

文章编号: 1001-0920(2014)07-1167-07

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.0606

受复杂多通道通信约束的网络化系统 H_2/H_∞ 滤波

杜大军, 宋志华, 费敏锐

(上海大学 a. 机电工程与自动化学院, b. 上海市电站自动化重点实验室, 上海 200072)

摘要: 多通道网络化系统中每个通道存在不尽相同的网络不确定性因素, 使得 H_2/H_∞ 滤波更加困难. 对此, 提出一种受多通道通信约束的网络化系统滤波方法. 首先, 基于最大数据包错序思想解决了传感器到滤波器之间的复杂多通道通信约束的问题; 然后, 建立了更加普适的融合多通道通信约束的滤波误差动态系统模型, 证明了在已知最长网络延时和最大连续丢包数情况下, 所设计的滤波器可使系统随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能指标. 仿真结果表明该方法可行且有效.

关键词: 多通道; 数据包错序; H_2/H_∞ 滤波; 随机稳定

中图分类号: TP273

文献标志码: A

H_2/H_∞ filtering for networked systems with complex multi-channel communication constraints

DU Da-jun, SONG Zhi-hua, FEI Min-rui

(a. School of Mechatronics Engineering and Automation, b. Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology, Shanghai University, Shanghai 200072, China. Correspondent: SONG Zhi-hua, E-mail: mengjie3190021@163.com)

Abstract: The H_2/H_∞ filtering for complex multi-channel networked systems with different network-related non-deterministic issues in each channel is studied, where multiple signals are encapsulated into single packet and transmitted through one common channel. By using a maximum data packet out-of-order strategy, multi-channel communication constraints from the sensor to the filter are firstly solved within one framework. A generalized comprehensive filtering error dynamic system model which contains multi-channel communication constraints is then established. Under the known maximum network-induced delays and the known number of data packet dropout, the designed filter enables multi-channel error dynamic system to be stochastic stability and to guarantee a prescribed H_2/H_∞ performance. Numerical simulation results show the feasibility and efficiency of the proposed method.

Key words: multi-channel; data packet out-of-order; H_2/H_∞ filtering; stochastic stability

0 引言

随着网络技术、通信技术和控制技术的不断发展, 以及智能传感器和执行器的大量使用, 控制系统的基本结构和运行方式发生了改变, 产生了通过网络传输测量信号和控制信号的网络控制系统(NCSs)^[1-3]. 在NCSs中通常存在噪声干扰, 同时网络的引入也将不可避免地产生网络不确定性因素(如网络延时、数据丢包和数据包错序等), 使得噪声和网络对系统的影响更加复杂, 这必将限制和降低系统的性能.

当噪声输入为严格的 Gauss 过程或 Gauss 序列时, 经典的 Kalman 滤波器根据最小均方误差最佳的准则, 能够进行最优滤波估计. 如文献[4]解决了数据丢失情况下的不确定离散随机系统鲁棒 Kalman 滤波问题. 当系统存在非 Gauss 噪声时, 假定噪声输入为能量有界的信号, Elsayed 等^[5]依据最小化滤波误差系统 H_∞ 范数上界的方法设计 H_∞ 滤波器, 解决了 Kalman 滤波方法对噪声输入信号的限制. 不同于 H_∞ 滤波, 国内外学者基于 Wilson 提出的 H_2/H_∞ 性能准则设计滤波器, 使得滤波误差系统具有一定的 H_2/H_∞ 扰

收稿日期: 2013-05-10; 修回日期: 2013-10-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61104089, 61074032); 上海市青年科技启明星计划项目(13QA1401600); 上海市自然科学基金项目(11ZR1413100); 上海市科委基础研究重点项目(11jc1404000).

作者简介: 杜大军(1978-), 男, 副研究员, 从事网络先进控制理论与技术的研究; 费敏锐(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 从事网络先进控制理论与系统实现等研究.

动衰减水平,即能量-峰值滤波^[6].

在网络化系统的滤波中,已经取得了一些研究成果.如:文献[7-12]考虑部分网络不确定性因素,给出了 H_∞ 存在并使得系统稳定的条件;文献[13-14]考虑了网络延时,设计的滤波器使得滤波误差系统稳定并满足 H_2/H_∞ 性能.以上研究均假设每个传感器到滤波器之间的网络不确定性因素相同,从而将其简化为单通道网络进行滤波问题研究.然而在实际应用中,有时传感器分布于不同的地域,信息通过多通道和滤波器进行通信,使得网络不确定性因素异常复杂,同一时刻每个通道存在的网络不确定性因素不尽相同.显然,按单通道网络进行滤波器设计将不再适用,故必须分析多通道通信约束对滤波器性能的影响.

