文章编号: 1001-0920(2009)03-0388-05

基于区间数的多目标灰色局势决策模型

王正新[1], 党耀国[1], 宋传平[2]
(1.南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016; 2.汽车管理学院, 安徽 蚌埠 233011)

摘 要: 基于区间数的距离和灰熵分析,将灰色局势决策拓展到决策信息为区间数的情况,给出了灰色局势决策目标权重的优化方法.考虑各局势的效果测度与正理想效果值的接近性以及目标权重本身的不确定性,建立了多目标优化模型,利用拉格朗日乘子法求解该模型,得到了灰色局势决策的目标权重表达式.利用区间数的可能度对每个事件的局势进行排序,进一步完善了传统的灰色局势决策理论.最后通过实例验证了该模型的有效性和实用性.

关键词: 灰色局势决策; 区间数; 权重; 灰熵; 优化
中图分类号: N941.5 **文献标识码**: A

Multi-objective decision model of grey situation based on interval number

WANG Zheng-xin[1], *DANG Yao-guo*[1], *SONG Chuan-ping*[2]
(1. College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2. Bengbu College of Automobile Management, Bengbu 233011, China. Correspondent: WANG Zheng-xin, E-mail: jenkin226@163.com)

Abstract: Based on the interval distance and grey entropy analysis, this paper makes the grey situation decision expand to the decision-making information which takes the form of interval numbers. The optimization method of objective weights of grey situation decision is proposed, which takes the proximity of effect measure and desired effect value in situations, and the uncertainty of objective weight into account. A multi-objective optimization model is established, the Lagrange multiplier method model is used, and then the expression of objective weight of grey situation decision is obtained. Sorting the situation of everything by using possibility of interval number, this paper improves the theory of the traditional grey situation decision further. Finally, an example shows the effectiveness and practicability of the model.

Key words: Grey situation decision; Interval number; Weights; Grey entropy; Optimization

1 引 言

灰色局势决策[1,2]是灰色系统理论的重要组成部分,是人们对多指标、多对策问题作决策时重要而实用的方法,也是管理决策理论中一种全新的方法.自从邓聚龙教授提出以来,灰色局势决策得到了广泛的应用[3-5].然而,在实际决策问题中,由于决策环境的复杂性和不确定性,决策者往往无法给出效果测度的具体数值,而只能以区间数的形式给出,这就使得决策者无法根据传统方法进行决策.

近年来,决策信息为区间数的决策问题在国内外引起了广泛重视[6-10].文献[11]建立了基于区间数的灰靶决策模型,从而把灰靶决策模型由实数序列拓展到区间数序列,使灰靶决策理论得到发展.目前,关于含区间信息的灰色局势决策模型的研究还很少见.在灰色局势决策模型中,对于事件而言,不同的对策之间具有平行性,而决策的目标之间则不具有平行性.不同的目标对于优选的作用不同,不同的决策者对不同目标的主观认识上的差异,也会导致目标权重的不一致.

本文基于区间数距离的相关概念和灰熵分析[12],首先确定灰局势的效果测度正理想向量和负理想向量;然后考虑各局势的效果测度与理想效果

收稿日期: 2008-01-27; **修回日期**: 2008-05-23.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70473037); 南京航空航天大学科研创新项目(Y0811-091).
作者简介: 王正新(1981—),男,江苏高邮人,博士生,从事灰色系统理论、管理决策方法的研究; 党耀国(1964—),男,河南驻马店人,教授,博士生导师,从事灰色系统理论、数量经济学等研究.

值的接近性以及目标权重本身的不确定性,建立了多目标优化模型,利用拉格朗日乘子法[13,14]求解该模型;再后给出了灰色局势决策的目标权重的表达式,根据区间数的运算法则可得综合效果测度矩阵,再根据区间数排序方法确定最优局势;最后通过实例验证了该方法的有效性和实用性.

2　基于区间数的灰色局势决策模型

2.1　区间数距离的相关概念

记 $\tilde{a}=[a^L,a^U]=\{x\mid a^L\le x\le a^U\}$,称 $\tilde{a}$ 为一个区间数. 特别地,若 $a^L=a^U$,则 $\tilde{a}$ 退化为一个实数.

