

基于刚柔耦合的液压挖掘机机械臂非线性动力学研究

王相兵, 童水光

(浙江大学 能源工程学系, 杭州 310027)

摘要: 为准确描述液压挖掘机机械臂动力学模型,根据柔性多体动力学理论,采用模态函数描述臂架的弹性变形,利用 LAGRANGE 定理和虚功原理建立挖掘机臂架系统刚柔耦合的非线性动力学方程。对已建立的动力学方程利用 MATLAB 进行数值求解,运用仿真软件 ADAMS 及 NASTRAN 建立液压挖掘机机械臂刚柔耦合模型并进行仿真分析,通过对比二者结果表明动力学方程建模方法的正确性。运用数值求解方法进行模态计算和动力学响应分析,求解相关几何参数的一阶固有频率灵敏度,分析了影响机械臂动力学特性的主要模态参数,为进一步研究其结构优化及运动精度控制提供依据。

关键词: 柔性多体力学;刚柔耦合;数值求解;灵敏度;仿真分析

中图分类号: TU621 **文献标识码:** A

Nonlinear dynamical behavior analysis on rigid-flexible coupling mechanical arm of hydraulic excavator

WANG Xiang-bing, TONG Shui-guang

(Department of Energy Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: In order to accurately describe the dynamic model of hydraulic excavator's mechanical arm, modal functions were adopted to describe the elastic deformation of the mechanical arm. Lagrange theorem and the principle of virtual work were used to establish rigid-flexible coupling nonlinear dynamic equations of the arm frame system. The dynamic equations were numerically solved by MATLAB. The rigid-flexible coupling model of the arm was established and simulated by the simulation software ADAMS and NASTRAN. It is shown that the modeling method of dynamic equations adopted in this paper is correct by comparing the both results. The modal responses were numerically calculated the sensitivity of the first natural frequency to the geometric parameters related was investigated and the main modal parameters were analyzed which influence dynamic characteristics of the arm. The results provide the basis for the further optimization of excavator structure and the motion error control.

Key words: flexible multi-body dynamics; rigid-flexible coupling; numerical solution; sensitivity; simulation analysis

液压柔性机械臂系统是机械系统、液压系统与控制系统的耦合系统,各种力学因素相互作用、相互影响,表现出强非线性动力学特性,臂架的柔性变形不容忽视。同时,由于采用了轻质结构,其过大的变形对动态性能会造成极大影响。为了对其进行动态优化设计和运动精密控制,需要进行精确的动力学分析^[1]。柔性机械臂的研究在建模、运动学与轨迹规划、动力学和控制上虽取得了大量的成果^[2-3],然而已有的结构动力学研究基本采用瞬时结构假设,及单独考虑刚体运动与柔性变形,忽略刚柔耦合产生的非线性动力学效

应。目前,国内外学者对液压挖掘机机械臂的研究大都局限于臂杆的刚性范围内,没有考虑到柔性变形对整个系统动态特性的影响^[4-5]。对液压挖掘机机械臂动力学性能的结构特征值灵敏度分析大都通过试验获取,未从理论上进行推导,对其结构动力学研究处于探索阶段^[6-8]。近年来,随着计算机仿真技术的不断发展,对机械臂进行刚柔耦合结构动力学仿真正成为研究的热点。

本文将将以液压挖掘机的臂架系统为研究对象,将臂杆模拟成柔性机械臂,不考虑各臂杆铰接处和液压缸连接处的摩擦,充分考虑刚体运动与柔性变形,建立刚柔耦合的动力学模型,通过数值求解的方法对其典型工况运动情况进行计算,利用 ADAMS 和 NASTRAN 软件建立液压挖掘机工作装置刚柔耦合模型并进行仿

真分析,对比分析二者结果以验证本文建模方法的正确性。最后利用数值分析的方法对机械臂的动力学特性进行研究,研究结构参数变化对其结构灵敏度影响,为进一步研究臂架的结构优化和运动精确控制提供依据。

1 基于多柔体理论的虚拟样机动力学建模

在液压挖掘机机械臂的运动过程中,刚性运动与柔性变形相互作用形成刚柔耦合的多柔体系统,表现出非线性动力学特性。充分考虑刚体运动与柔性变形的影响,运用弹性力学、分析力学知识,采用Lagrange定理、假设模态法和虚功原理建立液压挖掘机机械臂的动力学模型。

1.1 坐标系和广义坐标的建立

图1所示为液压挖掘机机械臂的结构简图,臂杆采用液压缸驱动。液压挖掘机的工作装置由动臂、斗杆、末端铲斗、液压驱动缸1、液压驱动缸2、液压驱动缸3组成。

建立图2所示的总体坐标系,臂架模拟为等截面的Bernoulli梁,其中动臂分为 l_1 、 l_2 两部分,斗杆为 l_3 , m_b 为铲斗的集中质量。采用假设模态法^[9-10]描述臂杆上任一位置处的弹性变形。其原点 O 为机械臂的基座点。在 O_1 、 O_2 处建立局部坐标系 $\Sigma_1 = O_1x_1y_1$ 、 $\Sigma_2 = O_2x_2y_2$ 构成两个广义坐标。令 $\eta = [\theta_1 \quad q^1 \quad \theta_2 \quad q^2]^T$ 代表其广义坐标 $\dot{\eta} = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{q}^1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{q}^2]^T$ 代表其广义速度向量。