目前考虑多通道网络通信约束,研究网络化系统 H_2/H_∞ 滤波问题的较少,文献[15]只给出了一个基于2通道的滤波误差系统满足均方指数稳定的充分条件.文献[16]采用简单的传输矩阵描述多通道通信模式,建立了故障检测滤波器,证明了故障检测系统的带有 H_∞ 衰减水平的随机稳定性.文献[17]采用 Bernoulli 分布描述每个通道的传感器故障,进一步采用缓冲区策略来处理网络诱导延时,给出了 H_∞ 滤波器时滞依赖和参数依赖的充分条件.然而,以上研究仅仅考虑了部分网络不确定性因素进行滤波器设计.

本文主要研究受多通道通信约束的网络化系统 H_2/H_∞ 滤波器设计问题,建立了更加通用的融合多通道通信约束的滤波误差动态系统综合模型,证明了在已知最长网络诱导延时和最大连续丢包数的情况下,所设计的滤波器可使多通道滤波误差系统随机稳定且满足给定的 H_2/H_∞ 性能指标.

1 问题描述

考虑如下—类离散系统^[6,13,14]:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bw(k), \\ y(k) = Cx(k) + Dw(k), \\ z(k) = Lx(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) = [x_1(k), \dots, x_m(k)]^T \in R^m$ 为系统的状态; $y(k) = [y_1(k), \dots, y_n(k)]^T \in R^n$ 为系统的测量输出; $z(k) = [z_1(k), \dots, z_g(k)]^T \in R^g$ 为被调输出; $w(k) = [w_1(k), \dots, w_q(k)]^T \in R^q$ 为系统中能量有界的干扰信号,即 $w(k)$ 属于 $l_2[0, \infty)$; 系数矩阵 A 、 B 、 C 、 D 和 L 为已知的适当维数常数矩阵.

受多通道通信约束的网络化系统 H_2/H_∞ 滤波如图1所示.传感器分别通过 n 个通道将信号传递到滤波器,每个通道都存在网络延时、数据丢包和数据包错序等网络不确定性因素;传感器的测量信号分别

为 $y_1(k), \dots, y_p(k), \dots, y_n(k)$, 滤波器采用的传感器测量信号为 $\hat{y}_1(k), \dots, \hat{y}_p(k), \dots, \hat{y}_n(k)$; 传感器和滤波器均采用时间驱动,且采样周期均为 T .

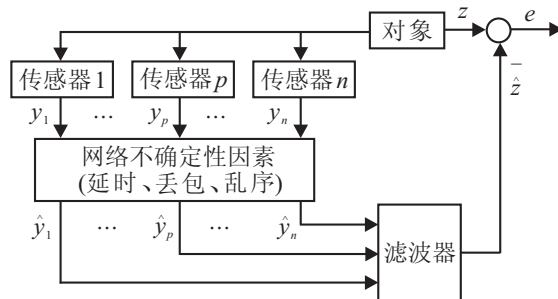


图1 受多通道通信约束的网络化系统 H_2/H_∞ 滤波示意图

设传感器到滤波器之间第 p ($p = 1, 2, \dots, n$) 个通道的网络延时和最大连续数据丢包个数分别为 $\tau_p(k)$ 和 η , 且 $0 \leq \tau_p(k) \leq \tau T$, τ 和 η 都为正数. 令 $h = \tau + \eta$, 在第 p 个通道, 数据包 $y_p(k-h), y_p(k-h+1), \dots, y_p(k)$ 的期望到达顺序分别为 $1, 2, \dots, h+1$, 即数据包 $y_p(k-i)$ 期望到达的顺序是 $h+1-i$ ($i = 0, 1, \dots, h$). 数据包实际到达的顺序用 $R_p^k(i)$ 表示. 不失一般性, 假设在 kT 时刻以前(含 kT 时刻)丢失或没到的数据包在 kT 时刻后按正常顺序到达, 并且在实际到达顺序上加1^[18]. 用 $d_p^k(h+1-i)$ 表示实际到达顺序与期望到达顺序之间的位移差, 即

$$d_p^k(h+1-i) = R_p^k(i) - (h+1-i). \quad (2)$$

若 $d_p^k(h+1-i) > 0$ 表示对应的数据包 $y_p(k-i)$ 晚到, $d_p^k(h+1-i) < 0$ 表示 $y_p(k-i)$ 早到, $d_p^k(h+1-i) = 0$ 表示 $y_p(k-i)$ 正常到达, 则有

$$\delta_p(d_p^k(h+1-i)) = \begin{cases} 1, & d_p^k(h+1-i) \leq 0; \\ 0, & d_p^k(h+1-i) > 0. \end{cases} \quad (3)$$

为了进一步解释式(2)和(3), 图2给出了数据包(如 $y_p(k-i), i = 4, \dots, 0$) 在第 p 个通道中的传输时序图, $h = 4$. 表1给出了期望到达的顺序、实际到达的顺序和位移差. 图2中 $y_p(k-4)$ 和 $y_p(k-3)$ 发生错序, $y_p(k-2)$ 丢失. 注意因 kT 时刻以前 $y_p(k-2)$ 和 $y_p(k)$ 没到, 故按正常顺序到达并在实际到达顺序上加1, 即分别为5和6. 从表1中可以发现数据包 $y_p(k-4)$ 正常到达, $y_p(k-3)$ 和 $y(k)$ 滞后1个位置, $y_p(k-2)$ 滞后2个位置, $y_p(k-1)$ 早到2个位置.