定义 1　设 $A=[a_1,a_2](a_1\le a_2)$ 和 $B=[b_1,b_2](b_1\le b_2)$ 为区间数集中的两个区间数,称

$$L(A,B)=\frac{1}{\sqrt[p]{2}}[(a_1-b_1)^p+(a_2-b_2)^p]^{1/p}$$

为区间数 A 与 B 的距离.

当 $p=1$ 时,记

$$L_1(A,B)=\frac{1}{2}[|a_1-b_1|+|a_2-b_2|],$$

称 $L_1(A,B)$ 为海明距离;

当 $p=2$ 时,记

$$L_2(A,B)=\frac{1}{\sqrt{2}}[(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2]^{1/2},$$

称 $L_2(A,B)$ 为欧氏距离.

当 A 和 B 均为实数时,即 $a_1=a_2,b_1=b_2$,则

$$L(A,B)=|a_1-b_1|=d(A,B),$$

其中 $d(A,B)$ 表示实数 A 与 B 之间的距离.

区间数距离是实数距离的推广. 这说明本文的决策模型是传统局势决策模型的推广,它适用于决策信息为实数的情况.

2.2　传统灰色局势决策的拓展

文献[1,2]给出了等权处理的灰色局势决策模型. 下面在此基础上,给出决策信息为区间数且目标权重不相等的多目标灰色局势决策模型.

设 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 为事件集,$B=(b_1,b_2,\cdots,b_m\}$ 为对策集,$S=\{s_{ij}=(a_i,b_j)\mid a_i\in A,b_j\in B\}$ 为局势集,$\tilde{u}_{ij}^{(k)}(i=1,2,\cdots,n,j=1,2,\cdots,m)$ 为局势 $s_{ij}\in S$ 在 k 目标下的效果样本值. 决策信息并非一个具体的精确数,而是一个区间数,因此局势 s_{ij} 在 k 目标下的效果样本值 $\tilde{u}_{ij}^{(k)}$ 为区间数,记为 $\tilde{u}_{ij}^{(k)}=[u_{ij}^{(k)L},u_{ij}^{(k)U}]$,其中 $u_{ij}^{(k)L}$ 和 $u_{ij}^{(k)U}$ 分别为局势 s_{ij} 在 k 目标下的效果样本值的上限和下限.

不同的目标往往具有不同的极性. 根据实际情况,对效果样本值分别进行以下两种变换,变换后的一致效果测度区间为 $\tilde{r}_{ij}^{(k)}=[r_{ij}^{(k)L},r_{ij}^{(k)U}]$.

1) 对于希望效果样本值越大越好、越多越好这类目标,可采用上限效果测度

$$r_{ij}^{(k)L}=u_{ij}^{(k)L}\Big/\sum_{i=1}^{n}u_{ij}^{(k)U},\quad r_{ij}^{(k)U}=u_{ij}^{(k)U}\Big/\sum_{i=1}^{n}u_{ij}^{(k)L}.$$

2) 对于希望效果样本值越小越好、越少越好这类目标,可采用下限效果测度

$$r_{ij}^{(k)L}=\frac{1}{u_{ij}^{(k)U}}\Big/\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{u_{ij}^{(k)L}},\quad r_{ij}^{(k)U}=\frac{1}{u_{ij}^{(k)L}}\Big/\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{u_{ij}^{(k)U}}.$$