1.2 臂架系统的动能

采用假设模态法建立臂杆的弹性变形方程。臂杆的变形 u 为时间 t 和 x 的函数即 $u(x,y)$,将 k 臂杆上 k 点的变形 u 用模态基函数 φ_{kl} 的线性组合^[11]表示为:

$$u_k(x,y) = \sum_{l=1}^{n_k} \varphi_{kl} q_{kl} \quad (1)$$

$k = 1, 2, 3, \dots$

式中 q_{kl} 为对应 φ_{kl} 的与时间 t 相关的广义坐标, φ_{kl} 为与局部坐标 x 相关的 k 臂杆的 l 阶模态振型基函数, n_k 为模态阶数。在工程结构中一阶模态在弹性振动中占据了绝大部分的比重^[12],所以取 $n_k = 1$,即一阶弹性模态,研究其性能完全可以满足工程结构需要,其模态基函数为:

$$\varphi_1(x) = \sin\left(\frac{\pi x_1}{L}\right) \quad (2)$$

计算动臂架 l_1 段的动能,如图3所示。由位置矢量可知, r_1 为点 P_1 在动坐标系 $O_1x_1y_1$ 中的位置矢量, $r_1 = [u_{x1} \quad u_{y1}]^T$, $u_{x1} = [x_1 \quad 0]^T$,在 $\Sigma_1 = O_1x_1y_1$ 坐标系中,对于 l_1 上任意点的矢量为:

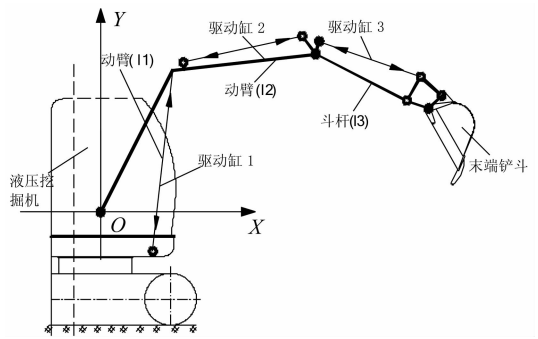


图1 液压挖掘机机械臂结构示意图
Fig. 1 The hydraulic excavator's mechanical arm structure diagram

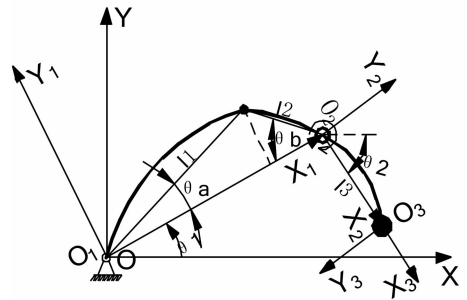


图2 系统坐标与广义坐标
Fig. 2 System coordinate and the generalized coordinates

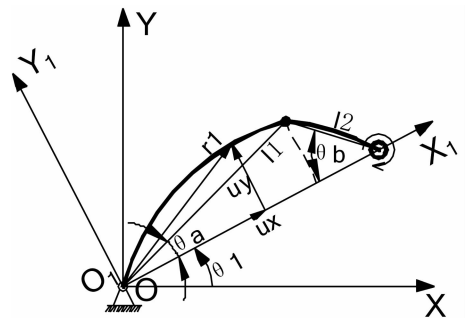


图3 臂杆的 l_1 坐标示意图
Fig. 3 The coordinate schemes of the boom l_1

$$r_{01} = A_1 r_1 = A_1 (u_{x1} + u_{y2}) \quad (3)$$

式中, r_{01} 为臂杆 l_1 上点 P 在惯性坐标系 Oxy 中的位置矢量, $u_{y1} = [0 \quad \varphi_1 q^1]^T$, A_1 为局部坐标系 $O_1x_1y_1$ 到总体坐标系 Oxy 的旋转变换矩阵,即;

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$L = l_1 \cos\theta_a$ 为 φ_1 对应的动点 P 的局部坐标,设 $L = l_1 \cos\theta_a + l_2 \cos\theta_b$,即 $\varphi_1 = \sin \frac{\pi x_1 / \cos\theta_a}{L}$;

$$\dot{x}_1 = \frac{\partial x_1}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

由此可得 P_1 点速度:

$$r_{01} = \dot{A}_1 r_1 + A_1 \dot{r}_1 = \dot{A}_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ \varphi_1 q_1 \end{bmatrix} + A_1 \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{\varphi}_1 \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \frac{\partial A_1}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ \varphi_1 q_1 \end{bmatrix} +$$

$$A_1 \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi_1 \dot{q}_1 \end{bmatrix} = BA_1 r_1 \dot{\theta}_1 + A_1 \dot{r}_1 \quad (6)$$

式中 $B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

假定臂杆 l_1 为均质杆, $\bar{m}_1 = m/l$ 表示其平均质量, 则臂杆 l_1 动能为:

$$T_1 = \frac{1}{2} \bar{m}_1 \int_0^{l_1 \cos \theta_a} r_{01}^T r_{01} dx_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}^T M_1 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $M_1 = \int_0^{l_1 \cos \theta_a} \bar{m}_1 \begin{bmatrix} D_{11}^T D_{11} & D_{11}^T A_{1y} \\ D_{11}^T A_{1y} & A_{1y}^T A_{1y} \end{bmatrix} dx_1$

$A_{1y} = A_1 [0 \ \varphi_1]^T$, $D_{11} = BA_1 [x_1 \ \varphi_1 q^1]^T$

对动臂的 l_2 段:

$$u_{x1} = [x_1 \ \varphi_3 q^1]^T, \quad u_{y1} = [0 \ \varphi_2 q^1]^T$$

$$\varphi_2 = \sin\left(\frac{\pi x_1 / \cos \theta_b}{L}\right), \quad \dot{x}_1 = \frac{\partial x_1}{\partial t} = 0$$

其动能为:

$$T_2 = \frac{1}{2} \bar{m}_2 \int_0^{l_1 \cos \theta_a + l_2 \cos \theta_b} r_{01}^T r_{01} dx_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}^T M_2 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中

$$M_2 = \int_{l_1 \cos \theta_a}^L \bar{m}_2 \begin{bmatrix} D_{22}^T D_{22} & D_{22}^T A_{2y} \\ D_{22}^T A_{2y} & A_{2y}^T A_{2y} \end{bmatrix} dx_1 = \int_{l_1 \cos \theta_a}^{l_1 \cos \theta_a + l_2 \cos \theta_b} \bar{m}_2 \begin{bmatrix} D_{22}^T D_{22} & D_{22}^T A_{2y} \\ D_{22}^T A_{2y} & A_{2y}^T A_{2y} \end{bmatrix} dx_1$$

