4.1 连通性的定义

定义 2.6 拓扑空间 X 称为**连通的**，如果它不能分解为两个非空不相交开集的并。

连通有以下几个等价定义：

（1） X 不能分解成两个非空不相交的闭集的并；

（2） X 无既开又闭的非空真子集；

（3） X 的既开又闭的非空子集只有 $\varnothing$ 和 X 。

4.2 连通空间的性质

命题 2.21 连通空间在连续映射下的像也是连通的。

推论 连通空间上的连续函数取到一切中间值（即像集是区间)。

引理 若 X_0 是 X 的既开又闭的子集，A 是 X 的连通子集，则或者 $A \cap X_0 = \phi$，或者 $A \subset X_0$。

命题 2.22 若 X 有一个连通的稠密子集，则 X 连通。

推论 若 A 是 X 的连通子集，$A \subset Y \subset \bar{A}$，则 Y 连通。

命题 2.23 如果 X 有一个连通覆盖 μ（ μ 中每个成员都连通)，并且 X 有一个连通子集 A，它与 μ 中每个成员都相交，则 X 连通。

定理 2.8 连通性是可乘的。

4.3 连通分支

定义 2.7 拓扑空间 X 的一个子集称为 X 的**连通分支**，如果它是连通的，并且不是 X 的其他连通子集的真子集。

命题 2.24 X 的每个非空连通子集包含在唯一的一个连通分支中。

命题 2.25 连通分支是闭集。

Ex1. 设 $A \subset \mathbb{R}$，则 A 连通 $\Leftrightarrow$ A 是区间。

Ex2. S^n 连通。

Ex3. $\mathbb{R}^n$ 连通。

4.4　局部连通性

定义 2.8　拓扑空间 X 称为局部连通的，如果 $\forall x \in X$ ，x 的所有连通邻域构成 x 的邻域基。

命题 2.26　局部连通空间的连通分支是开集。

作业：P66　Ex2、Ex7