以上两种效果测度 $\tilde{r}_{ij}^{(k)}$ 可满足: 1) $r_{ij}^{(k)L}$ 和 $r_{ij}^{(k)U}$ 无量纲;2) $r_{ij}^{(k)L},r_{ij}^{(k)U}\in[0,1]$;3) 效果越理想,$\tilde{r}_{ij}^{(k)}$ 越大. 因此,可得到局势集 S 在 k 目标下的一致效果测度矩阵

$$\tilde{R}^{(k)}=(\tilde{r}_{ij}^{(k)})=\begin{bmatrix}\tilde{r}_{11}^{(k)} & \tilde{r}_{12}^{(k)} & \cdots & \tilde{r}_{1m}^{(k)}\\ \tilde{r}_{21}^{(k)} & \tilde{r}_{22}^{(k)} & \cdots & \tilde{r}_{2m}^{(k)}\\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots\\ \tilde{r}_{n1}^{(k)} & \tilde{r}_{n2}^{(k)} & \cdots & \tilde{r}_{nm}^{(k)}\end{bmatrix}.$$

设 $\eta_k(k=1,2,\cdots,s)$ 为目标 k 的决策权重,$\sum_{k=1}^{s}\eta_k=1$,则局势 s_{ij} 的综合效果测度可表示为 $\tilde{r}_{ij}=\sum_{k=1}^{s}\eta_k\tilde{r}_{ij}^{(k)}$,综合效果测度矩阵为

$$\tilde{R}=(\tilde{r}_{ij})=\begin{bmatrix}\tilde{r}_{11} & \tilde{r}_{12} & \cdots & \tilde{r}_{1m}\\ \tilde{r}_{21} & \tilde{r}_{22} & \cdots & \tilde{r}_{2m}\\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots\\ \tilde{r}_{n1} & \tilde{r}_{n2} & \cdots & \tilde{r}_{nm}\end{bmatrix}.$$

若 $\max\limits_{1\le j\le m}\{\tilde{r}_{ij}\}=\tilde{r}_{ij_0}$,则称 b_{j_0} 为事件 a_i 的最优对策;若 $\max\limits_{1\le j\le m}\{\tilde{r}_{ij}\}=\tilde{r}_{i_0j}$,则称 a_{i_0} 为与对策 b_j 相对应的最优事件;若 $\max\limits_{1\le j\le m}\{\tilde{r}_{ij}\}=\tilde{r}_{i_0j_0}$,则称 $s_{i_0j_0}$ 为最优局势.

2.3　灰局势目标权重的优化模型与求解

首先根据局势集在 s 个目标下的一致效果测度矩阵,确定正负理想效果测度. 由于各个目标的效果测度为区间数,借鉴文献[15]的处理思想,分别在效果测度的上限和下限中寻找正负理想效果测度. 对于事件 a_i,定义 $v_i^+=\max\limits_k\max\limits_j r_{ij}^{(k)U}$ 为 a_i 的正理想效果测度,$v_i^-=\min\limits_k\min\limits_j r_{ij}^{(k)L}$ 为 a_i 的负理想效果测度.

相应地,对于 n 个事件,可得到正理想效果测度向量 $V^+=(v_1^+,v_2^+,\cdots,v_n^+)$ 和负理想效果测度向量 $V^-=(v_1^-,v_2^-,\cdots,v_n^-)$.

局势 (a_i,b_j) 在目标 k 下,一致效果测度 $\tilde{r}_{ij}^{(k)}$ 与其对应的正负理想效果测度 v_i^+ 和 v_i^- 的偏差,可分别表示为

$$d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)},v_i^+)=\frac{1}{\sqrt{2}}[(r_{ij}^{(k)L}-v_i^+)^2+(r_{ij}^{(k)U}-v_i^+)^2]^{1/2},\qquad(1)$$

$$d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-) = \frac{1}{\sqrt{2}}[(r_{ij}^{(k)L} - v_i^-)^2 + (r_{ij}^{(k)U} - v_i^-)^2]^{1/2}. \tag{2}$$

对于事件 a_i,在目标 k 下,所有对策的一致效果测度与其对应的正负理想测度 v_i^+ 和 v_i^- 的偏差,可分别表示为目标权重 η_k 的函数

$$D_i^+ = \sum_{j=1}^{m} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)\eta_k, \tag{3}$$

$$D_i^- = \sum_{j=1}^{m} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-)\eta_k. \tag{4}$$

对于全部 n 个事件,在所有对策和目标下,一致效果测度与正负理想效果测度的总偏差可分别表示为

$$D^+(\eta_k) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)\eta_k, \tag{5}$$

$$D^-(\eta_k) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-)\eta_k. \tag{6}$$