$A_{2y} = A_1 [0 \ \varphi_2]^T$, $D_{22} = BA_1 [x_1 \ \varphi_2 q^1]^T$

同理, r_{02} 为臂杆 l_2 上任意点 P 在惯性坐标系 Oxy 中的位置矢量, r_2 为点 P_2 在动坐标系 $O_2 x_2 y_2$ 中的位置矢量

$$r_2 = [u_{x2} \ u_{y2}]^T$$

$$u_{x2} = [0 \ u_3]^T = [0 \ \varphi_3 q^2]^T$$

$$\varphi_3 = \sin\left(\frac{\pi x_2}{l_3}\right) \dot{x}_2, \quad \frac{\partial x_2}{\partial t} = 0$$

设 A_2 为局部坐标系 $O_2 x_2 y_2$ 到总体坐标系 Oxy 的旋转变换矩阵,

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

动点 P_2 表达式为:

$$r_{02} = BA_1 r_{01} \dot{\theta}_1 + A_2 \dot{r}_2 + BA_2 r_2 \dot{\theta}_2 \quad (10)$$

则其动能表达式为:

$$T_3 = \frac{1}{2} \bar{m}_3 \int_0^{l_3} r_{02}^T r_{02} dx_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}^T M_3 \begin{bmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中:

$$M_3 = \int_0^{l_3} \bar{m}_3 \begin{bmatrix} D_{33}^T D_{33} & D_{33}^T A_{3y} \\ D_{33}^T A_{3y} & A_{3y}^T A_{3y} \end{bmatrix} dx_2$$

$A_{3y} = A_2 [0 \ \varphi_3]^T$, $D_{33} = BA_2 [x_2 \ \varphi_3 q^2]^T$

对于末端铲斗, 首先简化动力学模型, 将铲斗和重物载荷视为集中质量 m_p , 忽略连杆弹性变形对端点载荷的动能和势能的影响, 末端位置矢量为:

$$r_p = \begin{bmatrix} u_{px} \\ u_{py} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \cos \theta_1 + l_3 \cos \theta_2 \\ L \sin \theta_1 + l_3 \sin \theta_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

末端铲斗集中质量动能为:

$$T_m = \frac{1}{2} \bar{m}_p \left[\frac{dr_p}{dt} \right]^T \frac{dr_p}{dt} = \frac{1}{2} m_p \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} L^2 & 0 & Ll_3 \cos(\theta_1 - \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ Ll_3 \cos(\theta_1 - \theta_2) & 0 & l_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

则臂架系统的总动能为:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_m = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T M \dot{\eta} \quad (14)$$

其中质量矩阵 M 由各质量阵装配得到:

$$M = \begin{bmatrix} M_1 + M_2 & & & \\ & M_3 & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}^{4 \times 4} + M_p^{4 \times 4} = \begin{bmatrix} M_1 + M_2 & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & M_3 \end{bmatrix}^{4 \times 4} + \begin{bmatrix} m_p L^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_p Ll_3 \cos(\theta_1 - \theta_2) & 0 \\ 0 & m_p Ll_3 \cos(\theta_1 - \theta_2) & m_p l_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$M_1 + M_2 =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)(l_1 \cos \theta_a)^3 + \bar{m}_2 L}{3} + \frac{(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos \theta_a + \bar{m}_2 L}{2} q^1 & \frac{2L(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos^2 \theta_a + \bar{m}_2 L \cos \theta_b}{\pi} \\ \frac{2L(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos^2 \theta_a + \bar{m}_2 L \cos \theta_b}{\pi} & \frac{(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos \theta_a + \bar{m}_2 L}{2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} \frac{\bar{m}_3 l_3^3}{3} + \frac{\bar{m}_3 l_3}{2} q^2 & \frac{2(\bar{m}_3) l_3^2}{\pi} \\ \frac{2(\bar{m}_3) l_3^2}{\pi} & \frac{(\bar{m}_3) l_3}{\pi} \end{bmatrix} \quad (17)$$

1.3 臂架系统的势能

液压挖掘机运动过程中会发生弹性势能和重力势能的变化,臂架的弹性变形势能为:

$$V = \frac{1}{2} E_1 I_1 \int_0^{l_1 \cos \theta_a} \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \right]^2 dx_1 + \frac{1}{2} E_2 I_2 \int_{l_1 \cos \theta_a}^{l_1 \cos \theta_a + l_2 \cos \theta_b} \left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} \right]^2 dx_1 + \frac{1}{2} E_3 I_3 \int_0^{l_3} \left[\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \right]^2 dx_2 \quad (18)$$

式中 E 表示材料的弹性模量, E_1, E_2, E_3, E_4 分别表示臂杆 l_1, l_2, l_3 截面的平均惯性矩。将模态基函数代入(18),用矩阵表示其广义坐标形式的弹性变形势能为:

$$V = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ q^1 \\ 0 \\ q^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & K_{11} & & \\ & & 0 & \\ & & & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ q^1 \\ 0 \\ q^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \eta^T K \eta \quad (19)$$

式中 K 表示刚度矩阵,其中:

$$K_{11} = E_1 I_1 \int_0^{l_1 \cos \theta_a} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1^2} dx_1 + E_2 I_2 \int_{l_1 \cos \theta_a}^{l_1 \cos \theta_a + l_2 \cos \theta_b} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x_1^2} dx_1 = \frac{\pi^4 E_1 I_1}{2(l_1 \cos \theta_a)^3} + \frac{\pi^4 E_2 I_2}{2(l_1 \cos \theta_a + l_2 \cos \theta_b)^3} - \frac{\pi^4 E_2 I_2}{2(l_1 \cos \theta_a)^3} \quad (20)$$

$$K_{22} = E_3 I_3 \int_0^{l_3} \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial x_2^2} dx_2 = \frac{\pi^4 E_3 I_3}{2l_3^3} \quad (21)$$

