略, 取得了一定的成果. 最近, Jaksic^[4]采用传递函数模型研究了供应链系统的订货策略, 为供应链动态系统的研究提出了新的方法. 但到目前为止, 在供应链传递函数的研究中, 并未考虑运作管理中的不确定性. 而供应链传递函数的不确定性在实际应用中大量存在, 这些不确定性来自系统外部扰动和内部参数的变动^[5-7].

本文在 Jaksic 的订货策略传递函数^[4]和 Lalwani 的基于生产控制系统的库存与订货 (IOBPCS) 族传递函数^[8]的基础上, 主要考虑预测机

制、时滞以及运作服务水平改变等供应链系统内部的不确定性, 建立参数不确定的供应链传递函数模型. 首先建立参数不确定的传递函数模型; 然后给出一种基于 GA 算法的 H 保成本计算方法; 最后计算参数不确定的供应链传递函数 H 保成本函数, 并分析了供应链的订货策略.

2 参数不确定的供应链订货传递函数模型

参数不确定的供应链传递函数模型的一般形式为

$$H(z) = \frac{X(z)}{W(z)} = \frac{b_0(p)z^n + b_1(p)z^{n-1} + \dots + b_{n-1}(p)z + b_n(p)}{a_0(p)z^n + a_1(p)z^{n-1} + \dots + a_{n-1}(p)z + a_n(p)} \quad (1)$$

其中: $H(z)$ 是供应链传递函数的一般描述, $X(z)$ 是

收稿日期: 2008-04-21; 修回日期: 2008-08-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70572088); 教育部高等学校博士点专项基金项目(20050145022).

作者简介: 葛汝刚(1982—), 男, 辽宁抚顺人, 博士生, 从事供应链管理与电子商务的研究; 黄小原(1947—), 男, 河南罗山人, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、电子商务等研究.

输出的 z 变换, $W(z)$ 是输入扰动的 z 变换. 传递函数的分式多项式描述中, 分母多项式和分子多项式 z 的最高阶次为 n . $a_i(p)$ 和 $b_i(p)$ ($i = 0, 1, \dots, n$) 是传递函数多项式系数, 这里 $p = [p_1, p_2, \dots, p_l]^T$ 是不确定参数向量, 向量元素区间约束 $p_s \in [\underline{p}_s, \bar{p}_s]$ ($s = 0, 1, \dots, l$). 参数向量 p 表明了供应链运作过程中, 预测机制、时滞以及运作服务水平等的改变所带来的不确定性.

目前, 参数不确定的供应链传递函数有两种重要模型: 一是文献[4]提出的本文扩展后的参数不确定补货传递函数; 二是文献[8]提出的本文扩展后的基于生产控制系统的库存与订货 (IOBPCS 族) 参数不确定传递函数模型.

2.1 参数不确定的补货策略传递函数模型

参数不确定供应链补货有 5 种策略方式的传递函数, 即

$$\frac{Q}{D} = \frac{z}{z - (1 - \dots)}, \tag{2}$$

$$\frac{Q}{D} = \frac{z^2}{z^2 - (2 - \dots)z - (1 - \dots)(1 - \dots)}, \tag{3}$$

$$\frac{Q}{D} = \frac{L((T_L + 1) + \sqrt{T_L + 1}) + 1}{z - (1 - \dots)} \times \frac{L(T_L + \sqrt{T_L + 1}) + 1}{z - (1 - \dots)}, \tag{4}$$

$$\frac{Q}{D} = \frac{L(T_L + \sqrt{T_L + 1}) + 1}{z^2 - (2 - \dots)z + (1 - \dots)(1 - \dots)} \times \frac{L(T_L - 1 + \sqrt{T_L + 1}) + 1}{z^2 - (2 - \dots)z + (1 - \dots)(1 - \dots)}, \tag{5}$$

$$\frac{Q}{D} = \frac{L((T_L + \sqrt{T_L + 1})) + 1}{z^3 - (3 - \dots)z^2 + (3 - 2 - \dots)} \times \frac{L(T_L - 1 + \sqrt{T_L + 1}) + 1}{2 - \dots + \dots} \times \frac{Lz^2}{z - (1 - \dots)(1 - \dots)}. \tag{6}$$