这里需要确定权重 η_k,使得每种局势的一致效果测度与正理想效果测度的总偏差最小,与负理想效果测度的总偏差最大. 可归结为如下多目标优化问题:

$$(\bar{P}):\begin{cases} \min\ D^+(\eta_k) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)\eta_k, \\ \max\ D^-(\eta_k) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-)\eta_k, \\ \text{s.t.}\ \sum_{k=1}^{s}\eta_k = 1,\ \eta_k \geq 0,\ k = 1,2,\cdots,s. \end{cases} \tag{7}$$

由于信息不完全的决策系统的权重本身具有一定的不确定性,确定目标权重应使权重序列 η_k 的不确定性尽量减少. 由文献[12]关于灰熵的定义可知,目标权重序列 $\eta = \{\eta_k\}(k = 1,2,\cdots,s)$ 为灰内涵序列,它的灰熵定义为

$$H_{\odot}(\eta) = -\sum_{i=1}^{s}\eta_i\ln\eta_i. \tag{8}$$

灰熵 $H_{\odot}(\eta)$ 与 Shannon 熵函数有着相同的结构,具有对称性、非负性、可加性、上凸性和极值性. 它们的不同之处在于 Shannon 熵是概率熵,而灰熵是非概率熵,灰熵的灰性由序列的灰性决定[12]. 由灰熵函数的上凸性和极值性可知,这种区别并不影响灰熵的极值性. 根据极大熵原理,确定目标权重应使权重序列 η_k 的不确定性尽量减少,因此施加灰熵 $H_{\odot}(\eta)$ 的极大化约束为

$$(\bar{P}'):\begin{cases} \max\ H_{\odot}(\eta) = -\sum_{i=1}^{s}\eta_i\ln\eta_i, \\ \text{s.t.}\ \sum_{k=1}^{s}\eta_k = 1,\ \eta_k \geq 0,\ k = 1,2,\cdots,s. \end{cases} \tag{9}$$

$(\bar{P})$ 和 $(\bar{P}')$ 可转化为如下单目标优化问题:

$$\begin{cases} \min\Big\{\mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)\eta_k - \\ \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-)\eta_k + (1-2\mu)\sum_{k=1}^{s}\eta_k\ln\eta_k\Big\}, \\ \text{s.t.}\ \sum_{k=1}^{s}\eta_k = 1,\ \eta_k \geq 0,\ k = 1,2,\cdots,s. \end{cases} \tag{10}$$

其中 $0 < \mu < 1/2$,表示3个目标之间的平衡系数,可根据实际情况给定. 考虑到 3 个目标函数是公平竞争的,一般取 $\mu = 1/3$.

构造拉格朗日函数

$$L(\eta_k,\lambda) = \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)\eta_k - \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-)\eta_k + (1-2\mu)\sum_{k=1}^{s}\eta_k\ln\eta_k - \lambda\Big(\sum_{k=1}^{s}\eta_k - 1\Big). \tag{11}$$

根据极值存在的必要条件,有

$$\begin{cases} \partial L/\partial\eta_k = \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+) - \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-) + (1-2\mu)(\ln\eta_k + 1) - \lambda = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial\lambda} = \sum_{k=1}^{s}\eta_k - 1 = 0,\ k = 1,2,\cdots,s. \end{cases} \tag{12}$$

解得

$$\eta_k = \exp\Big\{\Big[\lambda + \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-) - \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)\Big]\Big/(1-2\mu) - 1\Big\}. \tag{13}$$

由于 $\sum_{k=1}^{s}\eta_k = 1$,将式(13)代入,得

$$\exp[\lambda/(1-2\mu)] = \sum_{k=1}^{s}\exp\Big\{\Big[\mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-) - \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)\Big]\Big/(1-2\mu) - 1\Big\}. \tag{14}$$

