

不确定线性时变时滞系统的鲁棒 H_∞ 滤波

王茂, 魏延岭, 肖乐

(哈尔滨工业大学 空间控制与惯性技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘要: 研究一类不确定线性连续时滞系统的改进鲁棒 H_∞ 滤波问题. 采用时滞分解方法, 构造一种新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 并基于一种积分不等式讨论了确定性系统的 H_∞ 性能分析问题. 然后, 借助于线性化技术, 以线性矩阵不等式(LMI)的形式给出了滤波器存在的充分条件, 并将确定性系统滤波器设计方法扩展到凸多面体不确定性情形. 最后通过仿真算例说明了该方法的有效性.

关键词: H_∞ 滤波; 线性系统; 时变时滞; 时滞分解

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Robust H_∞ filtering for uncertain linear systems with time-varying delay

WANG Mao, WEI Yan-ling, XIAO Le

(Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China.

Correspondent: WEI Yan-ling, E-mail: yanlingwei@hit.edu.cn)

Abstract: The problem of improved robust H_∞ filtering for a class of uncertain linear continuous-time systems is studied. By applying the idea of delay decomposition, a new Lyapunov-Krasovskii functional is constructed. And based on an integral inequality, an H_∞ performance analysis criterion for the filtering error system is firstly derived. Then by using a linearization technique, the filter synthesis is developed. It is shown that the filter gains can be obtained by solving a set of linear matrix inequalities (LMIs). Moreover, immediate extensions of the results are made to systems with polytopic uncertainties. Finally, two examples are given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: H_∞ filtering; linear systems; time-varying delay; delay decomposition

0 引言

近十几年来, H_∞ 滤波因其优于传统的 Kalman 滤波而受到广泛的关注^[1-2]. 后者要求外部噪声为统计特性已知的高斯白噪声^[3], 而现实中的噪声往往无法满足这一条件, 此时需要采用 H_∞ 滤波方法来研究实际系统的信号处理和 control 问题.

文献[1, 4]讨论了无时滞系统的 H_∞ 滤波问题, 然而, 时滞在实际控制系统中经常遇到, 如化工过程、过程控制系统和网络控制系统等^[5-6], 它往往是系统不稳定或性能变差的根源之一. 近年来, 时滞系统的 H_∞ 滤波问题受到人们的广泛关注, 已涌现出一些很好的 H_∞ 滤波方法. 这些方法可分为时滞无关^[7]和时滞相关^[5, 8-10]两大类, 后者往往具有更小的保守性, 尤其当时滞较小时. 时滞相关 H_∞ 滤波的目的是设计滤波器使滤波误差系统在给定 H_∞ 性能指标下获得最

大时滞上界, 或在给定最大时滞上界条件下获得最小的 H_∞ 抗扰动性能. 随着时滞系统稳定性分析条件的改进, 时滞系统的 H_∞ 滤波算法保守性也不断降低^[9].

在时滞系统稳定性分析条件的推导过程中, 往往需要通过模型变换和一些有界不等式来处理 Lyapunov-Krasovskii 泛函的导数交叉项. 最近提出的积分不等式可直接处理这些交叉项^[8], 避免了模型变换和不等式放大技术带来的保守性. 本文基于时滞分解的思想^[9-10], 提出一类新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 与文献[8]最大的不同在于通过时滞分解, 将状态变量 $x(t - \tau(t)/2)$ 引入 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 而文献[8]不包含这一状态变量. 因此, 本文方法可望获得更小的保守性.

1 问题描述及预备知识

考虑如下具有时变状态时滞连续线性系统:

收稿日期: 2013-02-26; 修回日期: 2013-08-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61004038).

