

基于模型预测控制的高速柔性并联机构振动控制

胡俊峰¹, 张宪民², 徐贵阳¹

(1. 江西理工大学 机电工程学院, 江西 赣州 341000; 2. 华南理工大学 机械与汽车工程学院, 广州 510640)

摘要: 由于高速柔性并联机构系统的非线性和不确定性, 提出一种鲁棒模型预测振动控制策略以抑制系统的振动响应。以压电陶瓷为作动器, 电阻应变片为传感器, 采用有限元方法和模态截断技术建立机构不精确动力学模型。机构动力学模型中的非线性因素、耦合因素及系统高阶模态影响作为扰动, 将模态力视为不确定扰动, 并且考虑输出噪声对系统的影响, 建立系统动态响应的预测模型, 以预测输出值。采用 Kalman 滤波估计器估计系统状态量, 以控制电压及其变化率为约束条件, 将系统性能指标和约束条件化为一个标准二次规划优化问题, 通过求解这一优化问题来得到最优控制输出, 形成滚动优化控制输出来抑制系统振动响应。采用表征作动能量的可控性指标和表征观测信号能量的可观性指标, 确定作动器和传感器的最优位置。以新型 2 自由度并联机构为实例, 采用实验模态方法得到系统的前 2 阶固有频率和阻尼比, 与有限元方法得到的结果比较分析表明理论模型不精确。基于该模型采用 dSPACE 实时仿真系统和 MATLAB/Simulink 搭建鲁棒控制系统, 进行振动主动控制试验研究。试验结果表明, 所设计的控制器能有效地抑制柔性构件产生的弹性振动, 验证了控制器的有效性和鲁棒性。

关键词: 柔性并联机构; 主动振动控制; 模型预测控制; 有限元法

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A

Vibration control of a high-speed flexible parallel mechanism based on model predictive control

HU Jun-feng¹, ZHANG Xian-min², XU Gui-yang¹

(1. Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China;

2. South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Considering the nonlinearity and uncertainty of a high-speed flexible parallel mechanism, a robust model predictive control strategy was presented to suppress the vibration response of the system. Piezoceramic patch actuator and strain gauge sensors were used. The finite element method and modal truncation technique were applied to obtain the dynamic model of the mechanism. The nonlinear, coupling factors and high-order modal effects existing in the dynamic model of the system were considered as disturbances. The modal force was treated as an uncertain disturbance and the measurement noise was considered. The predictive model of the system dynamic response was introduced and the output was forecasted by the model. A Kalman filter estimator was designed to estimate the state variables of the system. A standard quadratic programming optimization problem was formed where the performance index function minimizes a quadratic performance function. The constraints were the control input voltage and its change rate. The optimization problem was solved to obtain the optimal control output voltages and a rolling optimization control system was then constructed to suppress the vibration response of the system. The optimum placements of the actuators and sensors were determined by using the controllability index featured as actuating energy and the observability index featured as signal energy. Taking a novel 2-DoF parallel mechanism as an example, the experimental modal method was applied to obtain the first two natural frequencies and damping ratios. Comparing with the results obtained by the finite element method, it shows that the theoretical model is not accurate enough. Using dSPACE real-time simulation system and MATLAB/Simulink, the control system was built and the vibration control experimental study was carried out. The experimental results show the proposed controller can effectively suppress the vibration response, and the effectiveness and robustness of the controller was verified.

Key words: flexible parallel mechanism; active vibration control; model predictive control; finite element method

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51265016); 江西省教育厅科技项目(GJJ12358); 江西省科学基金资助项目(20122BAB216029); 江西理工大学科研基金项目(jxxj12050)

收稿日期: 2012-11-19 修改稿收到日期: 2013-01-14

第一作者 胡俊峰 男, 博士生, 1978 年生

并联机构具有高速、高精、高承载能力等特点, 在许多领域得到应用。为实现并联机构的高速精密运行, 必须考虑其构件变形, 对其进行振动控制。柔性并

联机构为分布参数的非线性、时变、多输入多输出系统,这给振动控制带来较大困难。由于压电陶瓷等智能材料和现代控制理论的发展,采用智能材料作传感器和作动器的振动主动控制得到了应用^[1-6]。

但由于柔性并联机构的非线性因素、各参数之间的耦合、模型参数的不确定性和时变性等影响,很难精确建立系统的数学模型,这给其振动主动控制带来困难。模型预测控制具有以下基本特征:模型预测、滚动优化和反馈校正。模型预测控制方法对系统模型要求低且形式灵活,能够实时补偿因系统参数时变和非线性因素等引起的控制误差,有效克服系统不确定因素的影响,控制效果好且鲁棒性强。

本文以一种考虑构件的弹性变形的新型两自由度平动并联机构为研究对象,采用有限元法和实验模态方法建立其离散状态空间模型,研究应用模型预测控制策略设计鲁棒振动控制器。

1 系统动力学模型

应用有限元法,建立含有压电陶瓷的柔性并联机构的弹性动力学方程^[3-4]

$$\begin{aligned} M\ddot{U} + C\dot{U} + KU &= Q + D_a V_{in} \\ y &= D_s U \end{aligned} \quad (1)$$

式中, U 是系统 N 维广义位移矢量, \dot{U}, \ddot{U} 是 U 对时间的一、二阶导数, M, C, K 是系统的质量、阻尼和刚度矩阵, Q 是系统的广义力矢量, V_{in} 是控制输入,为作用在作动器上的输入电压, y 是测量输出,包含所有 N_s 个传感器的输出电压, D_a 是系统作动器分布的控制分布矩阵, D_s 是系统传感器分布的输出分布矩阵。

采用模态技术处理,忽略高阶模态的影响,引入变换

$$U = \psi \eta_c \quad (2)$$

其中, ψ 为振型矩阵, η_c 为受控模态的振型坐标,将式(2)代入式(1)可得:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_c + \bar{C}_c \eta_c + \bar{K}_c \eta_c &= N_c + D_{ac} V_{in} \\ y_c &= D_{as} \eta_c \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{C}_c &= \text{diag}(2\zeta_1 \omega_1, \dots, 2\zeta_c \omega_c) \\ \bar{K}_c &= \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_c^2) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\omega_1, \dots, \omega_c$ 为系统前 c 阶固有频率, ζ_1, \dots, ζ_c 为系统前 c 阶阻尼比, D_{ac}, D_{as} 分别为系统作动器、传感器分布矩阵,它们是与作动器、传感器位置和模态振型有关, N_c 为在模态坐标下的广义力,称为模态力。

定义受控状态变量为

$$X_c = [\eta_1 \ \dots \ \eta_c \ \dot{\eta}_1 \ \dots \ \dot{\eta}_c]^T \quad (5)$$

