

文章编号: 1001-0920(2009)01-0096-05

具有未知死区输入非线性系统的迭代学习控制

朱 胜, 孙明轩

(浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310014)

摘 要: 针对一类具有死区输入非线性系统, 提出一种实现有限作业区间轨迹跟踪控制的神经网络迭代学习算法. 基于 Lyapunov-like 方法设计学习控制器, 回避了常规迭代学习控制中受控系统非线性特性需满足全局 Lipschitz 连续条件的要求. 为处理输入死区, 利用神经网络逼近这种强非线性特性; 同时, 通过对神经网络逼近误差界的估计并在控制器中设置补偿作用以消除其影响, 从而提高系统的跟踪性能.

关键词: 迭代学习控制; 死区输入; 神经网络; 非线性系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Iterative learning control of a class of nonlinear systems with unknown input dead-zone

ZHU Sheng, SUN Ming-xuan

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China. Correspondent: SUN Ming-xuan, E-mail: mxsun@zjut.edu.cn)

Abstract: In this paper, a neural network iterative learning controller is presented for a class of nonlinear systems with unknown input dead-zone. The learning controller is designed based on the Lyapunov-like synthesis, which can handle broader classes of system nonlinearities such as non-Lipschitz dynamics. A neural network is used as an approximator to compensate for uncertainties in the ideal controller. A tunable boundary layer is introduced to overcome the dead-zone uncertainty and through learning the undesirable influence of the approximation error of the neural network is eliminated. The tracking error over a finite time interval is guaranteed to converge to a specified bound which can be tuned by the designer.

Key words: Iterative learning control; Dead-zone; Neural networks; Nonlinear systems

1 引 言

迭代学习控制 (ILC) 的任务是在有限时间区间 $[0, T]$ 上, 实现系统输出关于期望轨迹的完全跟踪^[1]. 经典迭代学习控制系统分析与设计的主要方法是压缩映射方法^[2], 它本质上适用于解决非线性系统的轨迹跟踪控制问题, 但它往往要求系统函数满足全局 Lipschitz 条件. 近年来兴起的 Lyapunov-like 方法回避了这一要求^[3].

神经网络已广泛地用于非线性控制系统的控制器设计, 主要是利用其关于非线性函数的逼近能力. 对于状态处于有界闭集上的光滑非线性系统, 文献 [4] 将神经网络用于辨识. 文献 [5] 考虑有界外部扰动下的自适应控制问题, 使用神经网络作为逼近器,

通过适应调整网络权值, 实现输出轨迹的渐近跟踪. 尽管迭代学习控制系统是有限作业区间上运行的动态系统, 但也可以考虑这种以神经网络作为逼近器的学习控制器设计方法.

死区非线性是实际系统中常遇到的强非线性特性, 它的存在会严重破坏系统的控制性能. 在控制器的设计过程中, 需要构造死区模型, 而模型参数往往是未知的. 处理死区非线性的一种直接方法是构造死区逆模型对死区进行补偿^[6,7]. 为了简化控制器设计, 文献 [8,9] 设计了模糊预补偿器; [10] 利用神经网络来设计死区预补偿器. 鉴于鲁棒控制方法能有效地处理未知外界扰动, [11] 将死区环节的一部分描述成一种类外界扰动项, 并假定死区各参数的

收稿日期: 2007-10-12; 修回日期: 2008-01-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60474005, 60774021, 60874041); 浙江省自然科学基金项目 (Y107494).

作者简介: 朱胜 (1982—), 男, 浙江临海人, 博士生, 从事学习控制的研究; 孙明轩 (1961—), 男, 安徽固镇人, 教授, 博士生导师, 从事学习控制等研究.

界是已知的,通过设计鲁棒自适应律来达到预期的控制目标.

本文针对一类输入带死区的非线性系统,设计基于 Lyapunov-like 方法的迭代学习控制器,利用神经网络作为逼近器,所设计的控制器能克服神经网络逼近误差对系统输出收敛性的影响,实现系统输出误差在有限时间区间 $[0, T]$ 上收敛于给定界内,误差界可根据实际跟踪精度要求进行调节.仿真算例验证了算法的有效性.