作者简介: 王茂(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事惯性技术、变结构控制等研究; 魏延岭(1985-), 男, 博士生, 从事时滞系统、鲁棒控制及滤波的研究.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t - \tau(t)) + Bw(t), \\ y(t) = C_0x(t) + C_1x(t - \tau(t)) + Dw(t), \\ z(t) = L_0x(t) + L_1x(t - \tau(t)) + Hw(t), \\ x(t) = \phi(t), t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^{n_x}$ 为系统状态向量; $w(t) \in \mathbf{R}^{n_w}$ 为干扰输入向量且满足 $w(t) \in L_2[0, \infty)$; $y(t) \in \mathbf{R}^{n_y}$ 为可测输出向量; $z(t) \in \mathbf{R}^{n_z}$ 为待估计向量; $\phi(t)$ 为初始条件; $\tau(t)$ 为时变时滞, 满足 $0 \leq \tau(t) \leq h < \infty$, $\dot{\tau}(t) \leq d < \infty$, h 和 d 为常数. 系统系数矩阵为具有适当维数的实矩阵. 本文考虑两种情形: 1) 系数矩阵为常数矩阵的确定性系统; 2) 系数矩阵存在不确定性的参数不确定性系统.

如果系统(1)系数矩阵存在不确定性, 则设定不确定系统系数矩阵为

$$\mathbf{S} := [A_0, A_1, B, C_0, C_1, D, L_0, L_1, H] \in \mathbf{P}. \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{P} := \left\{ \mathbf{S} \mid \mathbf{S} = \sum_{i=1}^M \alpha_i \mathbf{S}_i; \sum_{i=1}^M \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0 \right\},$$

$\mathbf{S}_i := [A_{0i}, A_{1i}, B_i, C_{0i}, C_{1i}, D_i, L_{0i}, L_{1i}, H_i]$ 代表凸胞的第 i 个给定顶点. 为简便, 记 $i \in \mathcal{I} := \{1, 2, \dots, M\}$.

本文的目标是设计如下线性定常稳定滤波器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_f \hat{x}(t) + B_f y(t), \\ \hat{z}(t) = C_f \hat{x}(t) + D_f y(t), \\ \hat{x}(t) = \mathbf{0}, t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (3)$$

其中: 常系数矩阵 $A_f \in \mathbf{R}^{n_x \times n_x}$, $B_f \in \mathbf{R}^{n_x \times n_y}$, $C_f \in \mathbf{R}^{n_z \times n_x}$ 和 $D_f \in \mathbf{R}^{n_z \times n_y}$ 均是待求取的滤波器参数.

首先定义向量 $\bar{x}(t) := [x^T(t) \hat{x}^T(t)]^T$, $\bar{z}(t) := z(t) - \hat{z}(t)$, 则由系统(1)和滤波器(3)组成的滤波误差系统为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_0 \bar{x}(t) + \bar{A}_1 E \bar{x}(t - \tau(t)) + \bar{B} w(t), \\ \bar{z}(t) = \bar{C}_0 \bar{x}(t) + \bar{C}_1 E \bar{x}(t - \tau(t)) + \bar{D} w(t), \\ \bar{x}(t) = [\phi^T(t) \mathbf{0}]^T, t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{A}_0 := \begin{bmatrix} A_0 & \mathbf{0} \\ B_f C_0 & A_f \end{bmatrix}, \bar{A}_1 := \begin{bmatrix} A_1 \\ B_f C_1 \end{bmatrix}, \\ \bar{B} := [B^T \ D^T B_f^T]^T, \bar{C}_0 := [L_0 - D_f C_0 \ -C_f], \\ \bar{C}_1 := [L_1 - D_f C_1 \ \mathbf{0}], \bar{D} := H - D_f D, \\ E := [I \ \mathbf{0}]. \end{cases}$$

本文讨论的滤波器设计问题就是设计形如式(3)的滤波器, 使得:

- 1) 当 $w(t) = \mathbf{0}$ 时, 滤波误差系统(4)渐近稳定;
- 2) 对于给定的 $\gamma > 0$, 在零初始条件 $\bar{x}(t) = \mathbf{0}$, $t \in [-h, 0]$ 下, 对于任意非零噪声 $w(t) \in L_2[0, \infty)$ 均满足 H_∞ 性能指标 $\|\bar{z}(t)\| < \gamma \|w(t)\|$.