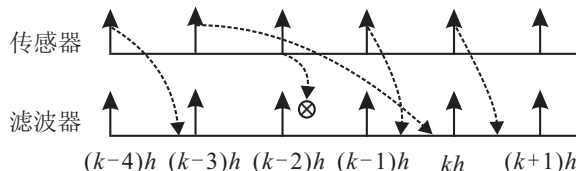


图2 数据包传输的时序图

表1 图2中第 p 个通道数据包序列

数据包	$y(k-4)$	$y(k-3)$	$y(k-2)$	$y(k-1)$	$y(k)$
期望到达的顺序	1	2	3	4	5
实际到达的顺序	1	3	5	2	6
位移差	0	1	2	-2	1

注1 基于最大数据包错序思想^[18], 且数据包最大错序上界为 h , 可将网络延时、数据丢包和数据包错序统一在数据包错序框架内, 为下面滤波器采用每一个通道的最新数据包而奠定基础.

为了确保滤波器采用第 p 个通道的最新数据包, 定义

$$\sigma_p^k(i) = \prod_{j=0}^{i-1} ((1 - \delta_p(d_p^k(h+1-j))) \times \delta_p(d_p^k(h+1-i))), \quad (4)$$

其中

$$\prod_{j=0}^{-1} (1 - \delta_p(d_p^k(h+1-j))) = 1.$$

因此, 第 p 个通道中的 $h+1$ 个数据包的状态分别变为 $\sigma_p^k(0), \sigma_p^k(1), \dots, \sigma_p^k(h)$, 滤波器接收到的信号为

$$\hat{y}_p(k) = \sum_{i=0}^h \sigma_p^k(i) c_p x(k-i) + Dw(k), \quad (5)$$

其中 c_p 为矩阵 C 的第 p 行.

注2 由式(4)可知 $\sigma_p^k(i) = 0$ 或 1 , 且在 kT 时刻 $h+1$ 个数据包中只有一个的状态为 1 , 其余均为 0 . 因此, 式(5)中的 $\sum_{i=0}^h \sigma_p^k(i) = 1$ 描述了数据包是否错序并确保了滤波器采用第 p 个通道中的最新数据包.

对于每个通道, 设定数据包最大错序上界均为 h , 定义 $\mathfrak{S} = \{1, 2, \dots, r\}$, 其中 $r = (h+1)^n$, 也即在 kT 时刻 n 个通道存在 r 种模态(数据包错序情况). 若每个通道中的数据传输服从 Markov 过程, r_k 表示不同的跳变模态, 则 r_k 从模态 s 跳变到 j 的概率为

$$\pi_{sj} = \Pr\{r_{k+1} = j | r_k = s\}. \quad (6)$$

其中: $s = [s_1, s_2, \dots, s_n]$ 表示 kT 时刻每个通道从 $h+1$ 个数据包中取得最新数据包的序号, 即若 $\sigma_p^k(i) = 1$ ($p = 1, 2, \dots, n$), 则对应的序号可表示为 $s_p = i$; 同理, $j = [j_1, j_2, \dots, j_n]$ 表示 $(k+1)T$ 时刻每个通道从 $h+1$ 个数据包中取得最新数据包的序号. 因此 $\sum_{j=1}^r \pi_{sj} = 1$.

在 kT 时刻, 对于所有的 n 个通道, 滤波器采用每一个通道的最新数据包可表示为

$$\hat{y}(k) = \sigma^k(0)Cx(k) + M_s C_0 \bar{X}(k) + Dw(k). \quad (7)$$

其中

$$\hat{y}(k) = [\hat{y}_1(k), \hat{y}_2(k), \dots, \hat{y}_n(k)]^T,$$

$$\bar{X} = [x^T(k-1), x^T(k-2), \dots, x^T(k-h)]^T,$$

$$C_0 = \text{diag}\{C, C, \dots, C\},$$

$$M_s = [\underbrace{\sigma^k(1) \quad \sigma^k(2) \quad \dots \quad \sigma^k(h)}_h],$$

$$\sigma^k(i) = \text{diag}\{\sigma_1^k(i), \sigma_2^k(i), \dots, \sigma_n^k(i)\}.$$

设计如下模式依赖全阶滤波器:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A_s \hat{x}(k) + B_s \hat{y}(k), \\ \hat{z}(k) = C_s \hat{x}(k). \end{cases} \quad (8)$$

其中: $\hat{x}(k) \in R^m$ 为滤波器状态, $\hat{z}(k) \in R^g$ 为 $z(k)$ 的估计值, A_s, B_s, C_s 为与 kT 时刻 n 个通道状态 $s = [s_1, s_2, \dots, s_n]$ 相关的待设计滤波器参数.