则式(4)可以写成状态空间方程形式

$$\begin{aligned} \dot{X}_c &= A_c X_c + B_c V_{in} + N_c \\ y_c &= C_c X_c \end{aligned} \quad (6)$$

式中,

$$A_c = \begin{bmatrix} \theta_c & I_c \\ -\bar{K}_c & -\bar{C}_c \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} \theta_{cm} \\ \bar{D}_{ac} \end{bmatrix}, C_c = [\bar{D}_{sc} \ 0] \quad (7)$$

2 模型预测控制器设计

模型预测控制结构如图 1 所示。在模型预测控制中,将系统输出的动态预估问题分为预测模型的输出预测和基于偏差的预测校正两部分。式(6)所表示的预测模型只是对柔性并联机构动态特性的粗略描述,而实际系统中存在非线性、时变性和随机干扰等因素,因此,预测模型不可能与实际对象完全相符,预测模型的输出与实际系统输出之间必然存在偏差。采用这种偏差进行在线校正,使系统构成具有负反馈环节的系统,从而提高预测控制系统的鲁棒性,以满足柔性并联机构的鲁棒振动控制。

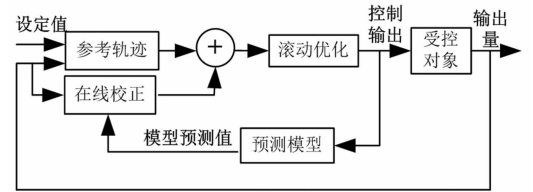


图 1 模型预测控制结构

Fig. 1 Block diagram of the model predictive control

2.1 系统的预测模型

由于模型预测控制是基于离散状态方程进行预测,并且采用计算机进行控制,能方便存取各时刻的采样信号,便于计算。首先对系统连续状态方程(6)进行离散化,离散控制状态方程可写成如下形式:

$$\begin{aligned} X_c(k+1) &= \Psi(k)X_c(k) + \left. \begin{aligned} &\Gamma(k)V_{in}(k) + \Theta(k)N_c(k) \end{aligned} \right\} \\ y(k) &= \Omega(k)X_c(k) \end{aligned} \quad (8)$$

式中,设采样周期为 T_s , k 表示 kT_s 时刻, $\Psi(k), \Gamma(k), \Theta(k), \Omega(k)$ 分别表示由连续状态方程转换为离散状态方程系数矩阵, $N_c(k)$ 为不可测扰动,并且考虑测量噪声对输出的影响,则测量输出 $y_m(k)$ 为

$$y_m(k) = \Omega(k)X_c(k) + m(k) \quad (9)$$

其中, $m(k)$ 为测量噪声。不可测量干扰 $N_c(k)$ 的状态空间模型为

$$\begin{aligned} X_d(k+1) &= \bar{A}X_d(k) + \bar{B}n_d(k) \\ N_c(k) &= \bar{C}X_d(k) + \bar{D}n_d(k) \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $n_d(k)$ 为高斯白噪声, $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ 和 \bar{D} 分别为描述不可测量干扰信号的系数矩阵。由于测量输出受测量噪

声 $m(k)$ 的影响, 设测量噪声的状态空间模型为

$$\begin{aligned} X_m(k+1) &= \tilde{A}X_d(k) + \tilde{B}n_m(k) \\ m(k) &= \tilde{C}X_m(k) + \tilde{D}n_m(k) \end{aligned} \quad (11)$$

式中, $n_m(k)$ 为高斯白噪声, \tilde{A} 、 \tilde{B} 、 \tilde{C} 和 \tilde{D} 分别为描述噪声信号的系数矩阵。

$$\text{设 } X = \begin{bmatrix} X_c \\ X_d \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} \Psi(k) & \Theta(k)\bar{C} \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} \Gamma(k) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_d = \begin{bmatrix} \Gamma(k)\bar{D} \\ \bar{B} \end{bmatrix}, C = [\Omega(k)0], \text{ 则预测模型可写成:}$$

$$\begin{aligned} X(k+1) &= AX(k) + B_u V_{in} + B_d n_d(k) \\ y(k) &= CX(k) + D_d n_d(k) \end{aligned} \quad (12)$$

为了求解预测控制问题, 在状态空间表达式中必须计算被控变量的预测值。它可由当前状态的最佳估计值以及假设的未来输入计算, 或等价地可由最近的输入 $V(k-1)$ 的值以及假设的未来输入变化 $\Delta V(k+i|k)$ 来计算。为了表述简单, 假设从时刻 $k=0$ 开始, 根据式(12)可以预测模型的未来自输出值, 第 i 个时间步的输出可以表达为:

$$y(i|0) = C[A^i X(0) + \sum_{h=0}^{i-1} A^{i-1-h} (B_u (V_{in}(-1) + \sum_{j=0}^h \Delta V_{in}(j)) + B_d n_d(h))] + D_d n_d(i) \quad (13)$$

其中, p 为预测时域, i 代表预测时域 p 的第 i 时间步, h 为控制时域。式(13)也可以写成如下形式

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ \dots \\ y(p) \end{bmatrix} = S_x X(0) + S_{v1} V_{in}(-1) + S_v \begin{bmatrix} \Delta V_{in}(0) \\ \dots \\ \Delta V_{in}(p-1) \end{bmatrix} + H_n \begin{bmatrix} n_d(0) \\ \dots \\ n_d(p) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中,

$$S_x = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^p \end{bmatrix}, S_{v1} = \begin{bmatrix} CB_u \\ CB_u + CAB_u \\ \dots \\ \sum_{h=0}^{p-1} CA^h B_u \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$S_v = \begin{bmatrix} CB_u & 0 & \dots & 0 \\ CB_u + CAB_u & CB_u & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{h=0}^{p-1} CA^h B_u & \sum_{h=0}^{p-2} CA^h B_u & \dots & CB_u \end{bmatrix}$$

$$H_n = \begin{bmatrix} CB_d & D_d & 0 & \dots & 0 \\ CAB_d & CB_d & D_d & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{p-1} B_d & CA^{p-2} B_d & CA^{p-3} B_d & \dots & D_d \end{bmatrix} \quad (16)$$