为便于后面误差系统的稳定性分析, 先引入如下

引理.

引理 1 对于任意对称正定矩阵 $R \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 矩阵 $M_j \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ($j = 1, 2, 3$) 和 $W \in \mathbf{R}^{n \times m}$, 下列积分不等式成立:

$$-\int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \leq \tau(t) \xi^T(t) Y^T R^{-1} Y \xi(t) + \xi^T(t) \begin{bmatrix} M_1^T + M_1 & M_2 & -M_1^T + M_3 & W \\ * & \mathbf{0} & -M_2^T & \mathbf{0} \\ * & * & -M_3^T - M_3 & -W \\ * & * & * & \mathbf{0} \end{bmatrix} \xi(t). \quad (5)$$

其中

$$\xi(t) := [x^T(t) \hat{x}^T(t) x^T(t - \tau(t)) w^T(t)]^T,$$

$$Y := [M_1 \ M_2 \ M_3 \ W].$$

2 确定性系统的 H_∞ 滤波

首先, 讨论确定性滤波误差系统(4)的 H_∞ 性能分析问题, 有如下定理.

定理 1 对于给定的 $\gamma > 0$, 如果存在对称正定矩阵 $\begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ * & P_3 \end{bmatrix} > 0$, $\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} > 0$, $R_1 > 0$, $R_2 > 0$ 和矩阵 M_{j1} , M_{j2} , M_{j3} , W_j ($j = 1, 2$), 使得矩阵不等式

$$\begin{aligned} & \Xi + h \Gamma_1^T (R_1 + R_2/2) \Gamma_1 + \\ & h \Gamma_2^T R_1^{-1} \Gamma_2 + h/2 \Gamma_3^T R_2^{-1} \Gamma_3 + \Gamma^T \Gamma < 0 \end{aligned} \quad (6)$$

成立, 则滤波误差系统(4)是渐近稳定的, 且具有 H_∞ 性能 γ . 式(6)中

$$\begin{cases} \Xi := [\Xi_{ij}]_{5 \times 5}, \\ \Xi_{11} := \text{Sym}\{P_1 A_0 + P_2 B_f C_0 + M_{11} + M_{21}\} + Q_1, \\ \Xi_{12} := P_2 A_f + A_0^T P_2 + (P_3 B_f C_0)^T + M_{12} + M_{22}, \\ \Xi_{13} := P_1 A_1 + P_2 B_f C_1 - M_{11}^T + M_{13}, \\ \Xi_{14} := -M_{21}^T + M_{23} + Q_2, \\ \Xi_{15} := P_1 B + P_2 B_f D + W_1 + W_2, \\ \Xi_{22} := \text{Sym}\{P_3 A_f\}, \\ \Xi_{23} := P_2^T A_1 + P_3 B_f C_1 - M_2^T, \\ \Xi_{24} := -M_{22}^T, \Xi_{25} := P_2^T B + P_3 B_f D, \\ \Xi_{33} := -\text{Sym}\{M_{13}\} - (1 - d/2) Q_3, \\ \Xi_{34} := -(1 - d/2) Q_2^T, \Xi_{35} := -W_1, \\ \Xi_{44} := -\text{Sym}\{M_{23}\} - (1 - d/2) Q_1 + Q_3, \\ \Xi_{45} := -W_2, \Xi_{55} := -\gamma^2 I, \\ \Gamma := [L_0 - D_f C_0 \ -C_f \ L_1 - D_f C_1 \ \rightarrow \\ \quad \leftarrow \mathbf{0} \ H - D_f D], \\ \Gamma_1 := [A_0 \ \mathbf{0} \ A_1 \ \mathbf{0} \ B], \\ \Gamma_2 := [M_{11} \ M_{12} \ M_{13} \ \mathbf{0} \ W_1], \\ \Gamma_3 := [M_{21} \ M_{22} \ \mathbf{0} \ M_{23} \ W_2], \\ \forall \text{ 矩阵 } X, \text{Sym}\{X\} = X^T + X. \end{cases} \quad (7)$$