式(2) ~ (6) 中的 5 种补货方式分别为 (R, \bar{D}) , (R, O) , (R, S) , (R, IP) 和 (R, O, IP) . 对于文献[4]模型的扩展, 就是考虑了不确定参数向量 $p = [L, \dots, T_L, J]^T$. 其中: L 是需求预测指数平滑参数, \dots 是库存位置平滑参数, \dots 是订货量平滑参数, \dots ; T_L 是补货提前期, $T_L \sim \bar{T}_L$ 是服务水平的预测需求标准差的时间变化率, \dots .

2.2 参数不确定的 IOBPCS 族传递函数模型

参数不确定的 IOBPCS 族的传递函数, 其净库存 (NS) 和订货量 (OR) 的 5 组传递函数方式如下:

$$\frac{NS}{D} = \frac{-z - (Ta/(1 + Ta))}{z^2 - (Ta/(1 + Ta))z}, \tag{7a}$$

$$\frac{OR}{D} = \frac{Ta/(1 + Ta)}{z - (Ta/(1 + Ta))}; \tag{7b}$$

$$\frac{NS}{D} = \frac{-z}{z^2 - z + (1/Ti)}, \tag{8a}$$

$$\frac{OR}{D} = \frac{(1/Ti)z}{z^2 - z + (1/Ti)}; \tag{8b}$$

$$\frac{NS}{D} = \frac{z^2 + (Ta/(1 + Ta))z + (a + Ti)/(Ti(1 + Ta))}{z^3 - (2 - (1/(1 + Ta)))z^2 + (1 + Ta(1 + Ti)/Ti(1 + Ta))z - (Ta/Ti(1 + Ta))}, \tag{9a}$$

$$\frac{OR}{D} = \frac{((1 + a + Ta + Ti)/(Ti(1 + Ta)))z^2 - ((a + Ta + Ti)/(Ti(1 + Ta)))z}{z^3 - (2 - (1/(1 + Ta)))z^2 + (1 + Ta(1 + Ti)/Ti(1 + Ta))z - (Ta/Ti(1 + Ta))}; \tag{9b}$$

$$\frac{NS}{D} = \frac{Ti + (1 + a + Ta + Ti)Tw}{TiTw(1 + Ta)} \times \frac{z^2 - \frac{1}{1 + Ta}z - \frac{1}{Tw}z^2 + \frac{Ti + (a + Ta + Ti)Tw}{TiTw(1 + Ta)}z}{Tw + TaTw + TaTiTw - Ti - 2TaTi} \times \frac{1}{TiTw(1 + Ta)} \times \frac{1}{TaTi - TaTw}, \tag{10a}$$

$$\frac{OR}{D} = \frac{-z^2 - \frac{TaTw - Ta - 1}{Tw(1 + Ta)}z + z^3 - (2 - \frac{1}{1 + Ta} - \frac{1}{Tw})z^2 + \frac{Ti + TaTi + aTw + TiTw}{TiTw(1 + Ta)} \times \frac{Tw + TaTw + TaTiTw - Ti - 2TaTi}{TiTw(1 + Ta)}z + \frac{1}{TaTi - TaTw}}{TiTw(1 + Ta)}; \tag{10b}$$

$$\frac{NS}{D} = \frac{-z^2 + ((TiTa - (1 + Ta))/Ti(1 + Ta))z + ((1 + a + Ta + Ti)/Ti(1 + Ta))z}{z^3 - (2 - (1/(1 + Ta)) - (1/Ti))z^2 - (Ta(1 - Ti)/Ti(1 - Ta))z}, \tag{11a}$$

$$\frac{OR}{D} = \frac{((1 + a + Ta + Tq + Ti)/Ti(1 + Ta))z - ((a + Ta + Tq + Ti)/Ti(1 + Ta))z}{(Ta(1 - Ti)/(1 + Ta)Ti)}. \tag{11b}$$