2.2 状态估计器设计

由于状态变量为模态位移和模态速度, 它们是不能测量的, 所以需要用一个状态估计器估计这些状态量。状态估计器是基于如图2所示的模型建立的, 状态估计器是为了估计受控对象、输入干扰对象的状态, 使用卡尔曼滤波器技术设计。状态估计量可表示为:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_c(k|k) \\ \hat{X}_d(k|k) \\ \hat{X}_m(k|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{X}_c(k|k-1) \\ \hat{X}_d(k|k-1) \\ \hat{X}_m(k|k-1) \end{bmatrix} + M(y_m(k) - \hat{y}_m(k)) \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_c(k+1|k) \\ \hat{X}_d(k+1|k) \\ \hat{X}_m(k+1|k) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \Psi(k)\hat{X}_c(k|k) + \Gamma(k)V_{in}(k) + \Gamma(k)\bar{C}\hat{X}_d(k|k) \\ \bar{A}\hat{X}_d(k|k) \\ \bar{A}\hat{X}_m(k|k) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\hat{y}_m(k) = \Omega(k)\hat{X}_c(k|k-1) + \bar{C}\hat{X}_m(k|k-1) \quad (19)$$

式中, $\hat{X}_c(k)$ 是系统状态估计值, $\hat{X}_d(k)$ 是输入干扰模型状态估计值, $\hat{X}_m(k)$ 是测量噪声模型状态估计值, M 为增益矩阵, 它可以使用卡尔曼滤波技术得到。

2.3 滚动优化

模型预测控制可以通过解下面的优化问题得到, 设预测控制最优化目标函数为:

$$\min J(\Delta V) \quad (20)$$

其中, J 为系统性能指标, 它可以表示为:

$$J(\Delta V) = \sum_{i=0}^{p-1} \{ [y(k+i+1|k) - r(k+i+1)]^T \cdot Q[y(k+i+1|k) - r(k+i+1)] + \Delta V(k+i|k)^T \cdot R_{\Delta V} \Delta V(k+i|k) + [V(k+i|k) - V_{target}(k+i)]^T R_V [V(k+i|k) - V_{target}(k+i)] \} \quad (21)$$

其中, ΔV 为设计变量, 它可以表示为 $\Delta V = [\Delta V(0), \dots, \Delta V(p-1)]^T$, Q 是 $n_y \times n_y$ 矩阵, $R_{\Delta V}$ 和 R_V 分别是惩罚是设计变量和控制输入电压的系数矩阵, 它们是 $N_a \times N_a$ 矩阵, 它们均为半正定矩阵, N_a 为作动器的个数, 矩阵 Q 用于惩罚被控输出的预测值 $y(k+i+1|k)$ 与传

传感器期望输出 $\mathbf{r}(k+i+1)$ 之间的偏差, $\mathbf{V}_{\text{target}}(k+i)$ 是控制输入电压设定值。

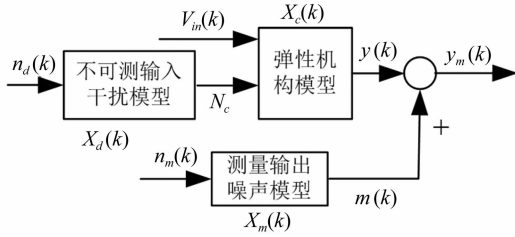


图 2 用于状态估计的模型

Fig. 2 Model used for state estimation

受控系统存在的约束有控制电压及其变化率的约束条件和系统输出量约束条件:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{j\min}(i) &\leq \mathbf{V}_j(k+i|k) \leq \mathbf{V}_{j\max}(i) \\ \Delta \mathbf{V}_{j\min}(i) &\leq \Delta \mathbf{V}_j(k+i|k) \leq \Delta \mathbf{V}_{j\max}(i) \\ \mathbf{y}_{j\min}(i) &\leq \mathbf{y}_j(k+i|k) \leq \mathbf{y}_{j\max}(i) \end{aligned} \quad (22)$$

其中,下标 $(\cdot)_j$ 表示向量的第 j 个分量, $(k+i|k)$ 表示基于时刻 k 的值的时刻 $k+i$ 的预测值, $\mathbf{r}(k)$ 是输出参考值。

将式(21)展开可以表达为如下形式:

$$\begin{aligned} J(\Delta \mathbf{V}) &= \left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}(p-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix} \right)^T \times \\ &\mathbf{W}_V^2 \left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}(p-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix} \right) + \left(\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{V}(p-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{V}(p-1) \end{bmatrix} \right)^T \\ &\mathbf{W}_{\Delta V}^2 \left(\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{V}(p-1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{V}(p-1) \end{bmatrix} \right) + \\ &\left(\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \dots \\ \mathbf{y}(p) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{r}(1) \\ \dots \\ \mathbf{r}(p) \end{bmatrix} \right)^T \mathbf{W}_y^2 \left(\begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \dots \\ \mathbf{y}(p) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{r}(1) \\ \dots \\ \mathbf{r}(p) \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_V &= \text{blkdiag}(\mathbf{R}_V, \dots, \mathbf{R}_V) \\ \mathbf{W}_{\Delta V} &= \text{blkdiag}(\mathbf{R}_{\Delta V}, \dots, \mathbf{R}_{\Delta V}) \\ \mathbf{W}_y &= \text{blkdiag}(\mathbf{Q}, \dots, \mathbf{Q}) \end{aligned} \quad (24)$$

式中, $\text{blkdiag}(\cdot)$ 代表块对角矩阵, 每一个矩阵的块重复 p 次。

由于控制输入信号 $\mathbf{V}(k)$ 与未来输入变化 $\Delta \mathbf{V}(k)$ 的关系可以表示为:

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}(k-1) + \Delta \mathbf{V}(k) \quad (25)$$

将式(14)代入式(23), 则最终优化目标函数可以写成如下形式:

$$J(\Delta \mathbf{V}) = \Delta \mathbf{V}^T \mathbf{K}_{\Delta V} \Delta \mathbf{V} +$$

$$\begin{aligned} &2 \left(\begin{bmatrix} \mathbf{r}(1) \\ \dots \\ \mathbf{r}(p) \end{bmatrix} \right)^T \mathbf{K}_r + \mathbf{V}(-1)^T \mathbf{K}_u + \\ &\left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix} \right)^T \mathbf{K}_{V_t} + \mathbf{X}(0)^T \mathbf{K}_X \Delta \mathbf{V} + \text{Const} \end{aligned} \quad (26)$$

式中, Const 表示常数, $\mathbf{K}_{\Delta V}$ 、 \mathbf{K}_r 、 \mathbf{K}_u 、 \mathbf{K}_{V_t} 和 \mathbf{K}_X 分别为目标函数的系数矩阵。