2 问题提出

考虑下述具有死区输入的 SISO 非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_k^i(t) = x_k^{i+1}(t), & i = 1, \dots, n-1; \\ \dot{x}_k^n(t) = (X_k(t) + (X_k(t)) u_k(t)); \\ y_k(t) = x_k^1(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $t \in [0, T]$; k 为迭代次数; $X_k(t) = [x_k^1(t), x_k^2(t), \dots, x_k^n(t)]^T \in R^{n \times 1}$ 为系统状态, $u_k(t)$ 为控制输入; $y_k(t) \in R^1$ 为系统输出; (\cdot) 和 (\cdot) 均为未知光滑函数.但 (\cdot) 的符号已知,不失一般性,假设 $(\cdot) > 0, \forall X_k(t) \in R^{n \times 1}$; 且存在已知光滑函数 $\bar{(\cdot)}(X_k(t))$,使 $|(\cdot)(X_k(t))| \leq \bar{(\cdot)}(X_k(t))$.令 $b(X_k(t)) = \frac{(\cdot)(X_k(t))}{\bar{(\cdot)}(X_k(t))}$,显然有 $0 < b(X_k(t)) \leq 1$.本文考虑输入为 $v_k(t)$,输出为 $u_k(t)$ 的死区模型,如图 1 所示.

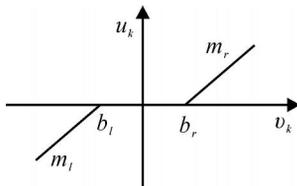


图 1 死区模型

图 1 所示的死区模型可描述为

$$u_k(t) = D(v_k(t)) = \begin{cases} m_r(v_k(t) - b_r), & v_k(t) > b_r; \\ 0, & b_l \leq v_k(t) \leq b_r; \\ m_l(v_k(t) - b_l), & v_k(t) < b_l. \end{cases} \quad (2)$$

其中:死区输出 $u_k(t)$ 不可测量;死区参数 $m_r > 0, m_l > 0, b_r > 0, b_l < 0$ 都是未知有界常数.本文考虑对称死区的情形,即 $m_r = m_l = m$.

定义函数 (\cdot) 为

$$(\cdot)(t) = \begin{cases} -b_r, & (t) > b_r; \\ (t), & b_l \leq (t) \leq b_r; \\ -b_l, & (t) < b_l. \end{cases} \quad (3)$$

可以看出,存在未知常数 $\bar{(\cdot)} > 0$,使得 $|(\cdot)(t)| \leq \bar{(\cdot)}$.因此,死区模型可写成

$$u_k(t) = m((\cdot)(t) + (\cdot)(t)). \quad (4)$$

给定期望轨迹 $y_d(t), t \in [0, T]$,具有 $n-1$ 阶

导数.本文的控制目的是寻找控制输入 $v_k(t)$,使得系统输出误差 $e_k(t)$ 在有限时间区间 $[0, T]$ 上收敛于原点的邻域内,且邻域半径可根据实际跟踪精度要求进行调整.记滤波误差 $e_{sk}(t) = [e_k^T \ 1]^T e_k(t)$.其中: $e_k(t) = X_k(t) - X_d(t) = [e_k^1(t), e_k^2(t), \dots, e_k^n(t)]^T, X_d(t) = [y_d(t), \dot{y}_d(t), \dots, y_d^{(n-1)}(t)]^T$,参数向量 $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n-1}]^T$.这里,选取 μ 使得多项式 $H(s) = s^{n-1} + \mu_{n-1}s^{n-2} + \dots + \mu_1$ 是 Hurwitz 的.

定义函数

$$s_k(t) = e_{sk}(t) - \text{sat}\left(\frac{e_{sk}(t)}{\gamma}\right). \quad (5)$$

其中: $\gamma > 0$ 为可调常数;饱和函数 $\text{sat}(\cdot)$ 定义为

$$\text{sat}(z) = \begin{cases} 1, & z \geq 1; \\ z, & -1 < z < 1; \\ -1, & z \leq -1. \end{cases} \quad (6)$$

显然,当 $s_k(t) = 0$ 时,有 $|e_{sk}(t)| \leq \gamma$.因此,只需考虑 $|e_{sk}(t)| > \gamma$ 的情况,此时由式(5)得到如下两个关系式:

$$s_k(t) \text{sat}\left(\frac{e_{sk}(t)}{\gamma}\right) = s_k(t) \text{sgn}(s_k(t)) = |s_k(t)|, \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt}(s_k^2(t)) = 2s_k(t) \dot{e}_{sk}(t) = 2s_k(t) (\dot{X}_k(t) + a_k(t) + (X_k(t)) u_k(t)), \quad (8)$$

其中 $a_k(t) = -y_d^{(n)}(t) + [0 \ \dots \ 1] e_k(t)$.