忽略臂架变形引起的势能变化,则其重力势能可表示为:

$$U = \frac{1}{2} m_1 g l_1 \sin(\theta_1 - \theta_a) + \frac{1}{2} m_2 g l_2 \sin(\theta_1 - \theta_b) + m_3 g \left(L \sin \theta_1 + \frac{1}{2} l_3 g \sin \theta_2 \right) + m_p g (L \sin \theta_1 + l_3 \sin \theta_2) \quad (22)$$

1.4 液压驱动的动力学模型

挖掘机机械臂采用液压缸驱动装置,机械臂与液压缸铰接于臂架上一点,臂杆和液压缸铰接的结构示意图如图4所示, A_i, B_i 表示液压缸与相邻臂杆的铰接点, $a_{32} + a_{41} = L_1, a_{21} = 0, a_{12} = l_1, a_{22} = l_2$ 。则三个液压缸的位移矢量分别为:

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{r}_{OB_1} - \mathbf{r}_{OA_1} = \begin{bmatrix} R_{1x} \\ R_{1y} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cos(\theta_1 + \theta_a) - q^1 \sin \frac{\pi a_{12}}{L \cos \theta_a} \sin(\theta_1 + \theta_a) \\ a_{12} \sin(\theta_1 + \theta_a) + q^1 \sin \frac{\pi a_{12}}{L \cos \theta_a} \cos(\theta_1 + \theta_a) \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ -a_{10} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{r}_{OB_2} - \mathbf{r}_{OA_2} =$$

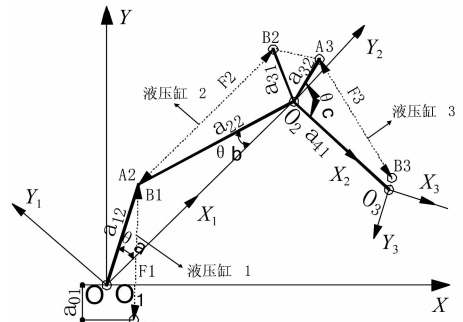


图4 臂杆和液压缸铰接示意图

Fig. 4 The pin-connected joint's connection diagram of cylinder devices on boom bar

$$\begin{bmatrix} a_{11} \cos \theta_1 - a_{31} \cos \theta_2 - q^2 \sin \frac{\pi a_{31}}{l_2} \sin \theta_2 \\ a_{12} \sin \theta_1 - a_{31} \sin \theta_2 + q^1 \sin \frac{\pi a_{31}}{L \cos \theta_a} \cos \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{2x} \\ R_{2y} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} L \cos \theta_1 - l_2 \cos \theta_2 - q^2 \sin \frac{\pi L_1}{l_2} \sin \theta_2 \\ L \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2 + q^2 \sin \frac{\pi L_1}{l_2} \cos \theta_2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} L \cos \theta_1 - a_{32} \cos \theta_2 - q^2 \sin \frac{\pi a_{32}}{l_2} \sin \theta_2 \\ L \sin \theta_1 - a_{32} \sin \theta_2 + q^2 \sin \frac{\pi a_{32}}{l_2} \cos \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{3x} \\ R_{3y} \end{bmatrix} \quad (25)$$

则液压缸的驱动力、动力矩为:

$$\begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{Ri} \ddot{R}_{ix} + c_i \dot{R}_{ix} - k_i R_{ix} + f_{i0} \\ m_{Ri} \ddot{R}_{iy} + c_i \dot{R}_{iy} - k_i R_{iy} + f_{i1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

式中: $m_{Ri}, R_{ix}, c_i, k_i, f_{ix}, f_{iy}$ 分别为液压缸活塞质量、位移, 液压缸阻尼系数、弹簧刚度、弹性力初始状态值, $\dot{R}_{ix}, \ddot{R}_{ix}$ 表示液压缸的速度、加速度, $i = 1, 2, 3$:

$$T_1 = F_{1y} a_{12} \cos(\theta_1 + \theta_a) + F_{1x} a_{12} \sin(\theta_1 + \theta_a) \quad (27)$$

$$T_2 = F_{2y} a_{12} \cos(\theta_1 - \theta_b) + F_{2x} a_{12} \sin(\theta_1 - \theta_b) \quad (28)$$

$$T_3 = F_{3y} a_{32} \cos(\theta_c - \theta_2) + F_{3x} a_{32} \sin(\theta_c - \theta_2) \quad (29)$$

1.5 液压挖掘机机械臂柔性多体动力学模型

在液压挖掘机的柔性机械臂的广义坐标系 $\eta = [\theta_1, q^1, \theta_2, q^2]^T$ 中, 设 Lagrange 函数 $L = T - U - V$, 将动能 T 、弹性变形势能 V 及重力势能 U 代入第二类拉格朗日方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\eta}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \eta} \right) = Q_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (30)$$

得到:

$$M \ddot{\eta} + \dot{M} \dot{\eta} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial M}{\partial \eta} \right)^T \dot{\eta} + K \eta + \frac{\partial M}{\partial \eta} = Q_k \quad (31)$$

式中 Q_i 表示广义坐标力, 根据虚功原理, 广义驱动力所做的功:

$$\delta W = \tau_2 \delta \left[\theta_1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \Big|_{x_1 = \frac{a_{12}}{\cos \theta_b}} \right] - \tau_1 \delta \left[\theta_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1 = \frac{a_{12}}{\cos \theta_a}} \right] +$$

$$\tau_3 \delta \left[\theta_2 + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \Big|_{x_3 = a_{32}} \right] - \tau_2 \delta \left[\theta_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1 = \frac{a_{12}}{\cos \theta_b}} \right] + m_p g l_3 \delta \left[\theta_2 + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \Big|_{x_2 = l_3 \cos \theta_2} \right] \quad (32)$$