式(14)代入式(13),得

$$\eta_k = \frac{\exp\Big\{\frac{\mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-) - \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)}{1-2\mu} - 1\Big\}}{\sum_{k=1}^{s}\exp\Big\{\frac{\mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^-(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^-) - \mu\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} d^+(\tilde{r}_{ij}^{(k)}, v_i^+)}{1-2\mu} - 1\Big\}}. \tag{15}$$

2.4　最优局势的确定

目标权重确定以后,便可根据公式 $\tilde{r}_{ij}=\sum_{k=1}^{s}\eta_k \tilde{r}_{ij}^{(k)}$ 计算出综合效果测度矩阵.由于综合效果测度矩阵中的元素为区间数,要确定每个事件的最优局势,就涉及到区间数的排序问题.本文利用文献[9,10]的排序方法对每个事件选择最优局势.

对于事件 a_i,按照公式

$$p(\tilde{r}_{ij_1}\geq\tilde{r}_{ij_2})=\frac{\min\{l_{\tilde{r}_{ij_1}}+l_{\tilde{r}_{ij_2}},\max(\overline{r}_{ij_1}-\underline{r}_{ij_2},0)\}}{l_{\tilde{r}_{ij_1}}+l_{\tilde{r}_{ij_2}}},$$

计算 $\tilde{r}_{ij_1}\geq\tilde{r}_{ij_2}$ 的可能度,将 m 个对策进行两两比较,便得到可能度矩阵.这样,对局势进行排序便转化为求解可能度矩阵的排序向量.这里的可能度矩阵是一个 $m\times m$ 阶模糊互补判断矩阵,可用公式[10]

$$\omega_j=\frac{1}{m(m-1)}\left(\sum_{k=1}^{m}p_{jk}+\frac{m}{2}-1\right),$$

得到可能度矩阵的排序向量 $\omega=(\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_m)$,再用 $\omega_j(j=1,2,\cdots,m)$ 对局势进行排序,从而确定出最优对策.

综上所述,多目标加权的灰色局势决策步骤如下:

第 1 步:根据事件集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 和对策集 $B=\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}$,构造局势集 $S=\{s_{ij}=(a_i,b_j)\mid a_i\in A,b_j\in B\}$;

第 2 步:确定决策目标;

第 3 步:对目标 $k=1,2,\cdots,s$,求相应的效果样本矩阵;

第 4 步:求 k 目标下一致效果测度矩阵,并确定事件的正负理想效果测度向量;

第 5 步:给出平衡系数 μ,并计算各目标的决策权 $\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_s$;

第 6 步:由 $r_{ij}=\sum_{k=1}^{s}\eta_k \tilde{r}_{ij}^{(k)}$ 得到综合效果测度矩阵;

第 7 步:利用区间数排序方法确定最优局势.

3　应用实例

设某企业拥有 4 个工厂(记为工厂 1,工厂 2,工厂 3,工厂 4),现欲对 3 种产品(记为产品 1,产品 2,产品 3)的生产进行决策.

第 1 步:建立事件集、对策集和局势集.选择工厂为事件,事件集 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$,其中 a_1,a_2,a_3,a_4 分别代表 4 个工厂;选择产品为对策,对策集 $B=\{b_1,b_2,b_3\}$,其中 b_1,b_2,b_3 分别代表生产 3 种产品.由事件 A 和对策集 B 可构造局势集

$$S=\{s_{ij}=(a_i,b_j)\mid a_i\in A,b_j\in B\}.$$

第 2 步:确定决策目标.以产值、产销率、管理费用作为决策目标.