同理, 约束条件(22)也可写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\min}(1) \\ \dots \\ \mathbf{y}_{\min}(p) \\ \mathbf{V}_{\min}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}_{\min}(p) \\ \Delta \mathbf{V}_{\min}(0) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{V}_{\min}(p) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{y}(1) \\ \dots \\ \mathbf{y}(p) \\ \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}(p) \\ \Delta \mathbf{V}(0) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{V}(p) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\max}(1) \\ \dots \\ \mathbf{y}_{\max}(p) \\ \mathbf{V}_{\max}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}_{\max}(p) \\ \Delta \mathbf{V}_{\max}(0) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{V}_{\max}(p) \end{bmatrix} \quad (27)$$

将式(14)和式(25)代入上式, 约束条件可以写成如下形式:

$$\mathbf{M}_{\Delta V} \Delta \mathbf{V} \leq \mathbf{M}_{\text{lim}} + \mathbf{M}_V \mathbf{V}(-1) + \mathbf{M}_X \mathbf{X}(0) \quad (28)$$

式中, $\mathbf{M}_{\Delta V}$ 、 \mathbf{M}_{lim} 、 \mathbf{M}_V 、 \mathbf{M}_X 为约束条件系数矩阵, 它们可以根据约束条件的上下边界获得。

联合式(26)和式(28)的最优化问题即是一个二次规划优化问题, 利用二次规划方法求解可以得到 $\Delta \mathbf{V}$ 的最优解 $\Delta \mathbf{V}^*$, 它可以表示为:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}^* &= -\mathbf{K}_{\Delta V}^{-1} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{r}(1) \\ \dots \\ \mathbf{r}(p) \end{bmatrix} \right)^T \mathbf{K}_r + \mathbf{V}(-1)^T \mathbf{K}_u + \\ &\left(\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{\text{target}}(0) \\ \dots \\ \mathbf{V}_{\text{target}}(p-1) \end{bmatrix} \right)^T \mathbf{K}_{V_t} + \mathbf{X}(0)^T \mathbf{K}_X \end{aligned} \quad (29)$$

3 作动器与传感器位置优化

由于振动响应的控制和测量大多采用离散分布式的作动器/传感器, 它们在机构上的位置和数目优化问题对系统可控性/可观性有很大影响。合理的作动器布置可以在较小输入能耗作用下最大限度的抑制振动, 否则可能使系统性能恶化, 甚至导致系统不稳定。相应地, 不合理的传感器配置, 可能导致无法对系统性能做出正确的评定。

作动器/传感器位置优化的目的是通过合理选取作动器的位置和数目以确定作动力分布矩阵, 从而尽可能大地影响被控模态, 以及合理的选取传感器的位

置和数目以确定传感器的输出系数向量,使得传感器测量的响应中尽可能多包含各阶的模态分量,同时应能保证闭环控制系统的性能稳定。由于现有的位置优化准则过于复杂,采用一种表征作动能量的可控性指标和表征观测信号能量的可观性指标,以确定作动器和传感器的最优位置。

3.1 确定作动器位置

压电作动器作动力列向量可表示为^[10]

$$f_c = B_c V_{in} \quad (30)$$

式中, B_c 为作动力系数矩阵, 它可表示为 $B_c = \Phi_c^T D_a G V_{in}$, G 为压电力矩常数矩阵^[3]。因此, 作动器所施加的作动力与受控模态数、作动器位置、数量以及压电材料性能、尺寸等都有关系, 特别是作动力分布矩阵 D_a 由作动器的位置和个数决定, D_a 值变化, 作动力的大小随之改变, 对作动力的值取决定性作用。设 $f_c^T f_c$ 为控制器提供的作动能量, 进行如下计算

$$f_c^T f_c = V_{in}^T B_c^T B_c V_{in} \quad (31)$$

对作动力系数矩阵 B_c 进行奇异值分解可得

$$B_c = U S_a V^T \quad (32)$$

其中, $U \in R^{c \times c}$, $U^T U = I_c$, $V \in R^{N_a \times N_a}$, $V^T V = I_{N_a}$, $S_a \in R^{c \times N_a}$, $S_a = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_m \\ & & & 0 \end{bmatrix}$, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0$ 。

将式(32)代入式(31)可得:

$$f_c^T f_c = V_{in}^T B_c^T B_c V_{in} = V_{in}^T U S_a^T U^T U S_a V^T V_{in} = V_{in}^T U S_a^2 V^T V_{in} \quad (33)$$

式中, $S_a^2 = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_m^2 \\ & & & 0 \end{bmatrix}$ 。

设 $V_{in_{eq}} = V^T V_{in}$, 由于 $V^T V = I_{N_a}$, 则

$$V_{in_{eq}}^2 = V_{in}^2 \quad (34)$$

如果控制输入电压 V_{in} 给定, 向量 $V_{in_{eq}}$ 的值也可确定, 即

$$f_c^T f_c = V_{in_{eq}}^T S_a^2 V_{in_{eq}} = \sum_{i=1}^k \sigma_i^2 V_{eq_i}^2 \quad (35)$$

基于 σ_i 在式(35)所示控制能量中的作用, 引入可控性指标

$$\Omega_a = \prod_{i=1}^m \sigma_i^2 \quad (36)$$

由式(36)可知, 控制电压确定后, 指标 Ω_a 正比于作动器提供的能量, 指标 Ω 值越大, 作动器提供的能量越大, 而作动能量又与分布矩阵 D_a 、模态矩阵有关。因此, 对于给定的控制输入电压, 根据 Ω_a 值的大小可以确定作动器的位置, Ω_a 值最大的位置即为放置作动器的最优位置。

3.2 确定传感器位置

设 $J_c = y_c^T y_c$ 为传感器获得的能量, 它可表示为

$$J_c = y_c^T y_c = X_c^T C_c^T C_c X_c \quad (37)$$

同理, 对系数矩阵 C_c 进行奇异值分解, 则性能指标 J_c 可表示为

$$J_c = X_c^T \begin{bmatrix} \sum_s^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} X_c \quad (38)$$