式中： u_1, u_2, u_3 分别表示机械臂各段模态函数。 Q_k 取液压缸驱动力为主动力，以力矩形式表示，则其广义力列阵为：

$$Q_k = \left[\tau_2 - \tau_1 \quad \frac{\pi}{L \cos \theta_b} \tau_2 - \frac{\pi}{L \cos \theta_a} \tau_1 \quad \tau_3 - \tau_2 \frac{\pi}{l_3} \tau_3 - \frac{\pi}{L \cos \theta_b} \tau_2 \right] \quad (33)$$

$$M_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)(l_1 \cos \theta_a)^3 + \bar{m}_2 l^3}{3} + m_p l^2 + m_{R_1} a_{12} [L \cos 2\theta_1 - \theta_b) + \cos(\theta + \theta_b)] + m_{R_1} a_{12}^2 \cos(\theta_1 + \theta_a) & \frac{2L(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos^2 \theta_a + \bar{m}_2 L \cos \theta_b}{\pi} \\ \frac{2L(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos^2 \theta_a + \bar{m}_2 L \cos \theta_b}{\pi} & \frac{\pi m_{R_1} a_{12}^2 \cos(\theta_a - \theta_b)}{L \cos \theta_a} \end{bmatrix} + \frac{(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos \theta_a + \bar{m}_2 L}{2} \quad (36)$$

$$M_{\theta q} = \begin{bmatrix} -m_{R_1} a_{12} a_{32} \cos(\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b) & m_p l l_3 \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_c) \\ \frac{\pi m_{R_2} a_{12} a_{32} \cos(\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b)}{L \cos \theta_a} & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$M_{qq} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{m}_3 l_3^3}{3} + m_p l_3^2 + m_{R_3} (l_2 + a_{32}) - m_{R_1} a_{12} a_{32} (\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b) & \frac{2\bar{m}_3 l_3^3}{\pi} \\ \frac{2\bar{m}_3 l_3^3}{\pi} + \frac{\pi m_{R_3} (l_1 + a_{32})}{l_3} - \frac{\pi m_{R_2} a_{12} a_{32} \cos(\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b)}{L \cos \theta_a} & \frac{\bar{m}_3 l_3}{2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$K_{qq} = \frac{\pi^4}{2} \begin{bmatrix} \frac{E_3 I_3}{l_3^3} & 0 \\ 0 & \frac{E_1 I_1}{(l_1 \cos \theta_a)^3} + \frac{E_2 I_2}{(l_1 \cos \theta_a + l_2 \cos \theta_b)^3} - \frac{E_2 I_2}{(l_1 \cos \theta_a)^3} \end{bmatrix} \quad (39)$$

方程 (34)、(35) 实际是对非线性方程的线性转化，相当于二阶非线性系统在阶跃激振力下作受迫振动，其中激振力为 $V\theta^2$ ，其振动频率即为二阶非线性系统振动固有频率。

方程 (34)、(35) 也明显表现出刚性运动和弹性运动相互耦合即柔性多体动力学的基本特征。如果不考虑广义坐标 q ，即把式 (34)、(35) 中与广义坐标 q 的相关项省略，就得到了臂架的刚性模型。

2 动力学模型的数值求解与仿真分析

某型号液压挖掘机工作装置机械臂由三缸驱动，相应的几何参数如表 1 所示。运动参数为：初始角度 $\theta_1 = 1.36 \text{ rad}, \theta_2 = 0.85 \text{ rad}$ ；角速度 $\dot{\theta}_1 = 0, \dot{\theta}_2 = 0$ ；液压缸驱动力由图 5 所示的控制信号驱动产生。运动过程为：首先将动臂液压缸回缩到达地面位置的时一设置为 1 s，斗杆和铲斗液压缸伸出驱动斗杆和铲斗运动进行挖掘，总的挖掘过程设置为 3 s 内完成，求解步长设置为 0.05 s。利用 MATLAB 编程对 (34)、(35) 所建立的动力学模型进行数值求解得到液压挖掘机不同位

则整理后的臂架柔性多体动力学方程为：

$$m_{\theta\theta} \ddot{\theta} + m_{\theta q} \ddot{q} + v_{\theta\theta} \dot{\theta}^2 + D_q \dot{\theta} = Q_\theta \quad (34)$$

$$m_{qq} \ddot{q} + m_{\theta q}^T \ddot{\theta} + v_{q\theta} \dot{\theta}^2 + K_{qq} q = Q_q \quad (35)$$

式中： $m_{\theta\theta}, m_{\theta q}, m_{qq}$ 组成质量矩阵 M ， K_{qq} 为刚度矩阵， v 与 D 分别为速度的二次项和一次项系数矩阵。由于上述建模基于小变形假设，弹性运动的广义坐标 q 很小，忽略方程中的相关项，则动力学方程中的相应系数可表示为：

$$M_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)(l_1 \cos \theta_a)^3 + \bar{m}_2 l^3}{3} + m_p l^2 + m_{R_1} a_{12} [L \cos 2\theta_1 - \theta_b) + \cos(\theta + \theta_b)] + m_{R_1} a_{12}^2 \cos(\theta_1 + \theta_a) & \frac{2L(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos^2 \theta_a + \bar{m}_2 L \cos \theta_b}{\pi} \\ \frac{2L(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos^2 \theta_a + \bar{m}_2 L \cos \theta_b}{\pi} & \frac{\pi m_{R_1} a_{12}^2 \cos(\theta_a - \theta_b)}{L \cos \theta_a} \end{bmatrix} + \frac{(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)l_1 \cos \theta_a + \bar{m}_2 L}{2} \quad (36)$$