第 3 步:求各目标的效果样本矩阵.在 3 个目标下的效果测度矩阵分别为

$$\overline{U}^{(1)}=\begin{bmatrix}[1000,1200] & [480,560] & [200,250]\\ [940,960] & [450,550] & [150,200]\\ [670,720] & [400,450] & [260,300]\\ [400,500] & [370,430] & [300,350]\end{bmatrix},$$

$$\overline{U}^{(2)}=\begin{bmatrix}[0.95,0.98] & [0.86,0.91] & [0.82,0.84]\\ [0.87,0.90] & [0.81,0.83] & [0.83,0.86]\\ [0.92,0.93] & [0.94,0.96] & [0.90,0.92]\\ [0.90,0.92] & [0.97,0.99] & [0.93,0.94]\end{bmatrix},$$

$$\overline{U}^{(3)}=\begin{bmatrix}[80,100] & [40,50] & [15,18]\\ [50,60] & [40,50] & [12,14]\\ [20,30] & [50,60] & [20,24]\\ [70,80] & [25,30] & [14,16]\end{bmatrix}.$$

第 4 步:求一致效果测度矩阵.对于产值和产销率这两个目标均要求越高越好,故选择上限效果测度;对于管理费用则要求越低越好,故选择下限效果测度.

$$\tilde{R}^{(1)}=\begin{bmatrix}[0.2959,0.3987] & [0.2412,0.3294] & [0.1818,0.2747]\\ [0.2781,0.3189] & [0.2261,0.3235] & [0.1364,0.2198]\\ [0.1982,0.2392] & [0.2010,0.2647] & [0.2365,0.3297]\\ [0.1183,0.1661] & [0.1859,0.2529] & [0.2727,0.3846]\end{bmatrix},$$

$$\tilde{R}^{(2)}=\begin{bmatrix}[0.2547,0.2692] & [0.2331,0.2542] & [0.2303,0.2414]\\ [0.2332,0.2473] & [0.2195,0.2318] & [0.2331,0.2471]\\ [0.2466,0.2555] & [0.2547,0.2682] & [0.2528,0.2644]\\ [0.2413,0.2527] & [0.2629,0.2765] & [0.2612,0.2701]\end{bmatrix},$$

$$\tilde{R}^{(3)}=\begin{bmatrix}[0.1033,0.1724] & [0.1818,0.2778] & [0.2047,0.2884]\\ [0.1722,0.2759] & [0.1818,0.2778] & [0.2632,0.3605]\\ [0.3444,0.6897] & [0.1515,0.2222] & [0.1535,0.2163]\\ [0.1292,0.1970] & [0.3030,0.4444] & [0.2303,0.3090]\end{bmatrix}.$$

第 5 步:给出平衡系数 μ,并计算各目标的决策权 η_1,η_2,η_3.考虑到 3 个目标函数是公平竞争的,故取 $\mu=1/3$.根据式(15)可计算出

$$\eta_1=0.3352,\ \eta_2=0.3094,\ \eta_3=0.3554.$$

第 6 步:由 $\tilde{r}_{ij}=\sum_{k=1}^{s}\eta_k \tilde{r}_{ij}^{(k)}$ 计算综合效果测度矩阵

$$\tilde{R}=\begin{bmatrix}[0.2147,0.2782] & [0.2176,0.2878] & [0.2050,0.2693]\\ [0.2266,0.2815] & [0.2083,0.2789] & [0.2114,0.2783]\\ [0.2652,0.4043] & [0.2000,0.2507] & [0.2120,0.2692]\\ [0.1602,0.2039] & [0.2514,0.3283] & [0.2540,0.3223]\end{bmatrix}.$$

第 7 步:利用区间数排序方法确定最优局势. 根据文献[9,10]给出的区间数排序方法,可以得出:事件 a_1 的最优对策 b_2,事件 a_2 的最优对策 b_1,事件 a_3 的最优对策 b_1,事件 a_4 的最优对策 b_2;对策 b_1 对应的最优事件为 a_3,对策 b_2 对应的最优事件为 a_4,对策 b_3 对应的最优事件为 a_4. 由此可见,最优局势为 S_{31} 和 S_{42},即企业的最优决策是:工厂 3 生产产品 1,工厂 4 生产产品 2.

4 结 论

本文研究决策矩阵为区间数的多目标灰色局势决策问题. 考虑各局势的效果测度与正理想效果值的接近性以及目标权重本身的不确定性,建立了多目标优化模型,利用拉格朗日乘子法提出了目标权重的一种赋权法,并根据区间数的可能度对每个事件的最优局势进行排序. 该模型的计算易于在计算机上实现. 该方法为解决具有区间数多目标灰色局势决策问题提供了一种实用的决策方法. 在事先给出各方案隶属函数的条件下,还可利用模糊区间方法进一步研究决策信息为区间数的局势决策模型.