假设 1 在每次迭代开始时,系统状态被重置,使得 $X_k(0) = X_d(0)$.

3 神经网络逼近误差对系统性能的影响

在学习控制器设计中,采用 RBF 神经网络^[12]

$$h(W, z) = W^T S(z), \quad W \in R^l, \quad S(z) \in R^l; \quad (9)$$

$$S(z) = [s_1(z), s_2(z), \dots, s_l(z)]^T; \quad (10)$$

$$s_i(z) = \exp\left(-\frac{z - \mu_i}{2\sigma_i^2}\right), \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (11)$$

其中: $z = [z_1, z_2, \dots, z_m]^T \in R^m$ 是神经网络的 m 个输入信号, $\mu_i = [\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{im}]^T \in R^m$ 是高斯函数的中心, σ_i 是高斯函数的方差, l 表示网络节点数.考虑任意光滑非线性函数 $g(x)$ 的神经网络逼近,记逼近误差为 ϵ_{NN} ,它满足

$$g(x) = h(W, z) + \epsilon_{NN}. \quad (12)$$

神经网络的逼近误差可以靠增加可调权值的数量来降低.只要增加神经网络结点数 l 足够大,便可使得逼近误差 ϵ_{NN} 足够小.

本文在迭代学习控制器的设计中应用神经网络作为逼近器,每一次迭代时都存在逼近误差 ϵ_{NN} .为了说明逼近误差对于系统跟踪性能的影响,考虑在区间 $[0, T]$ 上重复运行的系统

$$\dot{x}_k = f(x_k) + u_k. \quad (13)$$

给定一阶可导的期望轨迹 x_d , 本文设计控制器 u_k , 使得 x_k 跟踪 x_d . 如果 $f(x_k)$ 已知, 理想的反馈控制器为

$$u_k^* = -f(x_k) + \dot{x}_d - ce_k, \quad (14)$$

其中 $c > 0$ 为设计的控制器参数. 用神经网络来逼近 u_k^* , 记 $u_k^* = W^* S(z_k) + \text{NN}_k$, 其中 $\text{NN}_k \in \mathbb{R}^n$. 理想权值向量 W^* 定义为

$$W^* := \arg \min_W \left\{ \sup_{z \in Z} \| \bar{u}_k^*(t) - W^T S(z) \| \right\}. \quad (15)$$

设计神经网络迭代学习控制器为

$$u_k = W_k^T S(z_k), \quad (16)$$

$$\dot{W}_k = -S(z_k) e_k. \quad (17)$$

假设 $e_k(0) = 0$, $W_k(0) = W_{k-1}(T)$. 对误差 $e_k(t)$ 求导可得

$$\dot{e}_k = -ce_k + \tilde{W}_k^T S(z_k) - \text{NN}_k, \quad (18)$$

其中 $\tilde{W}_k = W_k - W^*$.

为进行收敛性分析, 选取正定函数

$$V_k(t) = \frac{1}{2} e_k^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}_k^T \Gamma^{-1} \tilde{W}_k.$$

对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_k(t) &= e_k \dot{e}_k + \tilde{W}_k^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{W}}_k = \\ &= e_k (-ce_k + \tilde{W}_k^T S(z_k) - \text{NN}_k) + \\ &= \tilde{W}_k^T \Gamma^{-1} (-S(z_k) e_k) = \\ &= -ce_k^2 - \text{NN}_k e_k \\ &= (-c \|e_k\| + \|\text{NN}_k\|) \|e_k\|. \end{aligned} \quad (19)$$

为保证 $\dot{V}_k(t) < 0$, 需 $\|e_k\| < \frac{1}{c} \|\text{NN}_k\|$. 由式(19)可知, 在有神经网络逼近误差的情况下, 自适应控制能保证误差 $\|e_k\|$ 沿时间轴收敛至界 $\frac{1}{c} \|\text{NN}_k\|$ 上, 通过调节控制参数 c 的大小来调节误差的大小.