证明 考虑如下 Lyapunov-Krasovskii 泛函:

$$V(t, \bar{x}(t)) := V_1(t, \bar{x}(t)) + V_2(t, \bar{x}(t)) + V_3(t, \bar{x}(t)). \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} V_1(t, \bar{x}(t)) := \bar{x}^T(t)P\bar{x}(t), \\ V_2(t, \bar{x}(t)) := \int_{-h}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\bar{x}}^T(s)E^T R_1 E \dot{\bar{x}}(s) ds d\theta + \\ \int_{-h/2}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\bar{x}}^T(s)E^T R_2 E \dot{\bar{x}}(s) ds d\theta, \\ V_3(t, \bar{x}(t)) := \int_{t-\tau(t)/2}^t \begin{bmatrix} \bar{x}(s) \\ \bar{x}(s-\tau(t)/2) \end{bmatrix}^T H^T \times \\ \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} H \begin{bmatrix} \bar{x}(s) \\ \bar{x}(s-\tau(t)/2) \end{bmatrix} ds, \\ P := \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ * & P_3 \end{bmatrix}, H := \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \end{cases}$$

基于 Lyapunov-Krasovskii 泛函 (8), 如果可以证明如下不等式成立:

$$\dot{V}(t, \bar{x}(t)) + \bar{z}^T(t)\bar{z}(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0, \quad (9)$$

则对于非零噪声 \$w(t) \in L_2[0, \infty)\$, 滤波误差系统 (4) 在零初始条件下是渐近稳定的, 并且具有 \$H_\infty\$ 性能 \$\gamma\$.

\$V(t, \bar{x}(t))\$ 沿误差系统 (4) 对时间 \$t\$ 求导, 得

$$\begin{cases} \dot{V}_1(t, \bar{x}(t)) = 2\bar{x}^T(t)P\dot{\bar{x}}(t), \\ \dot{V}_2(t, \bar{x}(t)) = h\dot{\bar{x}}^T(t)(R_1 + R_2/2)\dot{\bar{x}}(t) - \\ \int_{t-h}^t \dot{\bar{x}}^T(s)R_1\dot{\bar{x}}(s)ds - \\ \int_{t-h/2}^t \dot{\bar{x}}^T(s)R_2\dot{\bar{x}}(s)ds \leq \\ h\xi_1^T(t)\Gamma_1^T(R_1 + R_2/2)\Gamma_1\xi_1(t) - \\ \int_{t-h}^t \dot{\bar{x}}^T(s)R_1\dot{\bar{x}}(s)ds - \\ \int_{t-h/2}^t \dot{\bar{x}}^T(s)R_2\dot{\bar{x}}(s)ds, \\ \dot{V}_3(t, \bar{x}(t)) = \\ -(1 - \dot{\tau}(t)/2) \times \\ \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)/2) \\ x(t - \tau(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)/2) \\ x(t - \tau(t)) \end{bmatrix} - \\ \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau(t)/2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau(t)/2) \end{bmatrix} \leq \\ \xi_1^T(t)\Theta\xi_1(t). \end{cases}$$

其中

$$\begin{cases} \xi_1(t) := [x^T(t) \quad \dot{x}^T(t) \quad x^T(t - \tau(t)) \quad \rightarrow \\ \quad \leftarrow x^T(t - \tau(t)/2) \quad w^T(t)]^T, \\ \Theta := [\theta_{ij}]_{5 \times 5}, \theta_{11} := Q_1, \theta_{14} := Q_2, \\ \theta_{33} := -(1 - d/2)Q_3, \\ \theta_{34} := -(1 - d/2)Q_2^T, \\ \theta_{44} := -(1 - d/2)Q_1 + Q_3; \end{cases} \quad (10)$$

其他 \$\theta_{ij} = 0\$.