上述传递函数分别是 OBPCS (式(7)), IBPCS (式(8)), VIOBPCS (式(9)), APVIOBPCS(式

(10) 和 DEAPVIOBPCS(式(11)) 五种策略. 对于文献[8]模型的扩展,就是考虑了不确定参数向量 $p = [Ta, Ti, Tw, a, Tq]^T$. 其中: Ta 是指数预测的平均时间,为了保证稳定的响应, $-0.5 \leq Ta \leq 0.5$; Ti 是目标净存货与在订货中考虑的实际净存货之差, $-0.5 \leq Ti \leq 0.5$; Tw 是目标在制品库存水平与在订货中考虑的实际在制品库存水平之差, $-0.5 \leq Tw \leq 0.5$; a 是库存反馈前向增益, $a \geq 0$; Tq 是平均生产提前期的估计, $0 \leq Tq \leq 10$.

3 传递函数 H 保成本计算

3.1 供应链订货策略选择的机理

对于参数不确定的供应链传递函数系统,其 H 范数反映了系统抑制牛鞭效应的能力^[9]. 因此,可根据传递函数 H 范数的大小,比较其对于扰动抑制的能力,选择其中传递函数 H 范数最小的,作为供应链的订货策略.

3.2 参数确定的传递函数 H 范数计算

对于参数确定的传递函数 H 范数的计算,可以采用 Oliveira^[10] 提出的传递函数 H 范数的计算方法. 这是一种直接处理与传递函数等价的状态空间方程的 LMI 算法,即:

引理 1 (H 范数)^[10] 对于离散时间动态系统 $\{A, C, F, G\}$,

$$x(k+1) = Ax(k) + Fw(k), \quad (12)$$

$$z(k) = Cx(k) + Gw(k). \quad (13)$$

其中: $x(k)$ 是 n 维向量, $z(k)$ 和 $w(k)$ 均是 1 维标量, $\{A, C, F, G\}$ 则是相应维数的确定矩阵. 对于系统的 H 范数上界 μ , 如果 $H < \mu$ 成立, 则当且仅当存在矩阵 Q 和对称矩阵 P , 使得下述线性矩阵不等式 LMI 具有可行解:

$$\begin{bmatrix} P & A Q & F & 0 \\ Q A^T & Q + Q^T - P & 0 & Q^T C^T \\ F^T & 0 & I & G^T \\ 0 & C Q & G & \mu I \end{bmatrix} > 0. \quad (14)$$

应该指出,式(12)和(13)是对与供应链传递函数(1)对应的状态空间方程的描述,可通过传递函数转换成状态空间的方法来实现^[11]. 其中,传递函数 H 范数可通过式(14)的 LMI 计算得到.

3.3 参数不确定的传递函数 H 保成本计算

对于参数不确定的传递函数 H 保成本计算,是在前述 Oliveira 工作基础上的算法扩展,本文采用基于 GA 的传递函数 H 保成本计算. 如果系统(12)和(13)中的 $\{A, C, F, G\}$ 是关于 p 的不确定参数矩阵,则式(12)和(13)变成不确定性参数状态空间方程描述,即 $\{A(p), C(p), F(p), G(p)\}$.

本文提出一种基于 GA 的传递函数 H 保成本计算方法. 其中,将 Oliveira 的传递函数 H 范数作为 GA 算法中的适应度函数,即目标函数,用以衡量一次遗传过程中传递函数的抗干扰能力. 在整个遗传算法结束时,选择一个最小的 H 范数作为传递函数 H 保成本的结果. 这一方法的具体步骤如下:

Step1: 设定传递函数的参数初始值 $p^0 (k = 0)$, 并产生一组初始矩阵 $\{A(p^0), C(p^0), F(p^0), G(p^0)\}$, 应用式(14)计算初始的范数 H^0 .

Step2: 产生一组新的参数值. 通过 Matlab7.1 软件中的 GA 工具箱在不确定参数向量 p 的约束区间中,进行不确定参数选择、交叉和变异,产生一组新的参数值 p^k , 并产生一组新的矩阵 $\{A(p^k), C(p^k), F(p^k), G(p^k)\}$.