迭代学习控制应考虑输出误差在有限时间区间 $[0, T]$ 上的收敛性. 应用初始条件 $\|e_k(0)\| = 0$ / $\|e_k(T)\|$, 由式(19)知

$$\begin{aligned} V(e_k(0), W_k(0)) - V(e_k(T), W_k(T)) &= \\ V(e_k(0), W_k(0)) + \int_0^T \dot{V}_k dt &= \\ V(0, W_0(T)) - c \int_0^T \left(\|e_k\| - \frac{\|\text{NN}_k\|}{c} \right) \|e_k\| dt. \end{aligned} \quad (20)$$

由 $V(0, W_0(T))$ 的有界性以及 $V(e_k(0), W_k(T)) > 0$, 得

$$\lim_k \int_0^T \left(\|e_k\| - \frac{\|\text{NN}_k\|}{c} \right) \|e_k\| dt = 0. \quad (21)$$

由于式(21)的积分形式, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 只能保证在

区间 $[0, T]$ 上积分和为 0, $\|e_k\|$ 可能会在界 $\|\text{NN}_k\|/c$ 上下振荡, 振荡的幅度不确定, 可能变得很大, 使输出误差的收敛性得不到保证. 这样, 在设计基于神经网络的迭代学习控制器时, 必须考虑消除神经网络逼近误差的影响.

4 主要结果

由于存在逼近误差, 采用学习律(16)和(17), 会导致式(21)的积分形式, 无法保证输出误差收敛到原点的邻域内. 本节针对具有死区输入的非线性系统, 设计神经网络迭代学习控制器, 控制器中设置补偿项用于消除神经网络逼近误差和死区的影响, 以改善系统的跟踪性能. 取

$$\begin{aligned} \bar{u}_k^*(t) &= \frac{1}{mb(X_k(t))} \left(-\dot{X}_k(t) - a_k(t) - \right. \\ &= -ce_{sk}(t) + \frac{\dot{b}(X_k(t))}{2b(X_k(t))} s_k(t) \left. + \right. \\ &= W^* S(z_k) + \text{NN}_k. \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $\|\text{NN}_k\|$ 为神经网络的有界逼近误差; $z_k(t) = [X_k^1(t), \dots, X_k^n(t), e_{sk}, e_{sk}/\dot{X}_k(t)]^T \in \mathbb{R}^{n+3}$ 为神经网络的输入向量; 理想权值 W^* 由下式确定:

$$W^* = \arg \min_W \left\{ \sup_{z \in Z} \| \bar{u}_k^*(t) - W^T S(z) \| \right\}, \quad z \in \mathbb{R}^{n+3}; \quad (23)$$

记 \hat{W} 为理想权值向量 W^* 的估计值.

假设 2 存在常数 $\bar{c} > 0$, 使得 $\|\text{NN}_k\| + \|\dot{X}_k(t)\| < \bar{c}$, 其中 $\|\text{NN}_k\|$ 满足 $\|\text{NN}_k\| < \bar{c}$.

设计神经网络迭代学习控制器

$$\begin{aligned} u_k(t) &= \frac{1}{b(X_k(t))} \hat{W}_k^T(t) S(z_k) - \\ &= \frac{1}{b(X_k(t))} \hat{\Lambda}_k(t) \text{sat}\left(\frac{e_{sk}(t)}{c}\right), \end{aligned} \quad (24)$$

以及参数迭代学习律

$$W_k(t) = W_{k-1}(t) - S(z_k) s_k(t), \quad (25)$$

$$\hat{\Lambda}_k(t) = \hat{\Lambda}_{k-1}(t) + \int_0^t s_k(t) dt. \quad (26)$$

其中: $\hat{\Lambda}_k^T > 0$, $\hat{\Lambda}_k > 0$. 当 $k=0$ 时, 令 $W_{-1}(t) = \hat{\Lambda}_{-1}(t) = 0, \forall t \in [0, T]$.

定理 1 在假设 1 和假设 2 下, 对含死区输入的非线性系统(1)施加控制律(24)及参数学习律(25)和(26), 则当 $k \rightarrow \infty$ 时, $s_k(t) \rightarrow 0$, 并且有

$$\lim_k \|y_k(t) - y_d(t)\| \leq \frac{1 - e^{-\bar{c}t}}{\bar{c}} \phi, \quad (27)$$

其中 $\phi > 0$.