$$M_{\theta q} = \begin{bmatrix} -m_{R_1} a_{12} a_{32} \cos(\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b) & m_p l l_3 \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_c) \\ \frac{\pi m_{R_2} a_{12} a_{32} \cos(\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b)}{L \cos \theta_a} & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$M_{qq} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{m}_3 l_3^3}{3} + m_p l_3^2 + m_{R_3} (l_2 + a_{32}) - m_{R_1} a_{12} a_{32} (\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b) & \frac{2\bar{m}_3 l_3^3}{\pi} \\ \frac{2\bar{m}_3 l_3^3}{\pi} + \frac{\pi m_{R_3} (l_1 + a_{32})}{l_3} - \frac{\pi m_{R_2} a_{12} a_{32} \cos(\theta_1 + \theta_2 - \theta_c - \theta_b)}{L \cos \theta_a} & \frac{\bar{m}_3 l_3}{2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$K_{qq} = \frac{\pi^4}{2} \begin{bmatrix} \frac{E_3 I_3}{l_3^3} & 0 \\ 0 & \frac{E_1 I_1}{(l_1 \cos \theta_a)^3} + \frac{E_2 I_2}{(l_1 \cos \theta_a + l_2 \cos \theta_b)^3} - \frac{E_2 I_2}{(l_1 \cos \theta_a)^3} \end{bmatrix} \quad (39)$$

置处动力学响应曲线，图 6、图 7 分别为动臂、斗杆位移和速度响应曲线。

表 1 液压挖掘机工作装置参数表

Tab. 1 Parameters of the working device for hydraulic excavator

构件 i	构件长度 l_i/m	平均质量 $\bar{m}_i/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	铰点分布 a_{ij}/m	转角参数
1	$l_1 = 1.995$	$\bar{m}_1 = 266.67$	$a_{01} = 0.315$ $a_{11} = 0.150$ $a_{12} = 1.995$	$\theta_a = 54$
2	$l_2 = 1.700$	$\bar{m}_2 = 284.706$	$a_{22} = 1.70$	$\theta_b = 24$
3	$l_3 = 1.945$	$\bar{m}_3 = 503.856$	$a_{31} = 0.364$ $a_{32} = 0.214$ $a_{33} = 1.73$	$\theta_c = 124$
$m_p = 54$				

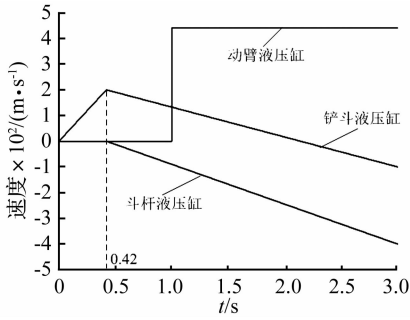


图5 液压缸的控制信号
Fig.5 The control signals of hydraulic cylinder

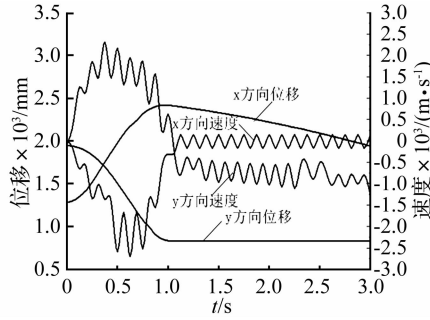


图6 动臂末端运动位移和速度数值求解曲线
Fig.6 Moving arm end's numerical solution curve of movement position and velocity

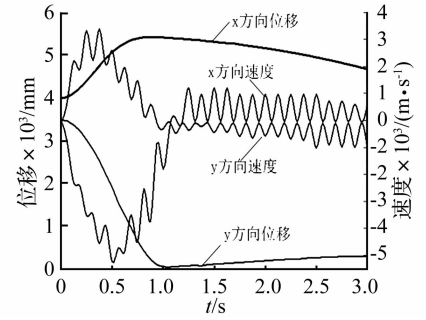


图7 斗杆末端运动位移和速度数值求解曲线
Fig.7 Bucket bar end's numerical solution curve of movement position and velocity

同样,采用仿真的方法对液压挖掘机柔性机械臂进行动力学仿真可得相应的动力学仿真曲线。首先需建立液压挖掘机机械臂刚柔耦合的虚拟样机模型。液压挖掘机机械臂刚柔耦合模型的建立及仿真过程如下:首先利用有限元分析软件 NASTRAN 建立动臂和斗杆的有限元模型。在模型的每个铰孔中利用 RBE2 单元建立蜘蛛网刚性区域,利用 ROD 单元模拟刚性销轴,得到动臂和斗杆的柔性体。对柔性体进行模态分析,生成模态中性文件 .mnf ,将模态中性文件导入 ADAMS 中替换相应的刚性体,建立液压挖掘机刚柔耦合模型。选择典型挖掘工况进行仿真,图8表示液压挖掘机机械臂刚柔耦合动力学仿真,图9和图10表示动臂、斗杆末端刚柔运动位移和速度仿真曲线。

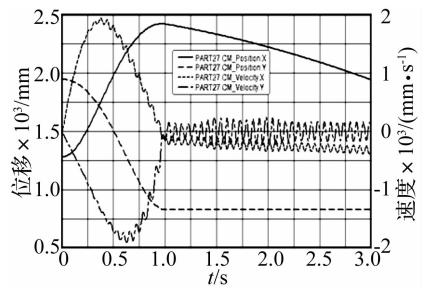


图9 动臂末端的运动位移和速度仿真曲线
Fig.9 Moving arm end's simulation curve of movement position and velocity

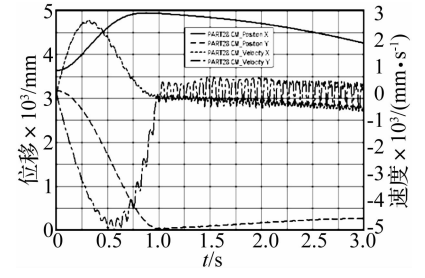


图10 斗杆末端的运动位移和速度仿真曲线
Fig.10 Bucket bar end's simulation curve of movement position and velocity