其中, $\sum_s = \text{diag}(\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \dots, \sigma_{sm})$, $\sigma_{s1}, \sigma_{s2}, \dots, \sigma_{sm}$ 为矩阵 C_c 的奇异值。基于 σ_{si} 在式(38)所示性能指标中的作用, 引入可观性指标

$$\Omega_s = \prod_{i=1}^m \sigma_{si}^2 \quad (39)$$

4 实例

为了验证所设计的控制器的有效性, 对一新型 2 自由度并联机构进行振动主动控制研究。考虑到高速机构振动控制的复杂性, 对机构进行了简化, 并为了简化模型, 设计如图 3 所示的并联机构^[7-8], 其简图和系统坐标系统如图 4 所示。 l_1 和 l_2 分别为主动臂和从动臂的长度, $l_1 = 505 \text{ mm}$, $l_2 = 430 \text{ mm}$ 。由于从动臂相对于主动臂为细长杆件, 为了研究方便, 将机构的主动臂视为刚性构件, 从动臂为柔性构件。板条由铝合金制成, 长 360 mm, 宽 60 mm, 厚 2 mm。每一柔性从动臂用梁单元进行模拟。系统单元划分如图 5 所示, 图中 N_i ($i = 1 \sim 21$) 为结点编号, E_j ($j = 1 \sim 20$) 为单元编号, 从动臂 1、2 均划分为 10 单元, 系统共划分为 20 个梁单元, 考虑边界约束, 系统共有 79 个广义坐标。系统广义坐标 U 是在如图 5 所示的坐标系统 XOY 定义的, 系统广义坐标为结点自由度, 每个结点具有纵向位移、横向位移、弹性转角和曲率 4 个自由度, 具体的有限元模型建立过程参见文献[9]。

4.1 作动器与传感器位置

设每个柔性杆粘贴 3 个压电作动器, 对机构前 4 阶模态进行控制, 并且作动器的尺寸已确定。下面确定放置作动器最佳位置。如图 4 所示, 综合考虑弹性构件的长度和作动器不能重叠, 设作动器位置为下面 4 种组合, 第 1 种组合为分别作用在单元 3、5、7、13、15、17; 第 2 种组合为作用在单元 3、5、8、13、15、18; 第 3 种为 3、6、8、13、16、18; 第 4 种为 4、6、8、14、16、18; 作动器在 4 种不同位置的性能指标如图 6 所示, 它们分别为 64.775 2、103.209 0、93.635 4、82.081 9。由此可知, 第 2 种组合的可控性指标最大, 所以选择该组合, 即作动器放置在如图 8 所示的单元 E_3 、 E_5 、 E_8 、 E_{13} 、 E_{15} 、 E_{18} 上。

对放置传感器的位置进行 20 种组合,对应这 20 种组合的性能指标值如图 7 所示,从该图可以发现第 7 种和第 18 种组合,性能指标值较大,这两种组合放置传感器的位置单元分别为单元 3、5、8、13、15、18 和单元 5、6、8、15、16、18,恰好其中第 7 种组合为放置作动器的位置,而第 18 组合也有两个位置是放置作动器的位置,所以作动器和传感器采用同位配置较好。 $A_1 \sim A_3$ 表示对应于放置在单元 E_3 、 E_5 和 E_8 的作动器, $S_1 \sim S_3$ 表示放置在在单元 E_3 、 E_5 和 E_8 中点的传感器。同样, $A_4 \sim A_6$ 表示为放置在从动臂 2 上的作动器,对应于放置在如图所示的单元 E_{13} 、 E_{15} 和 E_{18} , $S_4 \sim S_6$ 表示为放置在从动臂 2 上的传感器,对应于放置在单元 E_{13} 、 E_{15} 和 E_{18} 中点。根据作动器的位置,并且考虑压电陶瓷片的长度为 50 mm,为方便建模,设每一片压电陶瓷片放置位置为一梁单元,这样每一片压电陶瓷片施加在构件的力矩可视为加在单元节点上外力矩,可以设置每根从动臂 10 个单元的长度分别为 65 mm、15 mm、50 mm、40 mm、50 mm、40 mm、40 mm、50 mm、15 mm、65 mm。