根据以上定义的 \bar{X} , 可得

$$\bar{X}(k+1) = A_0 x(k) + B_0 \bar{X}(k), \quad (9)$$

其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}, \quad I \in R^{m \times m}.$$

定义增广状态向量 $\xi(k) = [x^T(k), \hat{x}^T(k), \bar{X}^T(k)]^T$, 误差 $e(k) = z(k) - \hat{z}(k)$. 由式(1)、(7)、(8)和(9), 可得滤波误差动态系统

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \tilde{A}_s \xi(k) + \tilde{B}_s w(k), \\ e(k) = \tilde{C}_s \xi(k). \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$\tilde{A}_s = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ B_s \sigma^k(0)C & A_s & B_s M_s C_0 \\ A_0 & 0 & B_0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_s = \begin{bmatrix} B \\ B_s D \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{C}_s = [L \quad -C_s \quad 0].$$

注3 滤波误差动态系统(10)融合了状态各异的多通道网络通信约束信息, 因此更加具有普适性和通用性. 特殊情况下, 当每个通道的网络状况相同时, 可表示为常见的单通道网络环境下滤波误差动态系统.

本文研究的受多通道通信约束的网络化系统 H_2/H_∞ 滤波问题是:

1) 在外部干扰 $w(k) = 0$ 的情况下, 滤波误差动态系统是随机稳定的, 如果对于任意初始状态 (ϕ_0, s_0) , 存在

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^l E(x^T(k)x(k)) < \infty. \quad (11)$$

2) 根据文献 [6, 13, 14], 在零初始条件下, 滤波误差动态系统 (10) 具有 H_2/H_∞ 性能 $\gamma (\gamma > 0)$, 即 $w(t)$ 到估计误差 $e(k)$ 的传递函数 (T) 满足

$$E(\|e(k)\|_\infty^2) < \gamma^2 E(\|w(k)\|_2^2), \forall w(k) \neq 0. \quad (12)$$

其中

$$\|e(k)\|_\infty^2 = \sup_k \{e^T(k)e(k)\},$$

$$\|w(k)\|_2^2 = \sum_{k=0}^\infty w^T(k)w(k).$$

2 主要结果

定理 1 在已知最长网络延时和最大连续丢包数 h 情况下, 对于给定的 $\gamma > 0$, 如果存在正定对称矩阵 P_s 和 P_j , 使得如下矩阵不等式组成立:

$$\begin{bmatrix} \Theta_s & \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{A}_s^T P_j \tilde{B}_s \\ \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{B}_s^T P_j \tilde{A}_s & -I + \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{B}_s^T P_j \tilde{B}_s \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -P_s & \tilde{C}_s^T \\ \tilde{C}_s & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

其中 $\Theta_s = -P_s + \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{A}_s^T P_j \tilde{A}_s$, 则滤波误差动态系统 (10) 随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能 γ .

证明 取 Lyapunov 函数为

$$V(k) = \xi^T(k) P_s \xi(k).$$

1) 令 $w(k) = 0$, 分析滤波误差动态系统的随机稳定性.

$$\Delta V(k) = EV(k+1) - V(k) =$$

$$\sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \xi^T(k) \tilde{A}_s^T P_j \tilde{A}_s \xi(k) - \xi^T(k) P_s \xi(k) =$$

$$\xi^T(k) \Theta_s \xi(k),$$

其中

$$\Theta_s = -P_s + \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{A}_s^T P_j \tilde{A}_s.$$

若 $\Theta_s < 0$, 则有

$$EV(k+1) - V(k) = \xi^T(k) \Theta_s \xi(k) \leq$$

$$-\beta \xi^T(k) \xi(k) \leq -\beta x^T(k)x(k), \quad (15)$$

其中 $\beta = \min\{\lambda_{\min}(-\Theta_s), s \in \mathfrak{S}\}$.

将不等式 (15) 两边从 0 到 $l (l \rightarrow \infty)$ 进行叠加, 则有

$$\lim_{l \rightarrow \infty} EV(l+1) - V(\phi_0, s_0) \leq$$

$$-\beta \lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^l E(x^T(k)x(k)).$$

进一步可得

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^l E(x^T(k)x(k)) \leq \frac{1}{\beta} V(\phi_0, s_0) < \infty,$$

故滤波误差动态系统随机稳定.