Step3: 计算适应度函数. 即通过参数不确定的供应链传递函数相应状态空间 $\{A(p^k), C(p^k), F(p^k), G(p^k)\}$ 的 H 计算,应用式(19)的 LMI 得到一个 H^k 范数.

Step4: 判定 $|H^k - H^{k-1}|$ (ϵ 是一个适当小的正数). 满足收敛条件,则结束;不满足,则 $k = k + 1$, 转 Step2, 继续.

4 参数不确定的供应链补货系统仿真

4.1 参数不确定的补货策略传递函数模型

按照文献[4]所给出的参数意义,对于不确定参数向量 $p = [, , , T_L,]^T$, 确定 5 个参数的变化区间分别为 $[0, 1], [0, 1], [0, 1], T_L [1, 10], [0, 1]$. 采用主频 1.66 MHz, 内存 512 M 移动 PC, 使用 Matlab7.1 软件中的 GA 和 LMI 工具箱,依据本文前述的算法计算补货策略的 5 种传递函数的 H 范数,其中算法 Step4 收敛条件参数 $\epsilon = 10^{-6}$. 计算结果表明, (R, O) 策略(即式(3))在以上的参数不确定区间中具有最小的 H 范数,其抑制牛鞭效应的能力最强,因此 (R, O) 是最优的补货策略,此时的最优参数为 $\tau = 0.9992, \theta = 0.6167, \sigma = 0, T_L = 0, \beta = 0$. 图 1 为 GA 进行 (R, O) 策略搜索最小化 H^k 的过程.

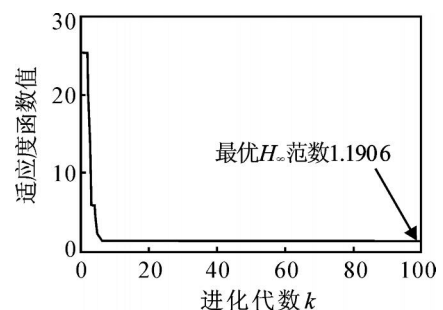
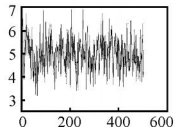
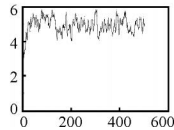
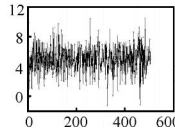
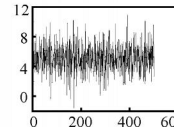
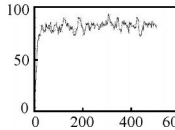


图 1 (R, O) 策略 H^k 的最小化过程

表 1 参数不确定的补货策略 H 范数计算和系统仿真

模型	(R, D)	(R, O)	(R, S)	(R, IP)	(R, O, IP)
H 范数	2.6882	1.1906	15.9327	28.2399	32.1927
牛鞭效应	0.4831	0.2611	2.6521	3.8013	4.2949
仿真图					

注：仿真图中横坐标为时间，纵坐标为订货量 O 。

然后，进行供应链补货系统仿真和牛鞭效应计算。需求 $D(k) \sim N(0, 2)$ ， $\tau = 1$ ，且 $D(k) > 0$ 。牛鞭效应的计算采用文献[2]的方法。仿真过程中，式(2)~(6)补货策略 LMI 最小负定参数分别是 -0.0770 ， -0.1475 ， -0.5062 ， -0.0710 ， -0.1233 。 H 范数计算和系统仿真结果见表 1。仿真结果进一步表明 (R, O) 是最优的补货策略。

4.2 参数不确定的 IOBPCS 族模型

参照文献[8]中对参数的描述，对于不确定参数向量 $p = [Ta, Ti, Tw, a, Tq]^T$ ， $Ta \in [-0.5, 0.5]$ ， $Tw \in [0.5, 2]$ ， $Ti \in [0.5, 2]$ ， $a \in [0, 1]$ ， $Tq \in [0, 2]$ 。依据本文前述的算法计算 IOBPCS 族的 5 种传递函数的 H 范数，其中算法 Step4 收敛条件参数 $\epsilon = 10^{-6}$ 。计算结果表明，OBPCS 策略(即式(7))在以上的参数不确定区间中，对于 NS/ D 和 OR/ D 两类传递函数都具有最小的 H 范数，其抑制牛鞭效应的能力最强，因此 OBPCS 策略是最优的补货策略。此时的最优参数仅有 Ta ，其余 4 个参数均为 0。对