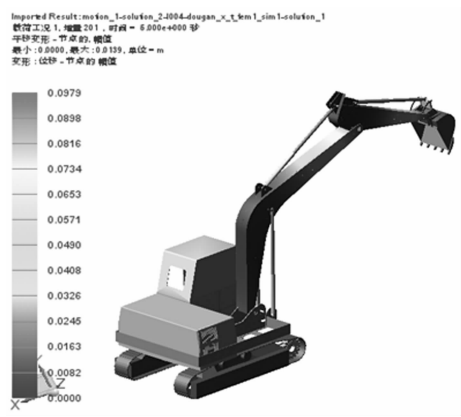


图8 液压挖掘机机械臂刚柔耦合动力学仿真
Fig.8 Rigid-flexible coupling dynamics simulation of hydraulic excavator's mechanical arm

通过对比数值求解和仿真结果可知,液压挖掘机柔性机械臂在标准挖掘过程中各动臂和斗杆的位移和速度的响应的变化趋势基本一致,二者的误差值在 0.1 之内,说明建模和求解的过程和方法是正确的。

3 基于数值求解的动态特性分析

研究液压挖掘机动态特性的关键问题之一就是确定设计结构参数对动态性能的影响程度。进行结构特征灵敏度分析可以求出结构各部分质量、刚度及阻尼的微小变化对结构特征值与特征向量改变的敏感程度,从而指导结构动力参数的修改^[13]。质量和刚度的灵敏度矩阵由中心差分法得到^[14]:

$$\frac{\partial [M]}{\partial p_i} = \frac{[M(p_i + \Delta p_i)] - [M(p_i)]}{\Delta p_i} \quad (40)$$

$$\frac{\partial [K]}{\partial p_i} = \frac{[K(p_i + \Delta p_i)] - [K(p_i)]}{\Delta p_i} \quad (41)$$

进一步可得动特性参数对结构参数的灵敏度矩

阵表达式^[15-17]：

$$\frac{\partial \omega_j}{\partial p_i} = \frac{1}{2\omega_j} \left(\phi_j^T \frac{\partial K}{\partial p_i} \phi_j - \omega_j^2 \phi_j^T \frac{\partial M}{\partial p_i} \phi_j \right) \quad (42)$$

式中 ω_j 代表相关部件第 j 阶固有频率, ϕ_j 代表相应的第 j 阶固有振型。可知模态频率对性能参数的灵敏度灵敏度与质量、阻尼和刚度矩阵的灵敏度以及振动速度、激励频率以及结构的物理参数相关。

对式(35) - (42)所建立的动力学模型利用 MATLAB 编程进行计算得到相关几何参数的一阶固有频率灵敏度及各部位的模态响应。

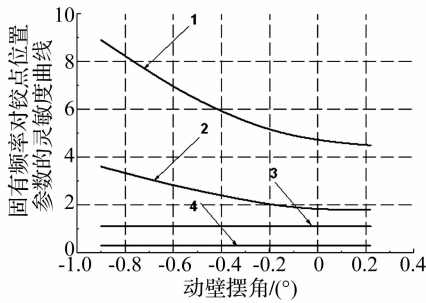


图 11 固有频率对铰点位置参数灵敏度随动臂转角变化曲线

Fig. 11 The sensitivity curve of natural frequency on the joint's position parameters changed with the main arm's rotation angle

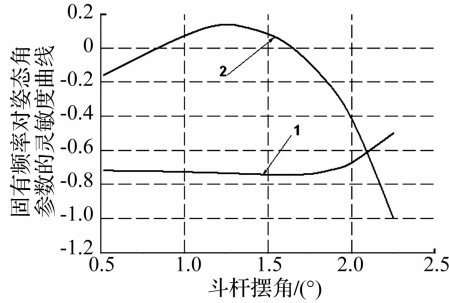


图 12 固有频率对姿态角参数灵敏度随斗杆转角变化曲线

Fig. 12 The sensitivity curve of natural frequency on the attitude angle parameters changed with the bucket bar's rotation angle

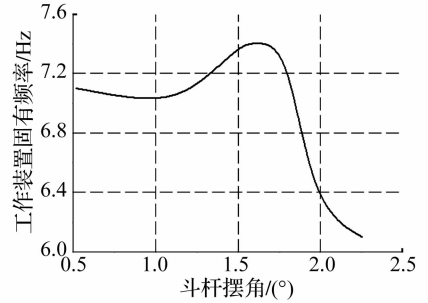


图 13 工作装置固有频率随斗杆转角变化曲线

Fig. 13 The natural frequency curve of working device changed with the bucket bar's rotation angle

分析图 11 表明：铰点位置分布的灵敏度对工作装置的工作模态影响较大,对动臂而言,铰点距离 L 的灵敏度相对其他参数影响更为明显。图 12 表明：姿态角的灵敏度曲线大部分位于 0 刻度曲线以下,说明在液压缸的伸长过程中,固有频率呈下降趋势;工作装置的固有频率随动臂姿态角的灵敏度的变化稳定,随斗杆姿态角的变化比较明显。图 13 表明：斗杆摆角对工作装置的固有频率影响较大。分析图 14、图 15 表明：挖掘机在液压缸力矩驱动下的模态响应表现出明显的非线性,其模态振幅为 10^{-2} m,是在刚性响应的基础上的小幅振动;其竖向振动最为强烈,一阶固有频率对机械臂的振动影响最大。

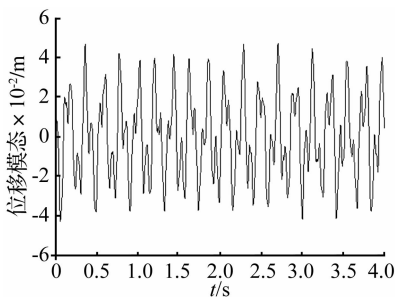


图 14 动臂与斗杆连接孔处竖直方向位移模态响应
Fig. 14 Vertical displacement modal response in the connection hole of the main arm and the bucket bar