2) 令 $w(k) \neq 0$, 分析滤波误差动态系统的 H_2/H_∞ 性能.

$$\Delta V = EV(k+1) - V(k) =$$

$$\mu^T(k) \begin{bmatrix} \Theta_s & \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{A}_s^T P_j \tilde{B}_s \\ \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{B}_s^T P_j \tilde{A}_s & \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{B}_s^T P_j \tilde{B}_s \end{bmatrix} \mu(k),$$

其中 $\mu(k) = [\xi^T(k) \ w^T(k)]^T$.

定义 $J = E(V(k)) - E\left(\sum_{i_1=0}^{k-1} w^T(i_1)w(i_1)\right)$, 当初始条件为零时, $E(V(0))$ 的值为零, 则有

$$J = E(V(k)) - E(V(0)) - E\left(\sum_{i_1=0}^{k-1} w^T(i_1)w(i_1)\right) =$$

$$\sum_{i_1=0}^{k-1} \mu^T(k) \Psi \mu(k),$$

其中

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Theta_s & \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{A}_s^T P_j \tilde{B}_s \\ \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{B}_s^T P_j \tilde{A}_s & -I + \sum_{j \in \mathfrak{S}} \pi_{sj} \tilde{B}_s^T P_j \tilde{B}_s \end{bmatrix}.$$

若式 (13) 成立, 则有 $J < 0$, 即

$$E(\xi^T(k) P_s \xi(k)) < E\left(\sum_{i_1=0}^{k-1} w^T(i_1)w(i_1)\right).$$

而式 (14) 等价于 $\tilde{C}_s^T \tilde{C}_s < \gamma^2 P_s$, 则有

$$E(\xi^T(k) \tilde{C}_s^T \tilde{C}_s \xi(k)) < \gamma^2 E(\xi^T(k) P_s \xi(k)),$$

故

$$E(e^T(k)e(k)) < \gamma^2 E\left(\sum_{i_1=0}^\infty w^T(i_1)w(i_1)\right).$$

显然, 可得

$$\sup_k \{E(e^T(k)e(k))\} < \gamma^2 E\left(\sum_{i_1=0}^\infty w^T(i_1)w(i_1)\right),$$

因此, 滤波误差动态系统随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能 γ . \square

利用定理 1, 进一步可以给出滤波器的设计方法. 在给出滤波器之前, 先给出下面的引理.

引理 1 [15] 对于矩阵 U , 对称矩阵 U_1, U_2 , 且 $U_1 > 0$, 若不等式 $U^T U_1 U - U_2 < 0$ 成立, 则存在矩阵 Y , 使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -U_2 & U^T Y \\ Y^T U & U_1 - Y - Y^T \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

定理 2 在已知最长网络延时和最大连续丢包数 h 情况下, 对于给定的 $\gamma > 0$, 若存在正定对称矩阵 P_s 和 P_j , 矩阵 $H_s, N_s, C_s, \bar{y}_{1m'}, \bar{y}_{2i'}, \bar{y}_{3m'}, m' = 1, 2, 3, i' = 1, 2$, 使得如下矩阵不等式组成立:

$$\begin{bmatrix} -P_s & 0 & \Xi_1 \Lambda \\ 0 & -I & \Xi_2 \Lambda \\ \Lambda^T \Xi_1^T & \Lambda^T \Xi_2^T & \Xi_3 \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -P_s & \tilde{C}_s^T \\ \tilde{C}_s & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

则滤波误差动态系统随机稳定且满足 H_2/H_∞ 性能 γ , 滤波器的参数为 $A_s = (\bar{y}_{22}^T)^{-1} N_s, B_s = (\bar{y}_{22}^T)^{-1} H_s$. 其中

$$P_s = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix} \quad (p_{m'n'} \text{ 是块矩阵, } n' = 1, 2, 3);$$

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & 0 \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix};$$

$$\phi_{1i'} = A^T \bar{y}_{1i'} + C^T (\sigma^k(0))^T H_s^T + A_0^T \bar{y}_{3i'}, i' = 1, 2;$$

$$\phi_{2i'} = N_s^T; \phi_{3i'} = C_0^T M_s^T H_s^T + B_0^T \bar{y}_{3i'};$$

$$\phi_{13} = A^T \bar{y}_{13} + A_0^T \bar{y}_{33}; \phi_{33} = B_0^T \bar{y}_{33};$$