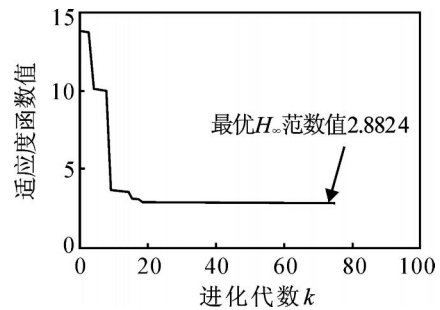


图 2 OBPCS/NS 策略(即式(7a)) H^{∞} 的最小化过程

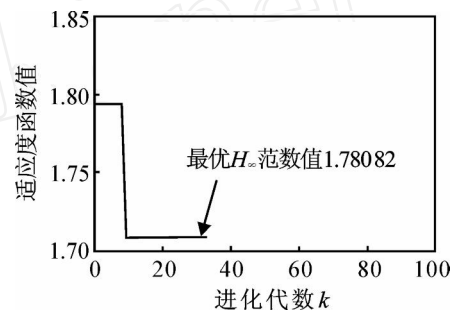
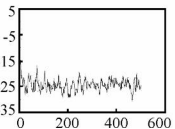
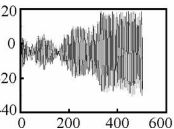
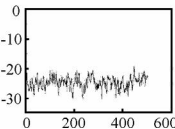
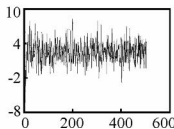
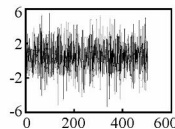


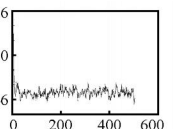
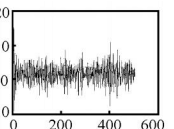
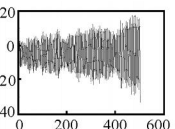
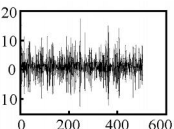
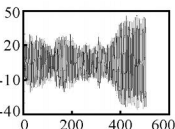
图 3 OBPCS/OR 策略(即式(7b)) H^{∞} 的最小化过程

表 2 参数不确定的 IOBPCS 族模型的 H 范数计算和系统仿真(NS/ D 模型)

NS/ D	OBPCS 策略	IBPCS 策略	VIOBPCS 策略	APVIOBPCS 策略	DEAPVIOBPCS 策略
H 范数	2.8824	70.7396	40.2617	15.2195	57.9035
牛鞭效应	0.7461	8.5445	3.0558	1.6943	3.9937
仿真图					

注：仿真图中横坐标为时间，纵坐标为订货量 OR 。

表 3 参数不确定的 IOBPCS 族模型的 H 范数计算和系统仿真(OR/ D 模型)

OR/ D	OBPCS 策略	IBPCS 策略	VIOBPCS 策略	APVIOBPCS 策略	DEAPVIOBPCS 策略
H 范数	1.7082	12.2152	35.0116	12.6905	50.6174
牛鞭效应	0.5489	2.1201	6.0330	2.5445	7.6943
仿真图					

注：仿真图中横坐标为时间，纵坐标为净库存 NS 。

于 NS/D 的传递函数, $T_a = 0.1250$; 对于 OR/D 传递函数, $T_a = -0.2813$. 图 2 和图 3 为 GA 进行 OBPCS 策略搜索最小化 H^k 的过程.