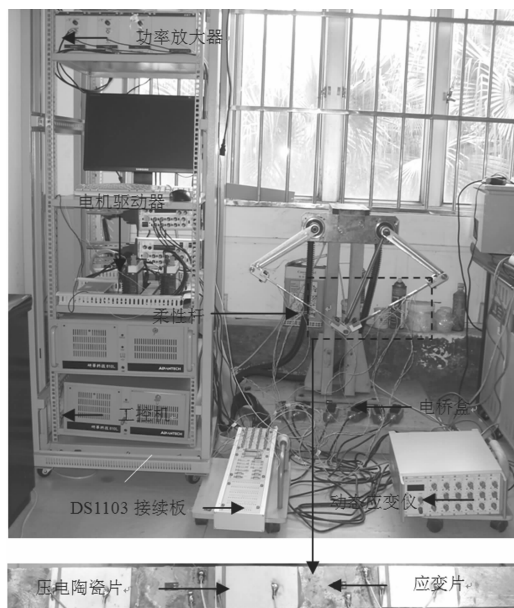


图 3 实验配置

Fig. 3 The experimental setup

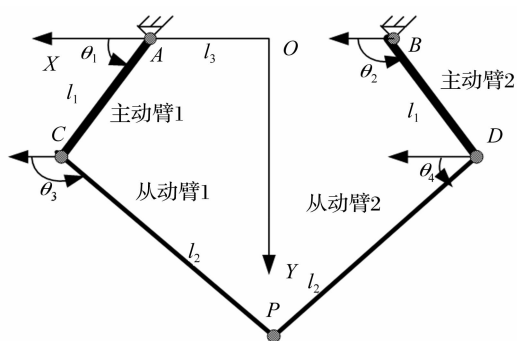


图 4 机构简图及其坐标系

Fig. 4 Schematic diagram and coordinate system for the mechanism

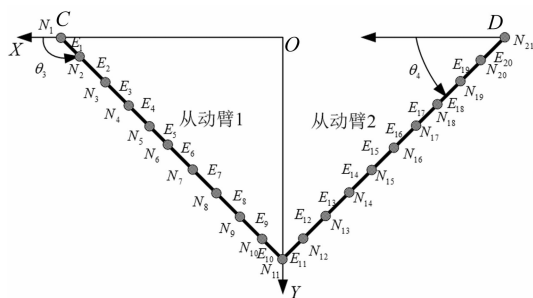


图 5 系统单元划分

Fig. 5 Element discretization of the system

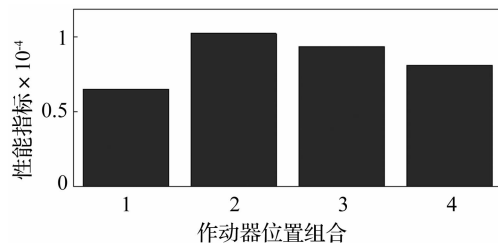


图 6 作动器位于不同位置的性能指标值

Fig. 6 Performance index under actuator in different position

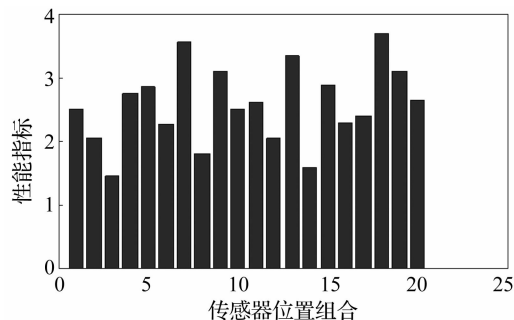


图 7 传感器位于不同位置的性能指标值

Fig. 7 Performance index under sensor in different position

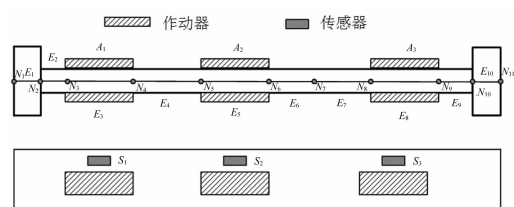


图 8 作动器与传感器位置

Fig. 8 Configuration of the actuator and sensor

4.2 实验模态测试

由于机构的阻尼比难以通过有限元方法获得,需要借助试验模态测试得到。采用脉冲锤击法进行实验模态测试。用力锤对机构进行敲击,产生一个宽频带的激励,如图 9 所示,固定敲击位置,测量 12 个不同位置的加速度信号。力锤是由 PCB 公司生产,型号为 Model 086C03,测量范围为 0 ~ 500 lbf,灵敏度系数为 2.44 mV/N。加速度传感器采用 Kistler 8690C50 型压电式加速度计,它可以测量垂直于测量点的加速度信号。为了消除噪声干扰,采用多次平均,设每个测点的测量的次数为 5 次。使用 ZonicBook/618E 得到激励点

和各测量点的时间历程数据,利用 eZ - Analyst 软件求出各测点的频响函数。采用 ME' scopeVES 对这些频响数据进行曲线拟合,得到拟合后的频响曲线如图 10 所示,得到系统的固有频率和阻尼比。

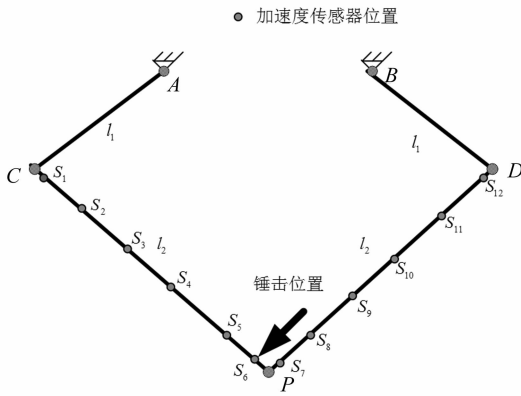


图 9 加速度传感器布置

Fig. 9 Configuration of the accelerometer

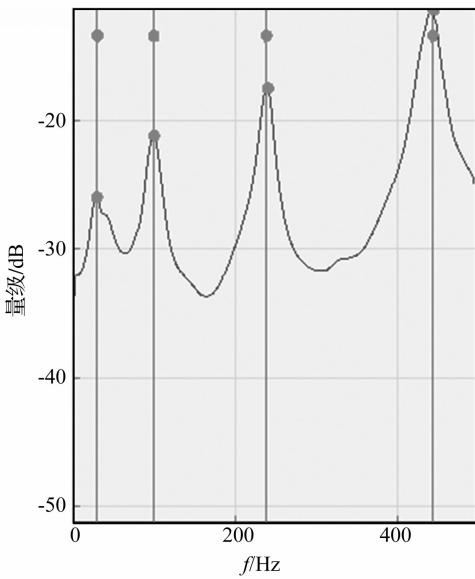


图 10 频响拟合曲线

Fig. 10 Fitting curve of frequency response

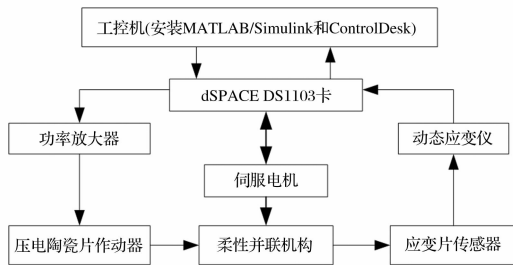


图 11 振动控制试验原理图

Fig. 11 Schematic of vibration control test

由试验得到的前 2 阶固有频率、阻尼比和有限元计算得出的固有频率如表 1 所示,从该表可以看出,有

限元计算值和实验值相对误差接近于 13 - 19% ,则说明采用有限元建立的模型和实际系统还存在一定的差距。造成这一误差的原因主要有以下几点:①机构在铰链处的约束复杂;②机构在铰链处存在间隙;③有限元方法采用梁单元,简化对实际构件模型的建立;④建立模型时没有考虑螺栓和螺母之类的构件。所以,应用于控制器设计的模型和实际系统存在误差,也就是说,理论模型不精确。

4.3 实验验证

为了实现机构的高速运动,采用伺服电机驱动控制对象,机构的刚体运动轨迹规划参见文献[8]。交流伺服电机型号为 Panasonic MHMD042P1V,其配套的伺服驱动器型号为 MBDDT2210003。机构是在高速的运动过程中执行操作,它的两个关节的角速度和角加速度都较高,图 12(a)、(b)是以操作时间最短为目标,对机械手的关节空间进行最优运动轨迹规划得到的两个主动关节的角速度和角加速度,它们最大值分别接近 15 rad/s、555 rad/s²。

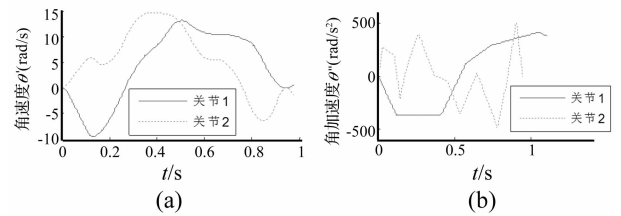


图 12 关节角速度和角加速度

Fig. 12 Angular velocity and angular acceleration of the joints

电阻应变计为由中航电测公司生产型号为温度自补偿型 BE120 - 3AA (11),该电阻应变计标称阻值为 120 Ω,灵敏度系数为 2.17。动态信号采集系统为 ZonicBook/618E,8 通道动态信号输入,每通道分辨率为 16 - bit,最大采样率 1 MHz。功率放大器是由哈尔滨芯明天科技公司生产,型号为 X - 505.00,放大倍数为 15,由于实验使用了 6 对压电陶瓷片,采用 6 路功率放大器分别驱动。dSPACE 实时仿真系统是由德国 dSPACE 公司开发的一套基于 MATLAB/Simulink 的控制系统开发及半实物仿真的软硬件工作平台。本试验使用 dSPACE DS1103 平台和 MATLAB/Simulink 搭建振动控制系统。振动控制试验原理如图 11 所示,电阻应变片与动态电阻应变仪通过 1/4 桥路连接,应变仪将被测点的应变信号转换成电压信号传送至数据采集卡,采集到的数据以实时方式传送给 dSPACE DS1103 处理,按照所设计的控制器实时计算所需的控制电压,实时计算得到的数字量经过数模转换模块输出,由于 D/A 转换模块输出电压范围为 -10 ~ +10 V,需经电压放大器放大后施加给压电陶瓷片,完成对系统的控