$$\Xi_2 = [\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}];$$

$$\theta_{1i'} = B^T \bar{y}_{1i'} + D^T H_s^T, i' = 1, 2;$$

$$\theta_{13} = B^T \bar{y}_{13}; \Xi_3 = \Omega - Y - Y^T;$$

$$\Omega = \text{diag} \{ \pi_{s1} P_1, \pi_{s2} P_2, \dots, \pi_{sr} P_r \};$$

$$Y = \text{diag} \{ \underbrace{\bar{Y}, \bar{Y}, \dots, \bar{Y}}_r \};$$

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} & \bar{y}_{13} \\ \bar{y}_{22} & \bar{y}_{22} & 0 \\ \bar{y}_{31} & \bar{y}_{32} & \bar{y}_{33} \end{bmatrix};$$

$$\Lambda = [\underbrace{\bar{I}, \bar{I}, \dots, \bar{I}}_r]; \bar{I} = \text{diag} \{ I, I, I \}.$$

证明 令 $\Gamma = \underbrace{[I \ I \ \dots \ I]}_r$, 由引理 1 可知, 定理 1 中式 (13) 可等效为

$$\begin{bmatrix} -P_s & 0 & \tilde{A}_s^T \Gamma Y \\ 0 & -I & \tilde{B}_s^T \Gamma Y \\ Y^T \Gamma^T \tilde{A}_s & Y^T \Gamma^T \tilde{B}_s & \Omega - Y - Y^T \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

把 $H_s = \bar{y}_{22}^T B_s, N_s = \bar{y}_{22}^T A_s, \tilde{A}_s$ 和 \tilde{B}_s 代入式 (19), 即可得到不等式 (17). \square

注 4 定理 1 和定理 2 给出了系统 (1) 的 H_2/H_∞ 滤波器设计方法, 可以很方便地推广到凸多面体不确定系统进行 H_2/H_∞ 滤波器的设计.

注 5 定理 1 和定理 2 中的 γ 为给定的常数, 对应设计的 H_2/H_∞ 为次优滤波器. 最优 H_2/H_∞ 滤波器可通过求解如下的凸优化问题来求取:

$$\begin{cases} \min \rho = \gamma^2, \\ \text{s.t. 式 (17), (18)}. \end{cases} \quad (20)$$

注 6 本文主要考虑带有任意有限能量噪声信号 $w(t)$ 的一类离散系统^[6, 13, 14], $w(t)$ 到估计误差 $e(k)$ 的传递函数为 T , 进一步针对 T 定义了 H_2/H_∞ 范数, 给出了受多通道通信约束的网络化系统 H_2/H_∞ 滤波器设计方法. 然而, 当系统中部分噪声信号的统计特性 (如白噪声信号 $w_1(t)$) 已知且另一部分噪声信号 ($w_2(t)$) 能量有限时, $w_1(t)$ 和 $w_2(t)$ 到估计误差 $e(k)$ 的传递函数分别为 T_1 和 T_2 . 针对 T_1 和 T_2 可分别定义 H_2 和 H_∞ 范数, 在完全信息系统情况下的 H_2/H_∞ 滤波器设计可详见文献 [19-20] 等. 利用本文方法, 可将其推广到受多通道通信约束的网络化系统进行 H_2/H_∞ 滤波器设计.

3 仿真例子

考虑以下两输出离散系统:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2035 & -29.6580 & 0.0142 & -14.2960 \\ 0.0012 & 0.9871 & 0.0000 & 0.0944 \\ -15.9256 & -592.9813 & -0.7168 & -285.8330 \\ 0.0188 & -0.4451 & 0.0007 & 0.7980 \end{bmatrix},$$

$$B = [0.000150 \ 0.000305 \ 0.0001565 \ 0.0000525]^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}, L = [1 \ 1 \ 0 \ 0].$$

设每条通道的最大错序 $h = 1$. 因系统通过 2 个通道与滤波器进行通信, 故有 4 种模态, 即第 1 种模态 $\sigma^k(0) = \text{diag}\{1, 1\}, M_0 = \text{diag}\{0, 0\}$; 第 2 种模态 $\sigma^k(0) = \text{diag}\{1, 0\}, M_0 = \text{diag}\{0, 1\}$; 第 3 种模态 $\sigma^k(0) = \text{diag}\{0, 1\}, M_0 = \text{diag}\{1, 0\}$; 第 4 种模态 $\sigma^k(0) = \text{diag}\{0, 0\}, M_0 = \text{diag}\{1, 1\}$. 矩阵中元素“1”表示滤波器采用各个通道中的最新数据包. 相应的马尔科夫跳变概率用如下状态转移矩阵表示:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0.5 & 0.1 & 0.3 \\ 0.6 & 0.1 & 0.2 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

通过求解凸优化问题 (20) 可得最优扰动衰减性能指

标,并与文献[15]中模型依赖 H_∞ 滤波方法在相同的网络环境下进行对比,结果如表2所示.从表2中可以发现,针对受多通道通信约束的网络化系统,本文所提出的 H_2/H_∞ 滤波方法与文献[15]中 H_∞ 滤波方法相比,具有较低的扰动衰减指标(即具有更高的扰动衰减能力),故具有较低的保守性.