图 11 为固有频率对动臂铰点位置变化的灵敏度曲线,图中 1、2、3、4 分别表示工作装置固有频率对动臂铰点距离 L 、动臂弯度、动臂长度 l_1 和 l_2 等铰点位置参数的灵敏度值随动臂摆角变化的分布;图 12 为工作装置固有频率对动臂转角和斗杆姿态角的灵敏度值随斗杆摆角变化分布曲线;1、2 分别代表固有频率对动臂和斗杆姿态角的灵敏度曲线;图 13 为固有频率随斗杆转角变化的曲线,图 14 为动臂与斗杆连接孔处竖直方向位移模态响应,图 15 为动臂与斗杆连接孔处竖直方向位移模态响应频谱图。

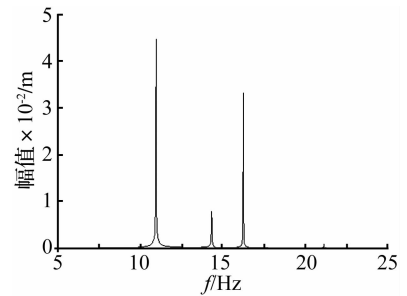


图 15 动臂与斗杆连接孔处竖直方向位移模态响应频谱图

Fig. 15 Spectrogram vertical displacement modal response in the connection hole of the main arm and the bucket bar

4 结 论

论文基于多柔体理论对液压挖掘机机械臂的运动情况进行分析推导,建立了液压挖掘机非线性动力学微分方程,通过数值求解与仿真分析的方法验证了建模方法的正确性。根据建立的结构动力学方程进行结构灵敏度及其模态响应分析,研究了影响挖掘机机械臂动力学特性的主要因素,主要为铰分布及相关结构尺寸。本文所采用的建模和数值求解分析方法为液压挖掘机机械臂结构改进、提高工作平稳性、实现其运动精确控制等提供依据。

参考文献

- [1] Farid M, Lukaszewicz S A. Dynamic modeling of spatial manipulators with flexible links and joints[J]. Computers & Structures, 2000, 75 (4) :419 - 437.
- [2] Basher H A. Modeling and simulation of flexible robot manipulator with a prismatic joint[C]. Proceedings. IEEE SoutheastCon 2007. 2007,3.
- [3] 刘杰,戴丽,赵丽娟,等. 混凝土泵车臂架柔性多体动力学建模与仿真[J]. 机械工程学报,2007,43(11):131 - 135.
LIU Jie, DAI Li, ZHAO Li-juan, et al. Modeling and simulation of flexible multi-body dynamics of concrete pump truck arm[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007,43(11):131 - 135.
- [4] Leung A Y T, Wu G Z, Zhong W F. Nonlinear dynamic analysis of flexible multibody system[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2004, 17(4): 330 - 336.
- [5] Budny E, Chlosta M, Gutkowski W. Load-independent control of a hydraulic excavator [J]. Automation in Construction. 2003,12(3): 245 - 254.
- [6] 杨为,王家序,秦大同. 液压挖掘机工作装置固有频率的试验灵敏度[J]. 农业机械学报, 2006, 37 (2):21 - 24.
YANG Wei, WANG Jia-xu, QIN Da-tong. Investigation on experimental sensitivity of work device natural frequency of hydraulic excavator[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2006,37(2):21 - 24.
- [7] He Q H, Zhang D Q, Hao P, et al. Modeling and control of hydraulic excavator's arm [J]. J. Cent. South Univ. Technol. 2006,13(4):422 - 427.
- [8] Gao Y J, Jin Y C, Zhang Q. Motion planning based coordinated control for hydraulic excavators [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2009,22(1):97 - 101.
- [9] Cai G P, Hong J Z. Assumed mode method of a rotating flexible beam[J]. Acta Mechanica Sinica,2005,37 (1):48 - 56.
- [10] Zhang X P, Mills J K, Cleghorn W L. Dynamic modeling and experimental validation of a 3 - PRR parallel manipulator with flexible intermediate links [J]. Intell Robot Syst, 2007, 50(4):323 - 340.
- [11] 陆佑方. 柔性多体系统动力学[M]. 北京:高等教育出版社,1996: 1 - 30, 233 - 266.
- [12] 宋建龙. 柔性机械臂动力学建模与仿真研究[D]. 天津:天津大学,2001.
- [13] 邹春平. 船舶结构振动响应灵敏度分析[J]. 中国舰船研究,2006,1(2):26 - 27.
ZOU Chun-pin. Sensitivity analysis for the structural vibration response of ships [J]. Chinese Journal of Ship Research, 2006,1(2):26 - 27.
- [14] Jones K, Turcotte J. Finite element model updating using antiresonant frequencies[J]. Journal of Sound and Vibration. 2002,252(4),717 - 727.
- [15] 张令弥,何柏庆,袁向荣. 设计灵敏度分析的迭代模态法[J]. 南京航空航天大学学报, 1994,26(3):320 - 321.
ZHANG Ling-mi, HE Bai-qing, YUAN Xiang-rong. Iterative modal method for sensitivity analysis of design parameters [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 1994,26(3):320 - 321.
- [16] 童昕,罗宁,钱仲焱,等. 液压挖掘机动态设计灵敏度分析方法[J]. 矿山机械, 1997,11:25 - 26.
TONG Xin, LUO Ning, QIAN Zhong-yan, et al. Analysis method for dynamic design sensitivity of hydraulic excavator [J]. Mining & Processing Equipment, 1997,11:25 - 26.
- [17] 唐冕. 大跨度自锚式悬索桥的静动力性能研究与参数敏感性分析[D]. 长沙:中南大学,2007,46 - 49.