制。实时控制系统设计过程为：首先利用 MATLAB/Simulink 构建控制系统框图；然后，利用 Real-Time Workshop 技术将 Simulink 框图程序生成时代码并下载到 dSPACE 快速原型机中；最后，使用 dSPACE 提供的综合试验与测试环境软件 ControlDesk 实现试验过程控制和参数在线修改和实时数据采集。为了实现机构高速运动过程中的实时振动控制，采用如图 11 所示的工作原理，通过 dSPACE 同时接受来自伺服电机和应变片传感器的信号，并根据该信号进行运动控制和振动控制，通过所设计的控制器同时发出刚体运动控制信号和振动控制信号，这样，机构高速运动控制与振动控制就能实现同步，以满足振动控制的实时性要求。

在不精确的理论模型的基础上应用鲁棒模型预测控制设计振动控制器。在设计控制器中，模态力视为白噪声信号，其幅值同样分别设为 20.5、20.4。量测噪声设为幅值为 6×10^{-6} 的白噪声。为了与实时控制采

样周期相同，设模型预测控制器的采样周期 $T_s = 0.001$ s，预测时域 $p = 8$ ，控制时域 $h = 2$ ，加权矩阵为 $\mathbf{Q} = \text{diag}(10^5, 10^5, 10^5, 10^5, 10^5, 10^5)$ ， $\mathbf{V}_{\text{target}}(k) = 0$ ， $\mathbf{R}_V = 0$ ， $\mathbf{R}_{\Delta V} = \text{diag}(0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01)$ ，为了减小机构振动响应，应变片传感器期望输出 $\mathbf{r}(k) = 0$ ，约束条件为控制输入电压的允许最小和最大值，即 $\mathbf{V}_{\text{min}}(k) = -150$ V， $\mathbf{V}_{\text{max}}(k) = 150$ V，控制输入电压在一个时间步的最小和最大变化率设为 $\Delta \mathbf{V}_{\text{min}}(k) = -300$ V/ T_s ， $\mathbf{V}_{\text{max}}(k) = 300$ V/ T_s 。

表 1 系统固有频率和阻尼比

Tab. 1 Natural frequency and damping ratio of the system

阶数	固有频率/Hz		相对误差	阻尼比/%
	计算值	实验值		
1	18.5	21.8	12.7	1.5
2	40.4	32.6	18.8	2.37

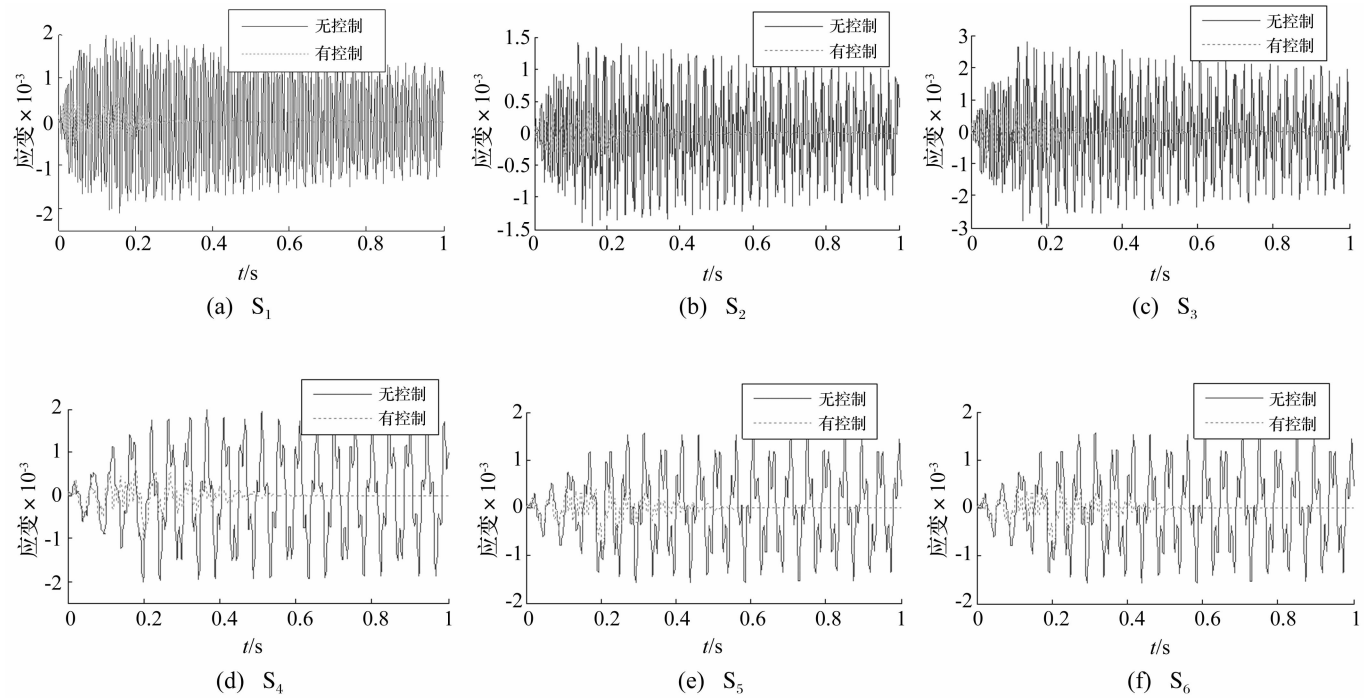


图 13 在无控制和有控制两种情况下传感器 $S_1 \sim S_6$ 的输出应变

Fig. 13 Strain from sensor $S_1 \sim S_6$ in two cases of without controller and with controller

图 13(a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f) 分别为在无控制和有控制两种情况下传感器 $S_1 \sim S_6$ 的输出应变，分别比较 6 个传感器的输出应变变化，可以得知，在模型预测控制器作用下，传感器的输出应变以较快的速度衰减，也就是说，并联机构的弹性振动响应得到较大的抑制，这说明控制器的有效性和鲁棒性。图 14(a)、(b)、(c)、(d)、(e)、(f) 分别为在模型预测控制器作用