利用引理 1, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t, \bar{x}(t)) \leq \\ \xi_1^T(t)[h\Gamma_1^T(R_1 + R_2/2)\Gamma_1 + h\Gamma_2^T R_1^{-1}\Gamma_2 + \\ h/2\Gamma_3^T R_2^{-1}\Gamma_3 + \Psi]\xi_1(t). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: \$\Gamma_1, \Gamma_2\$ 和 \$\Gamma_3\$ 的定义如式 (7), 并且

$$\begin{cases} \Psi := \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & -M_{21}^T + M_{23} & \Psi_{15} \\ * & \mathbf{0} & -M_{12}^T & -M_{22}^T & \mathbf{0} \\ * & * & \Psi_{33} & \mathbf{0} & -W_1 \\ * & * & * & -\text{Sym}\{M_{23}\} & -W_2 \\ * & * & * & * & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \Psi_{11} := \text{Sym}\{M_{11} + M_{21}\}, \\ \Psi_{12} := M_{12} + M_{22}, \Psi_{13} := -M_{11}^T + M_{13}, \\ \Psi_{15} := W_1 + W_2, \Psi_{33} := -\text{Sym}\{M_{13}\}. \end{cases}$$

于是式 (9) 的左边 LHS (9) 可写为

$$\begin{aligned} \text{LHS}(9) \leq \xi_1^T(t)[\Xi + h\Gamma_1^T(R_1 + R_2/2)\Gamma_1 + \Gamma^T\Gamma + \\ h\Gamma_2^T R_1^{-1}\Gamma_2 + h/2\Gamma_3^T R_2^{-1}\Gamma_3]\xi_1(t), \end{aligned} \quad (12)$$

其中 \$\Gamma\$ 和 \$\Xi\$ 定义于式 (7) 中.

注意条件 (6) 可以保证 \$\text{LHS}(9) < 0\$, 即如果条件 (6) 成立, 则滤波误差系统是渐近稳定的, 并且具有 \$H_\infty\$ 抗干扰性能指标 \$\gamma\$. \$\square\$

由于定理 1 的证明过程使用了新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 对交叉项既没有进行模型变换, 也没有使用不等式放大技术, 定理 1 对系统 (4) 的分析可望获得更小的保守性.

下面基于定理 1, 解决滤波器参数矩阵 \$\{A_f, B_f, C_f, D_f\}\$ 的求解问题. 以下定理给出了滤波器存在的充分条件.

定理 2 对于给定的 \$\gamma > 0\$, 如果存在对称正定矩阵 \$\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} > 0, P_1 > 0, U > 0, R_1 > 0, R_2 > 0\$ 和矩阵 \$M_{j1}, \bar{M}_{j2}, M_{j3}, W_j (j = 1, 2), N_k (k = 1, 2, 3, 4)\$, 使得下列线性矩阵不等式成立:

$$P_1 - U > 0, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Sigma(S) := \\ \begin{bmatrix} \Phi & \bar{\Gamma}^T & h\bar{\Gamma}_1^T(R_1 + R_2/2) & h\bar{\Gamma}_2^T & h/2\bar{\Gamma}_3^T \\ * & -I & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -h(R_1 + R_2/2) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -hR_1 & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -h/2R_2 \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (14)$$