参考文献(References)

[1] 邓聚龙. 灰预测与决策[M]. 修订版. 武汉:华中科技大学出版社, 2002.
(Deng J L. Grey prediction and grey decision[M]. Revised Ed. Wuhan: Press of Huazhong University of Science &Technology, 2002.)

[2] 刘思峰, 党耀国, 方志耕. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社, 2004.
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. Grey system theory and its application[M]. Beijing: Science Press, 2004.)

[3] 曹丽文, 吴圣林, 于宗仁, 等. 基于灰色局势决策理论的工程投标决策方法[J]. 华中科技大学学报, 2004, 32(7): 27-30.
(Cao L W, Wu S L, Yu Z R, et al. Decision-making method of engineering bidding based on grey game decision[J]. J of Huazhong University of Science & Technology, 2004, 32(7): 27-30.)

[4] 陈德军, 张曙红, 陈绵云. 灰色一般局势决策及其应用研究[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(4): 423-425.
(Chen D J, Zhang S H, Chen M Y. Research of gray general situation decision and its application[J]. Systems Engineering and Electronic, 2004, 26(4): 423-425.)

[5] 於永和. 基于灰决策和粗糙集的 BOT 项目投标方案风险评价模型[J]. 合肥工业大学学报, 2006, 29(10): 1312-1315.
(Yu Y H. Risk evaluation model of bidding schemes based on grey decision and rough sets for BOT project [J]. J of Hefei University of Technology, 2006, 29(10): 1312-1315.)

[6] Yoon K. The propagation of errors in multiple-attribute decision analysis: A practical approach[J]. J of the Operational Research Society, 1989, 40(7): 681-686.

[7] Bryson N, Mobolurin A. An action learning evaluation procedure for multiple criteria decision making problems [J]. European J of Operational Research, 1996, 96(2): 379-386.

[8] 张全, 樊治平, 潘德惠. 区间数多属性决策中一种带有可能度的排序方法[J]. 控制与决策, 1999, 14(6): 703-706.
(Zhang Q, Fan Z P, Pan D H. A ranking approach with possibilities for multiple attribute decision making problems with intervals[J]. Control and Decision, 1999, 14(6): 703-706.)

[9] 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67-70.
(Xu Z S, Da Q L. Possibility degree method for ranking interval numbers and its application[J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(1): 67-70.)

[10] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报, 2001, 16(4): 311-314.
(Xu Z S. Algorithm for priority of fuzzy complementary judgement matrix[J]. J of Systems Engineering, 2001, 16(4): 311-314.)

[11] 党耀国, 刘思峰, 刘斌. 基于区间数的多指标灰靶决策模型的研究[J]. 中国工程科学, 2005, 7(8): 31-35.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B. Study on the multi-attribute decision model of grey target based on interval number[J]. Engineering Science of China, 2005, 7(8): 31-35.)

[12] 张岐山, 郭喜江, 邓聚龙. 灰关联熵分析方法[J]. 系统工程理论与实践, 1996, 16(8): 7-11.
(Zhang Q S, Guo X J, Deng J L. Grey relation entropy method of grey relation analysis [J]. System Engineering Theory & Practice, 1996, 16(8): 7-11.)

[13] 邱菀华. 管理决策与应用熵学[M]. 北京:机械工业出版社, 2004.
(Qiu W H. Management decision-making and entropy [M]. Beijing: Science Press, 2004.)

[14] Wang Z Y, Wang C X, Zhang J H. The muti-object weights evaluation method based on ideal interval number and entropy [J]. J of Engineering Mathematics, 2006, 23(1): 13-19.

[15] 梁梁. 基于理想点的区间评价方法[J]. 预测, 1996, 8(5): 60-61.
(Liang L. Interval appraise method based on ideal point[J]. Forecasting, 1996, 8(5): 60-61.)