

导数例题

例 1：设 $p(x) = x, q(x) = 1 - x$ ， $f(x)$ 为多项式，

$f(x) \geq p(x), f(x) \geq q(x)$ ($\forall x \in (-\infty, +\infty)$)，试证： $f(\frac{1}{2}) > \frac{1}{2}$ 。

例 2：设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续， $f(a) = f(b)$ ，且在开区间 (a, b) 内有连续的右导数

$$f'_+(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (a < x < b)。$$

试证：存在一点 $\xi \in (a, b)$ ，使得 $f'_+(\xi) = 0$ 。

例 3：设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可微，试证： $\exists \xi \in [a, b]$ 使得

$$f'(\xi) \geq \left| \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \right|$$

例 4：设 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导，且存在 $x_1, x_2 \in (a, b)$ ，使

$f(x_1) = f(x_2) = 0$ ，证明： $\exists \xi \in (a, b)$ ，使 $f(\xi) + f'(\xi) = 0$ 。

导数的两个特性：

- (1) 导数无第一类间断点
- (2) 导数的介值性。

作业：P.141 EX7