表2 最优扰动衰减性能指标 γ^* 对比

方法	最优扰动衰减性能指标 γ^*
本文 H_2/H_∞ 滤波	0.0041
文献[15]中 H_∞ 滤波	0.0084

进一步分析网络不确定性因素对滤波误差动态系统稳定性的影响.首先基于最大包错序思想,将网络延时、数据丢包和数据包错序统一在数据包错序框架内,并根据式(4)确保滤波器采用每个通道的最新数据包;然后即可得到每个时刻系统的模态.限于篇幅,图3仅给出了一种情况下的网络状态图(模态1:23%,模态2:31%,模态3:17%,模态4:29%).假设 $w(k) = 0$ 且系统初始条件为 $x(0) = [0.5, -0.4, 0.35, -0.6]^T$,图4展示了3种不同网络状态下的滤波误差估计误差,可以发现误差都收敛到零.

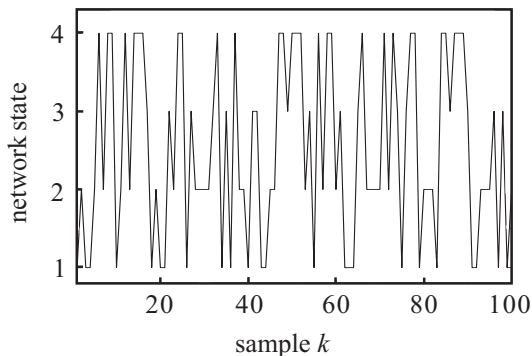


图3 网络状态图(值1、2、3和4分别代表模态1、2、3和4)

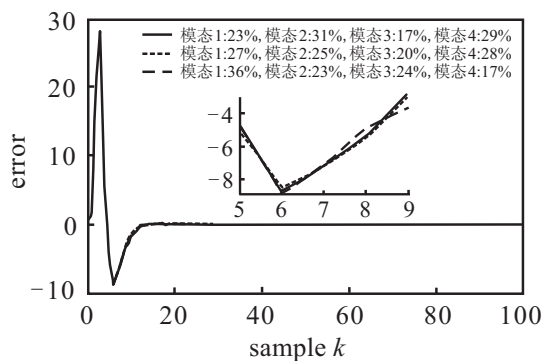


图4 不同网络状态下的滤波误差系统的误差

对于给定的性能指标 $\gamma = 1$,根据定理2,得到4个不同模态下对应的 H_2/H_∞ 滤波器,由于篇幅所限,仅列出第1种模态下滤波器的参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.0214 & 0.9573 & 0.0368 & -2.4297 \\ 0.0009 & 0.0887 & -0.0007 & -0.2246 \\ 0.0461 & 13.4122 & -0.1237 & -35.8633 \\ -0.0018 & -0.2941 & 0.0005 & 0.7480 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -0.5473 & 1.1121 \\ 0.0114 & -0.0241 \\ 6.5388 & -12.7956 \\ -0.0224 & 0.0464 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [-0.3816 \quad -1.0783 \quad 0.0112 \quad 2.7392].$$

下面进一步分析网络不确定性因素对滤波器性能的影响.假设在零初始条件下,干扰输入为

$$w(k) = \begin{cases} 0.2, & 21 \leq k \leq 50; \\ 0, & 1 \leq k \leq 20, 51 \leq k \leq 100. \end{cases}$$

表3给出了不同网络状态下的滤波器性能指标,从中可以发现,尽管在不同网络状态下的滤波器性能指标不尽相同,但所有计算所得的 H_2/H_∞ 性能指标 γ 均小于给定值1,这进一步证明了本文所提出方法的有效性.

表3 不同模态下的滤波器 H_2/H_∞ 性能指标

模态1/%	模态2/%	模态3/%	模态4/%	H_2/H_∞ 性能指标(γ)
23	31	17	29	0.0062
27	25	20	28	0.0058
36	23	24	17	0.0056

4 结 论

本文研究了受多通道通信约束的网络化系统 H_2/H_∞ 滤波器设计问题,解决了传感器到滤波器之间多通道网络不确定性因素,建立了通用的融合多通道通信约束的滤波误差动态系统综合模型,证明了在已知最长网络延时和最大连续丢包数的情况下,所设计的滤波器使得多通道滤波误差动态系统随机稳定且满足给定的 H_2/H_∞ 性能指标.但是,在网络化系统中,有时还会存在移动或旋转对象,其信号通过无线和有线网络构成的异构网络进行传输,将会不可避免地产生异构网络不确定性因素,如何进行相关滤波器研究是今后值得深入研究的一个方向.