证明 选择 Lyapunov-like 函数

$$\begin{aligned} L_k(t) &= \frac{1}{2b(X_k(t))} s_k^2(t) + \\ &= \frac{m}{2} \int_0^t \tilde{W}_k^T(\tau) \Gamma^{-1} \tilde{W}_k(\tau) d\tau + \end{aligned}$$

$$-\frac{m}{2} \int_0^t \tilde{z}_k^2(\tau) d\tau \quad (28)$$

其中： $\tilde{W}_k(t) = W_k(t) - W^*(t)$, $\tilde{z}_k(t) = z_k(t) - z^*$. 由式(4), (8), (24) 得到 $s_k^2(t)$ 的导数

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(s_k^2(t)) &= 2s_k \dot{e}_{sk}(t) = \\ &2s_k(b(X_k(t)) m \tilde{W}_k^T(t) S(z_k) - b(X_k(t)) m u_{ik} - \\ &L e_{sk}(t) - b(X_k(t)) m \hat{z}_k(t) \text{sat}(\frac{e_{sk}(t)}{s_k(t)})) - \\ &\frac{\dot{b}(X_k(t))}{2b(X_k(t))} s_k(t) + (X_k(t)) m (\tilde{z}_k(t)). \end{aligned} \quad (29)$$

计算 $L_k(t)$ ($L_k(t) = L_k(t) - L_{k-1}(t)$), 得

$$\begin{aligned} L_k(t) &= \\ &\frac{1}{2b(X_k(t))} s_k^2(t) + \frac{m}{2} \int_0^t (\tilde{z}_k^2(\tau) - \tilde{z}_{k-1}^2(\tau)) d\tau + \\ &\frac{m}{2} \int_0^t (\tilde{W}_k^T(\tau) \tilde{W}_k(\tau) - \tilde{W}_{k-1}^T(\tau) \tilde{W}_{k-1}(\tau)) d\tau - \\ &\frac{1}{2b(X_k(t))} s_{k-1}^2(t). \end{aligned} \quad (30)$$

将式(29)代入(30)的第1项, 经化简可得

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2b(X_k(t))} s_k^2(t) \\ &\int_0^t (-m \tilde{z}_k(t) / s_k(t) / + m \tilde{W}_k^T(t) S(z_k) s_k(t) - \\ &\frac{L}{b(X_k(t))} e_{sk}(t) s_k(t)) d\tau. \end{aligned} \quad (31)$$

将式(26)代入(30)中的第2项, 可得

$$\begin{aligned} &-\frac{m}{2} \int_0^t (\tilde{z}_k^2(\tau) - \tilde{z}_{k-1}^2(\tau)) d\tau = \\ &\int_0^t m \tilde{z}_k(t) / s_k(t) / d\tau - \frac{m}{2} \int_0^t s_k^2(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (32)$$

将式(25)代入(30)中的第3项, 得

$$\begin{aligned} &\frac{m}{2} \int_0^t (\tilde{W}_k^T(\tau) \tilde{W}_k(\tau) - \tilde{W}_{k-1}^T(\tau) \tilde{W}_{k-1}(\tau)) d\tau = \\ &-\int_0^t m \tilde{W}_k^T(\tau) S(z_k) s_k(\tau) d\tau - \\ &\int_0^t \frac{m}{2} S^T(z_k) \tilde{W}_k(\tau) S(z_k) s_k^2(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (33)$$

将式(31) ~ (33)代入(30)并化简, 得

$$\begin{aligned} L_k(t) &= \\ &-\int_0^t \frac{c}{b(X_k(\tau))} s_k^2(\tau) d\tau - \int_0^t \frac{c}{b(X_k(\tau))} / s_k(\tau) / d\tau - \\ &\frac{1}{2b(X_k(t))} s_{k-1}^2(t) = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