则系统 (1) 存在形如式 (3) 的滤波器, 且滤波器参数为

$$A_f = N_1 U^{-1}, B_f = N_2, C_f = N_3 U^{-1}, D_f = N_4. \quad (15)$$

式(14)中

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi := [\Phi_{ij}]_{5 \times 5}, \\ \Phi_{11} := \text{Sym}\{P_1 A_0 + N_2 C_0 + M_{11} + M_{21}\} + Q_1, \\ \Phi_{12} := N_1 + A_0^T U + (N_2 C_0)^T + \bar{M}_{12} + \bar{M}_{22}, \\ \Phi_{13} := P_1 A_1 + N_2 C_1 - M_{11}^T + M_{13}, \\ \Phi_{14} := \varepsilon_{14}, \quad \Phi_{15} := P_1 B + N_2 D + W_1 + W_2, \\ \Phi_{22} := \text{Sym}\{N_1\}, \quad \Phi_{23} := U A_1 + N_2 C_1 - \bar{M}_{12}^T, \\ \Phi_{24} := -\bar{M}_{22}^T, \quad \Phi_{25} := U B + N_2 D, \\ \Phi_{33} := \varepsilon_{33}, \quad \Phi_{34} := \varepsilon_{34}, \quad \Phi_{35} := \varepsilon_{35}, \\ \Phi_{44} := \varepsilon_{44}, \quad \Phi_{45} := \varepsilon_{45}, \quad \Phi_{55} := \varepsilon_{55}, \\ \bar{\Gamma} := [L_0 - N_4 C_0 \quad -C_f \quad L_1 - N_4 C_1 \quad \rightarrow \\ \quad \leftarrow \mathbf{0} \quad H - N_4 D], \\ \bar{\Gamma}_1 := [A_0 \quad \mathbf{0} \quad A_1 \quad \mathbf{0} \quad B], \\ \bar{\Gamma}_2 := [M_{11} \quad \bar{M}_{12} \quad M_{13} \quad \mathbf{0} \quad W_1], \\ \bar{\Gamma}_3 := [M_{21} \quad \bar{M}_{22} \quad \mathbf{0} \quad M_{23} \quad W_2]. \end{array} \right.$$

证明 对式(6)应用4次Schur补,并用 $\Omega = \text{diag}\{I, P_2 P_3^{-1}, I, I, I, I, I, I, I\}$ 作全等变换,即可得到式(14). 其中

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{M}_{12} := M_{12} P_3^{-1} P_2^T, \quad \bar{M}_{22} := M_{22} P_3^{-1} P_2^T, \\ U := P_2 P_3^{-1} P_2^T, \quad N_1 := P_2 A_f P_2^{-1} U, \\ N_2 := P_2 B_f, \quad N_3 := C_f P_2^{-1} U, \quad N_4 := D_f. \end{array} \right. \quad (16)$$

又定理1中 $P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ * & P_3 \end{bmatrix} > 0$,再次应用Schur补引理 $P > 0$,当且仅当 $P_1 - P_2 P_3^{-1} P_2^T = P_1 - U > 0$,即为式(13).

由式(16)得到

$$\begin{bmatrix} A_f & B_f \\ C_f & D_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_2^{-1} N_1 U^{-1} P_2 & P_2^{-1} N_2 \\ N_3 U^{-1} P_2 & N_4 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

式(17)确定的滤波器可通过矩阵 P_2 线性变换得到与之等价的滤波器

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_f & \hat{B}_f \\ \hat{C}_f & \hat{D}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 U^{-1} & N_2 \\ N_3 U^{-1} & N_4 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

因此,滤波器参数可由式(15)得到. \square

定理2给出的滤波器设计方法,可通过Matlab中LMI工具箱求解线性矩阵不等式(13)和(14)得到滤波器参数矩阵.

3 凸多面体不确定性系统的 H_∞ 滤波

由定理2可得到系统(1)系数矩阵存在凸多面体约束(2)的鲁棒滤波器设计方法.

定理3 对于给定的 $\gamma > 0$,如果存在对称正定矩阵 $\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} > 0$, $P_1 > 0$, $U > 0$, $R_1 > 0$, $R_2 > 0$ 和矩阵 M_{j1} , \bar{M}_{j2} , M_{j3} , W_j ($j = 1, 2$), N_k ($k = 1, 2, 3, 4$),使式(13)和下列线性矩阵不等式成立:

$$\Sigma(S_i) < 0, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (19)$$

则满足要求的滤波器参数矩阵可由式(15)给出,其中

$\Sigma(S_i)$ 为通过将 $\Sigma(S)$ 中的系数矩阵 S 替换为 S_i 而得到的矩阵,并且 $\Sigma(S)$ 定义于式(14)中, S_i 定义于式(2)中.