下六个作动器的输入电压。由于模型预测控制器是基于离散状态方程模型设计的，控制器的输出电压为离散值，控制器的输出电压如图 14 所示，从该图可以看出，控制输入电压均满足约束条件，同样说明在允许的控制输入电压下，所设计的控制器能获得较好的性能。控制电压在大部分时间步均达到了约束条件的边界，说明控制器需要消耗较多的能量才能达到预期的控制效果。

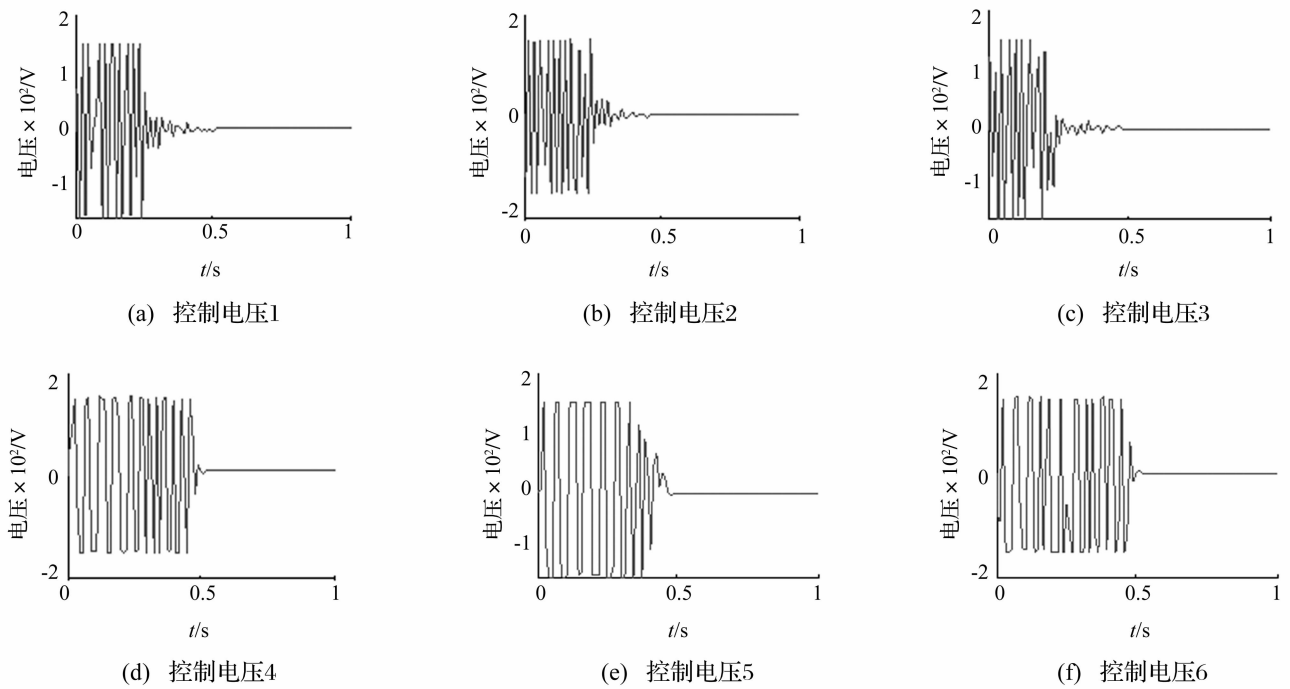


图14 六个作动器的输入电压

Fig. 14 Input voltage exerted on six actuators

5 结论

考虑高速柔性并联机构的非线性和不确定性,采用模型预测控制理论设计控制器抑制其弹性振动响应。根据系统不精确的理论模型推导系统的预测模型。将不确定性外部扰动和量测噪声视为白噪声,采用 Kalman 滤波估计器估计系统状态变量,以控制电压及其变化率为约束条件,将系统性能指标和约束条件化为一个标准二次规划优化问题,通过求解这一优化问题来得到最优控制输出。采用一种表征作动能量的可控性指标和表征观测信号能量的可观性指标,以确定作动器和传感器的最优位置。试验验证了模型预测控制策略对柔性并联机构振动响应控制的有效性和鲁棒性,取得较为满意的控制效果。

参考文献

- [1] 宋轶民,余跃庆,张策,等. 柔性机器人动力学分析与振动控制研究综述[J]. 机械设计, 2003, 20(4): 1-5.
SONG Yi-min, YU Yao-qing, ZHANG Ce, et al. Summary on the study of dynamics analysis and vibration control of flexible robots [J]. Machine Design, 2003, 20(4): 1-5.
- [2] Sun D, Mills J K, Shan J, et al. A PZT actuator control of a single-link flexible manipulator based on linear velocity feedback and actuator placement [J]. Applied Acoustics, 2004, 14(4): 381-401.
- [3] 胡俊峰,张宪民. 一种新型两自由度柔性并联机械手的主动振动控制[J]. 中国机械工程, 2010, 21(17): 2017-2024.
HU Jun-feng, ZHANG Xian-min. Active vibration control and its simulation of a novel 2-DoF flexible parallel

manipulator [J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(17): 2017-2024.

- [4] 胡俊峰,张宪民,朱大昌,等. 柔性并联机器人动力学建模[J]. 农业机械学报, 2011, 42(11): 208-213.
HU Jun-feng, ZHANG Xian-min, ZHU Da-chang et al. Dynamic modeling of flexible parallel robot [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural, 2011, 42(11): 208-213.
- [5] Gasparetto A, Zanotto V. Vibration reduction in a flexible-link mechanism through synthesis of an optimal controller [J]. Meccanica, 2006, 41(6): 611-622.
- [6] Iorga L, Baruh H, Ursu I. A Review of H_∞ robust control of piezoelectric smart structures [J]. Appl. Mech. Rev., 2008, 61(4): 1-16.
- [7] 张宪民,袁剑锋. 一种二维平动两自由度平面并联的机器人机构: 中国, CN1903521 [P]. 2007-01-31.
- [8] Hu J F, Zhang X M, Zhan J Q. Trajectory planning of a novel 2-DoF high-speed planar parallel manipulator [A]. In: 1st International Conference on Intelligent Robotics and Applications, ICIRA 2008 [C]. Wuhan, China, 2008: 199-207.
- [9] 胡俊峰,张宪民. 两自由度高速并联机械手的弹性动力学分析[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2009, 37(11): 123-128.
HU Jun-feng, ZHANG Xian-min. Elastodynamic analysis of a novel 2-DOF high-speed parallel manipulator [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2009, 37(11): 123-128.
- [10] Guney M, Eskinat E. Optimal actuator and sensor placement in flexible structures using closed-loop criteria [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 312(1-2): 210-233.