这样, $L_k(t)$ 为一单调减序列. 为证明其有界性, 还需要证明 L_0 的有界性. 令 $k = 0$, 由式(18)知

$$\begin{aligned} L_0(t) &= \frac{1}{2b(X_0(t))} s_0^2(t) + \\ &\frac{m}{2} \int_0^t \tilde{W}_0^T(\tau) \tilde{W}_0(\tau) d\tau + \end{aligned}$$

$$-\frac{m}{2} \int_0^t \tilde{z}_0^2(\tau) d\tau. \quad (35)$$

因为 $W_{-1}(t) = \hat{z}_{-1}(t) = 0, \forall t \in [0, T]$, 所以由式(25)和(26)知 $\hat{z}_0 = / s_0 /, W_0 = - S(z_0) s_0$. 由式(35)计算 $L_0(t)$ 的导数, 并代入初值条件, 可得

$$\begin{aligned} \dot{L}_0(t) &= \\ &-\frac{c}{b(X_0(t))} s_0^2(t) - \frac{m}{2} S^T(z_0) S(z_0) s_0^2(t) + \\ &\frac{m}{2} W^{*T}(t) \tilde{W}^*(t) - \frac{m}{2} s_0^2(t) + \tilde{z}_0^2(t) - \\ &c / s_0(t) /. \end{aligned} \quad (36)$$

因为 $W^*(t)$ 和 \tilde{z}_0 有界, 所以 $L_0(t)$ 有上界. 另外, 由 $L_0(0)$ 的有界性知, 对于 $t \in [0, T], L_0(t)$ 有界. 进一步, 可保证 $L_k(t)$ 在 $[0, T]$ 上的有界性, 故 $L_k(t)$ 的极限存在.

将式(34)代入 $L_k(t) = L_0(t) + \sum_{i=1}^k L_i(t)$, 有

$$\begin{aligned} L_k(t) &= L_0(t) - c \int_0^t \frac{s_k^2(\tau)}{b(X_k(\tau))} d\tau - \\ &c \int_0^t / s_i(\tau) / d\tau - \\ &\frac{c}{2} \sum_{i=1}^k \frac{1}{2b(X_i(\tau))} s_{i-1}^2(\tau). \end{aligned} \quad (37)$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, 式(37)两端取极限可得

$$\begin{aligned} \lim_k L_k(t) &= L_0(t) - \lim_k c \int_0^t \frac{s_i^2(\tau)}{b(X_i(\tau))} d\tau - \\ &\lim_k c \int_0^t / s_i(\tau) / d\tau - \\ &\lim_k \frac{c}{2} \sum_{i=1}^{k-1} s_i^2(\tau). \end{aligned} \quad (38)$$

因 $L_k(t) \geq 0$, 故有 $\lim_k s_k(t) = 0$. 因此 $\lim_k / e_{sk}(t) / = 0$.

记 $z_k(t) = [e_k^1(t), e_k^2(t), \dots, e_k^{n-1}(t)]^T$. 依据 $e_{sk}(t)$ 的定义 ($e_{sk}(t) = [1 \quad \dots \quad 1] e_k(t)$), 可写成如下状态空间表达式:

$$\dot{z}_k = A z_k + b e_{sk}. \quad (39)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ -1 & -2 & \dots & -n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

由于 $H(s) = s^{n-1} + \dots + 1$ 是 Hurwitz 的, 利用假设 1, 可导出式(39)的解, 即

$$z_k(t) = \int_0^t (t - \tau)^{n-1} b e_{sk} d\tau, \quad (40)$$

其中 $\Phi(t)$ 是状态转移矩阵. 存在正常数 ϕ 和 ψ 使得 $\Phi(t)$ 满足 $\|\Phi(t)\| \leq \phi e^{-\psi t}$, ϕ 和 ψ 的大小由参数 n, c

$2, \dots, n-1$ 确定. 对式(40) 两边求范数, 并取极限, 可得

$$\lim_k \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau = \frac{1-e^{-\lambda t}}{\lambda} \phi. \quad (41)$$

进一步, 可得输出误差的界为

$$\lim_k |y_k(t) - y_d(t)| = \lim_k |e_k^1(t)|$$

$$\lim_k \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} \phi d\tau.$$

使用迭代学习律(25) 和(26) 替代微分学习律(16) 和(17), 通过估计逼近误差, 导出 $\lim_k s_k^2(t) = 0$, 解决了跟踪误差依赖于逼近误差的问题. 由于 λ 是可调参数, 在实现时, 可根据实际跟踪精度的要求设置.