定理2还可以进一步扩展到具有范数有界不确定参数的时滞系统的滤波器综合问题.限于篇幅,本文不做进一步讨论.下面通过两个仿真算例来说明本文方法的有效性.

4 数值仿真

例1 考虑确定性线性时滞系统(1),系统参数为

$$\left[\begin{array}{c|c|c} A_0 & A_1 & B \\ \hline C_0 & L_0 & D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|cc|c} -2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.9 & -1 & -1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{array} \right], \quad (20)$$

其余的系统矩阵为0.

为便于与文献[8]的结果比较,假设系统最大时滞时,对于时滞的不同导数上界,系统最小 H_∞ 性能可利用LMI工具箱中的mincx函数求解.本文定理2的计算结果和文献[8]命题1的计算结果列于表1.

表1 对应于不同 d 的最小 H_∞ 性能 γ_{\min}

方法	d		
	0	0.4	0.8
文献[8]	1.3522	1.6837	2.6813
本文	1.0849	1.3604	2.0255

从表1可以看出,本文定理2获得的 H_∞ 性能明显优于文献[8],具有更小的保守性.

当时滞 $\tau(t) = 1$ 时, $h = 1$, $d = 0$,表1中本文方法得到的最小 H_∞ 性能 $\gamma_{\min} = 1.0849$,得到的相应滤波器参数矩阵为

$$\left[\begin{array}{c|c} A_f & B_f \\ \hline C_f & D_f \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} -2.8929 & -0.3215 & 1.0998 \\ 0 & -1.5902 & -3.7656 \\ \hline 0 & -3.7656 & 0 \end{array} \right]. \quad (21)$$

由系统(22)和滤波器(21)组成的滤波误差系统(4)中的 \bar{z} 到 w 的传递函数 $G_{\bar{z}w}(s)$ 的最大奇异值曲线如图1所示.奇异值曲线位于 γ_{\min} 性能指标之下,即 $\|G_{\bar{z}w}(s)\|_\infty < 1.0849$,本文方法得到的结果与实际情况一致.

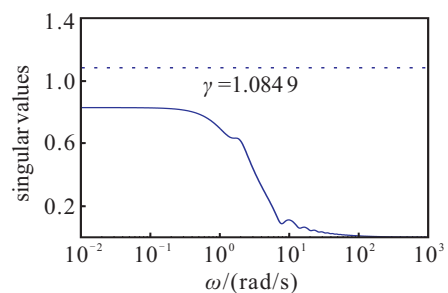


图1 $\tau(t) = 1$ 时滤波误差系统传递函数最大奇异值曲线

例2 考虑不确定时滞系统(1), 其系数矩阵存在不确定性, 即

$$\begin{bmatrix} A_0 & A_1 & B \\ C_0 & C_1 & D \\ L_0 & L_1 & H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 & -1 + \delta(t) & -0.5 \\ 0 & -0.7 + \rho(t) & -1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

不确定参数 $\rho(t)$ 和 $\delta(t)$ 为连续函数, 满足 $|\rho(t)| \leq 0.2$, $|\delta(t)| \leq 0.5$.

系统(22)可以视为具有4个顶点的凸多面体不确定系统, 为便于与文献[8]比较, 假设 $D_f=0$, 且 H_∞ 性能 $\gamma = 5$. 对于不同的时滞导数界 d , 应用文献[8]推论17和本文定理3, 获得的保证不确定滤波误差系统(4)稳定的最大时滞上界 h 列于表2.