参考文献(References)

- [1] Baillieul J, Antsaklis P J. Control and communication challenges in networked real-time systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 9-28.
- [2] Zhang L X, Gao H J, Kaynak O. Network-induced constraints in networked control systems—A survey[J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 403-416.

- [3] 杜大军, 费敏锐, 宋杨, 等. 网络控制系统的简要回顾及展望[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(3): 713-720.
(Du D J, Fei M R, Song Y, et al. Brief survey and prospect of networked control systems[J]. Chinese J of Scientific Instrument, 2011, 32(3): 713-720.)
- [4] 潘爽, 赵国荣, 高超, 等. 测量数据丢失的随机不确定系统鲁棒滤波递推算法[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 280-284.
(Pan S, Zhao G R, Gao C, et al. Robust filter recursive algorithm for stochastic uncertain system with missing measurements[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 280-284.)
- [5] Elsayed A, Grimble M J. A new approach to the H_∞ design of optimal digital linear filters[J]. IMA J of Mathematical Control and Information, 1989, 6(2): 223-251.
- [6] 高会军, 王常虹. 不确定离散系统的鲁棒 l_2-l_∞ 及 H_∞ 滤波新方法[J]. 中国科学: E辑, 2003, 33(8): 695-706.
(Gao H J, Wang C H. New approaches to robust l_2-l_∞ and H_∞ filtering for uncertain discrete-time systems[J]. Science in China: Seires E, 2003, 33(8): 695-706.)
- [7] Yang R N, Shi P, Liu G P. Filtering for discrete-time networked nonlinear systems with mixed random delays and packet dropouts[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(11): 2655-2660.
- [8] 蔡云泽, 潘宁, 许晓鸣. 具有长时延及丢包的网络控制系统 H_∞ 鲁棒滤波[J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1826-1830.
(Cai Y Z, Pan N, Xu X M. H_∞ filtering for networked control systems with long time-delay and data packet dropout[C]. Control and Decision, 2010, 25(12): 1826-1830.)
- [9] Li L, Li F. On mode-dependent H_∞ filtering for network based discrete-time systems[J]. Signal Processing, 2013, 93(4): 634-640.
- [10] Dong H L, Wang Z W. Robust H_∞ filtering for a class of nonlinear networked systems with multiple stochastic communication delays and packet dropouts[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010, 58(4): 1957-1965.
- [11] Zhang B Y, Zheng W X. H_∞ filter design for nonlinear networked control systems with uncertain packet-loss probability[J]. Signal Processing, 2012, 92(6): 1499-1507.
- [12] Tian E G, Yue D. Reliable H_∞ filter design for T-S fuzzy model-based networked control systems with random sensor failure[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2013, 23(1): 15-32.
- [13] 王武, 杨富文. 具有随机通讯时延的网络化系统的 l_2-l_∞ 滤波[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 211-214.
(Wang W, Yang F W. The l_2-l_∞ filtering for networked systems with random communication delays[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 211-214.)
- [14] Wu Z G, Shi P, Su H Y, et al. l_2-l_∞ filter design for discrete-time singular Markovian jump systems with time-varying delays[J]. Information Sciences, 2011, 181(24): 5534-5547.
- [15] Zhang W A, Yu L. H_∞ filtering of networked discrete-time systems with random packet losses[J]. Information Sciences, 2009, 179(22): 3944-3955.
- [16] Zhang Y, Liu Z, Fang H, et al. H_∞ fault detection for nonlinear networked systems with multiple channels data transmission pattern[J]. Information Sciences, 2013, 221: 534-543.
- [17] Zhang H, Shi Y. Robust weighted H_∞ filtering for networked systems with intermittent measurements of multiple sensors[J]. Int J of Adaptive Control and Signal Processing, 2011, 25(4): 313-330.
- [18] Li J N, Zhang Q L, Yu H B, et al. Real-time guaranteed cost control of MIMO networked control systems with packet disordering[J]. J of Process Control, 2011, 6(21): 967-975.
- [19] 张瑞, 姚郁, 马克茂, 等. 一类高速采样不确定系统的混合 H_2/H_∞ 滤波[J]. 中国科学: E辑, 2008, 38(8): 1266-1276.
(Zhang R, Yao Y, Ma K M, et al. Mixed H_2/H_∞ filter design for a class of high-speed sampling uncertain systems[J]. Science in China: Seires E, 2008, 38(8): 1266-1276.)
- [20] Parlares R M, Peres P L D. LMI approach to the mixed H_2/H_∞ filtering design for discrete-time uncertain systems[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 292-296.

(责任编辑: 李君玲)