5 仿真算例

考虑文献[6] 中给出的受控对象, 系统动态特性中的非线性函数 $f(x_k)$ 和 $g(x_k)$ 如下:

$$f(x_k) = \frac{0.5 \sin x_k^1 (1 + 0.5 \cos x_k^1) (x_k^2)^2}{0.25(2 + \cos x_k^1)^2} - \frac{10 \sin x_k^1 (1 + \cos x_k^1)}{0.25(2 + \cos x_k^1)^2},$$

$$g(x_k) = \frac{1}{0.25(2 + \cos x_k^1)^2}.$$

在系统输入中加入死区环节(2), 死区各参数选择为 $m_r = m_l = m = 0.5, b_r = 4, b_l = -3$; 初始状态设为 $X_k(0) = [x_k^1(0), x_k^2(0)]^T = [0, 1/6]^T$; 期望输出为 $y_d = (1/6) \sin t, T = 2$.

针对以上模型, 采用迭代学习律(24) ~ (26), 学习律中的各个参数选择为 $\sigma(x) = 1, \lambda = 0.01$. λ 是大于 0 的任意可调节参数, 其大小取决于对系统控制精度的要求, 这里取 $\lambda = 0.001$. 神经网络的输入向量 $z_k = [x_1, x_2, e_{sk}, e_{sk}^2, \dots, s]^T$, 选择一个 RBF 神经网络, 网络节点数 $l = 10, \mu_i = 0.5, \sigma_i = 0.01$. 设定神经网络权值的初值 $W_0(t) = 0$, 参数 $\hat{\lambda}_0(t) = 0$. 仿真结果如图 2 所示. 由图可以看出, 输出误差 $(J_k = \lg(\max_{t \in [0, 2]} |y_k(t) - y_d(t)|))$ 精度的数量级接近于 10^{-4} , 与传统控制方法相比, 系统输出能在区间 $[0, 2]$ 上处处跟踪上期望轨迹.

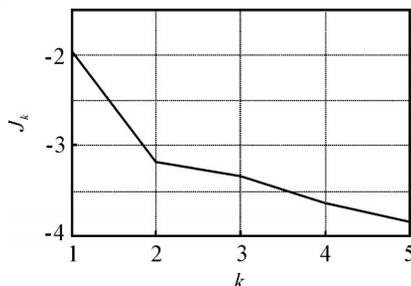


图2 输出误差

6 结 论

针对有限时间区间上重复运行的动态系统, 本文讨论了含输入死区非线性情形时的跟踪控制问题. 理论分析了神经网络逼近误差对系统跟踪性能的影响, 给出了神经网络迭代学习控制器的设计. 仿真结果表明了文中提出的迭代学习控制方案是有效的.

参考文献(References)

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robotics by learning [J]. J of Robotic Systems, 1984, 1(2): 123-140.
- [2] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. (Sun M X, Huang B J. Iterative learning control[M]. Beijing: Nation Defense Industry Press, 1999.)
- [3] Xu J X, Tan Y. A composite energy function-based learning control approach for nonlinear systems with time-varying parametric uncertainties [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 37(11): 1940-1945.
- [4] Kosmatopoulos E B, Polycarpou M M. High-order neural network structures for identification of dynamical systems [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1995, 6(2): 422-431.
- [5] Ge S S, Hang C C, Zhang T. A direct method for robust adaptive nonlinear control with guaranteed transient performance [J]. System & Control Letters, 1999, 37(5): 275-284.
- [6] Recker D, Kokotovic P, Rhode D. Adaptive nonlinear control systems containing a dead zone [C]. Proc of 30th IEEE Conf on Decision and Control. Brighton, 1991: 2111-2115.
- [7] Tao G, Kokotovic V. Adaptive control of plants with unknown dead-zones [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(1): 59-68.
- [8] Jang J O. A deadzone compensator for a DC motor system using fuzzy logic control [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2001, 31(1): 42-47.
- [9] Lewis F L, Tim W K, Wang L Z, et al. Dead-zone compensation in motion control systems using adaptive fuzzy logic control [J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 1999, 7(6): 731-741.
- [10] Selmic R R, Lewis F L. Dead-zone compensation in motion control systems using neural networks [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(4): 602-613.
- [11] Wang X X, Su C Y, Hong H. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown dead-zone [J]. Automatica, 2004, 40(3): 407-413.
- [12] Sanner R M, Slotine J E. Gaussian networks for direct adaptive control [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 3(6): 837-863.