表2 对应于不同 d 的最大时滞上界 h

方法	d					
	0	0.4	0.6	0.8	1.0	1.7
文献[8]	0.6563	0.5765	0.5344	0.4894	0.4421	0.4421
本文	0.7609	0.6329	0.5731	0.5260	0.5015	0.4440

从表2可以看出, 本文结果较文献[8]可获得更大的时滞上界, 具有更小的保守性.

当时滞 $\tau(t) = 0.44$ 时, 本文方法和文献[8]得到的最小 H_∞ 性能分别为 $\gamma_{\min} = 1.2763$ 和 $\gamma_{\min} = 1.5107$. 因此本文定理3得到的结果也具有更小的保守性, 且相应的鲁棒滤波器参数矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_f & B_f \\ C_f & D_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -867063.6 & -2891677.8 & 0.0073 \\ -4335313 & -1445839.5 & -0.2114 \\ -4335317 & -1445839.6 & 0 \end{bmatrix}.$$

由上面得到的鲁棒滤波器和凸多面体不确定系统(22)的4个顶点组成的滤波误差系统(4)中的 \bar{z} 到 w 的传递函数最大奇异值曲线如图2所示. 4个顶点

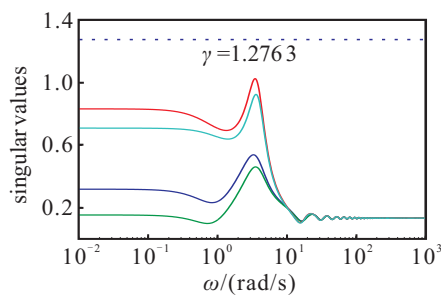


图2 4个顶点的滤波误差系统传递函数最大奇异值曲线

相应的奇异值曲线均位于定理3得到的 H_∞ 性能指标之下, 表明定理3得到的结果与实际情况一致.

5 结论

本文应用时滞分解思想讨论了线性时滞系统的时滞相关 H_∞ 滤波问题. 通过构造一类新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 进一步改进了线性及多胞不确定时滞系统的滤波器综合条件. 给出的仿真算例说明了本文方法的有效性和较小的保守性.

参考文献(References)

- [1] Yang G, Che W. Non-fragile H_∞ filter design for linear continuous-time systems[J]. Automatica, 2008, 44(11): 2849-2856.
- [2] Xu S, Lam J. Reduced-order H_∞ filtering for singular systems[J]. Systems & Control Letters, 2007, 56(1): 48-57.
- [3] Xie L, Soh Y C, de Souza C E. Robust Kalman filtering for uncertain discrete-time systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(6): 1310-1314.
- [4] Li H, Fu M. A linear matrix inequality approach to robust H_∞ filtering[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(9): 2338-2350.
- [5] Qiu J, Feng G, Yang J. A new design of delay-dependent robust H_∞ filtering for discrete-time T-S fuzzy systems with time-varying delay[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2009, 17(5): 1044-1058.
- [6] Liu J, Gu Z, Tian E. A new approach to H_∞ filtering for linear time-delay systems[J]. J of the Franklin Institute, 2012, 349(1): 184-200.
- [7] de Souza C E, Palhares R M, Peres P L D. Robust H_∞ filter design for uncertain linear systems with multiple time-varying state delays[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2001, 49(3): 569-576.
- [8] Zhang X, Han Q. Robust H_∞ filtering for a class of uncertain linear systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2008, 44(1): 157-166.
- [9] Meng X, Lam J, Du B, et al. A delay-partitioning approach to the stability analysis of discrete-time systems[J]. Automatica, 2010, 46(3): 610-614.
- [10] 李涛, 张合新, 孟飞. 混合时滞不确定中立系统鲁棒稳定的时滞分割方法[J]. 控制与决策, 2011, 26(1): 106-110. (Li T, Zhang H X, Meng F. Delay-partitioning approach to robust stability of uncertain neutral system with mixed delays[J]. Control and Decision, 2011, 26(1): 106-110.)

(责任编辑: 李君玲)