然后, 进行供应链补货系统仿真和牛鞭效应计算. 需求 $D(k) \sim N(0, \sigma^2)$, $\sigma = 1$, 且 $D(k) \geq 0$. H 范数计算和系统仿真结果见表 2 和表 3. 仿真过程中, 式 (7a), (8a), (9a), (10a), (11a) 和式 (7b), (8b), (9b), (10b), (11b) 的 LMI 最小负定参数分别是 -0.5286 , -0.6594 , -0.0013 , -0.0298 , -0.1295 ; -0.0538 , -0.6243 , -0.063 , -0.6034 , -0.5658 . 仿真结果进一步表明 OBPCS 是最优的补货策略.

通过对两类供应链订货系统传递函数的计算和仿真, 表明了所提出的算法能有效地找到最小的 H 范数, 按照此时确定的参数进行供应链运作, 可使系统的波动最小, 有效抑制了牛鞭效应.

5 结 论

供应链系统的一个重要指标是牛鞭效应, 即供应链系统传递函数的 H 范数, 它反映了系统抑制扰动的能力. 针对这一指标, 本文根据参数不确定传递函数 H 保成本计算, 提出了一种参数不确定的供应链订货策略优选方法. 通过计算和仿真, 表明了所提出的方法是有效的. 进一步的工作是考虑更为复杂的系统, 如参数不确定闭环供应链系统的订货与库存策略的优选和控制问题.

参考文献(References)

[1] Dejonckere J, Disney S M, Lambrecht M R, et al. Transfer function analysis of forecasting induced bullwhip in supply chain [J]. Int J of Production Economics, 2002, 78(1): 133-144.

[2] Disney J D, Towill, D R. A discrete transfer function model to determine the dynamic stability of a vendor managed inventory supply chain[J]. Int J of Production Research, 2002, 40(1): 179-204.

[3] Disney S M, Towill D R. On the bullwhip and inventory variance produced by an order policy [J]. Int J of

Management Science(OMEGA), 2003, 31(1): 157-167.

- [4] Jaksic M, Rusjan B. The effect of replenishment policies on the bullwhip effect: A transfer function approach[J]. European J of Operational Research, 2008, 184(6): 946-961.
- [5] 朱怀意, 朱道立, 胡峰. 基于不确定性的供应链风险因素分析[J]. 中国软科学, 2006, 20(3): 37-41. (Zhu H Y, Zhu D L, Hu F. Factor analysis of supply chain risks based on uncertainties[J]. China Soft Science, 2006, 20(3): 37-41.)
- [6] 周莉, 许淑君, Disney S M. 制造与再制造混合系统中库存与牛鞭效应的分析与优化[J]. 上海交通大学学报, 2005, 39(10): 1587-1591. (Zhou L, Xu S J, Disney S M. Analysis and optimization of inventory variance and bullwhip in a manufacturing/remufacturing system [J]. J of Shanghai Jiaotong University, 2005, 39(10): 1587-1591.)
- [7] 王晶, 孙海燕, 李伊岚. 供应链中的不确定性信息失真及其弱化策略[J]. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(12): 1481-1484. (Wang J, Sun H Y, Li Y L. Irregular information distortion and weakening methods in supply chains[J]. J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(12): 1481-1484.)
- [8] Lalwani C S, Disney S M, Towill D R. Controllable, observable and stable state space representations of a generalized order-up-to policy [J]. Int J of Production Economics, 2006, 101(2): 172-184.
- [9] Huang Xiao-yuan, Yan Ni-na, Guo Hai-feng. A H control method of the bullwhip effect for a class of supply chain systems[J]. Int J of Production Research, 2007, 45(1): 207-226.
- [10] Oliveira M C De, Geromel J C, Bernussou J. Extended H_2 and H norm characterizations and controller parametrizations for discrete-time systems[J]. Int J of Control, 2002, 75(9): 666-679.
- [11] Ogata K. Discrete time control systems[M]. 2nd ed. New York: Prentice Hall, 2006.

(上接第 873 页)

[10] 甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于信息融合估计的离散系统最优跟踪控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 81-85. (Zhen Z Y, Wang Z S, Wang D B. Discrete system

optimal tracking control based on information fusion estimation[J]. Control and Decision, 2009, 24(1): 81-85.)