第 29 卷 第 6 期
Vol. 29 No. 6

控 制 与 决 策
Control and Decision

2014 年 6 月
Jun. 2014

文章编号: 1001-0920 (2014) 06-0985-06 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2013.1247

带未知干扰的模块化航天器系统相对轨道的队形控制

刘付成[1], 梅 杰[2], 马广富[1]

(1. 哈尔滨工业大学 航天学院，哈尔滨 150001；2. 哈尔滨工业大学 深圳研究生院，广东 深圳 518055)

摘 要: 基于多智能体系统一致性理论, 在有向拓扑结构中对模块化航天器相对轨道的队形控制问题进行研究. 考虑与状态相关的未知外部干扰, 在存在模块质量不确定性的情形下, 基于自适应增益技术, 设计仅依赖模块自身及其邻近模块信息的分布式控制算法, 并通过Lyapunov 稳定性方法证明闭环系统是渐近稳定的. 最后在Matlab/Simulink 中对 6 个模块组成的模块化航天器系统的队形进行仿真分析, 仿真结果表明所设计的控制律是有效且可行的.

关键词: 模块化航天器；相对轨道；队形控制；自适应增益；未知干扰

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Formation control for relative translation of modular spacecraft with unknown disturbances

LIU Fu-cheng[1], *MEI Jie*[2], *MA Guang-fu*[1]

(1. School of Astronautics，Harbin Institute of Technology，Harbin 150001，China；2. Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology，Shenzhen 518055，China．Correspondent：MEI Jie，E-mail：jmei@hitsz.edu.cn)

Abstract: The formation control problem for relative translation of the modular spacecraft is studied under a directed graph based on the consensus theory of multi-agent systems. The disturbances on the modules are unknown and associated with the module states. Based on the adaptive gain design, a distributed control algorithm is proposed under the condition that the modules' masses are unknown. And the closed-loop system is proved to be asymptotically stable via the Lyapunov method. Simulation results of a scenario of six modules are provided to show the effectiveness of the proposed control schemes.

Key words: modular spacecraft；relative translation；formation control；adaptive gain；unknown disturbance

0 引 言

随着航天技术的不断发展, 空间航天系统的功能越来越强大, 同时航天任务的要求也越来越高. 如果所有的功能都在单一的航天器上完成, 则必会导致航天器的结构越来越复杂, 并由此带来研制周期过长、发射成本过高等问题. 更重要的是, 当航天器上某单一功能失效时, 极有可能导致整个航天器系统失效, 造成极大的损失. 为了避免这一缺陷, "模块化航天器"的概念应运而生. 模块化航天器系统是将单个复杂的航天器拆解成若干个物理结构彼此独立且具有不同功能的模块, 如电源模块、有效载荷模块、推进模块、控制模块和测控模块等. 将这些功能模块分别送入各自的空间轨道, 各模块根据航天任务的指令形成所要求的目标队形和特定指向, 每个模块执行自己的功能, 从而构成一颗虚拟的大型卫星.

相比于传统的单个大型复杂航天器, 模块化航天器具有如下优势: 1) 提高运输能力. 可以使用小型运载火箭将模块化航天器的各个模块分批发射入轨, 大大提高了空间系统的快速响应性, 而单个大的航天器需要更大的运载能力, 发射成本也更高. 2) 降低风险. 当单个复杂航天器某项功能失效时, 很有可能直接导致整个航天器的失控, 但当模块化航天器中某一个或少数几个模块失效时, 其他模块仍能降级适用, 不会产生过于严重的影响, 从而大大降低了发射费用与风险. 另外, 当某一模块受到损坏时, 可以通过快速发射补充模块, 迅速恢复空间力量, 提高系统的生存能力. 3) 更强的灵活性. 当航天任务发生变化时, 不需要再发射新的航天器, 只需要发射有效载荷模块对在轨系统的功能进行快速变更、扩展或者升级, 大大地增强了空间系统在轨部署能力. 但与此同时, 对模块化航

收稿日期: 2013-09-07；**修回日期:** 2014-03-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174200)；广东省自然科学基金项目(S2012040007301)；中国博士后科学基金项目(2012M520737)；深圳市科技计划基础研究项目(JCYJ20120613115259889).

作者简介: 刘付成(1970−), 男, 博士生, 从事模块化航天器编队飞行的研究；马广富(1963−), 男, 教授, 博士生导师, 从事航天器导航、制导与控制等研究.

天器系统中各模块相对轨道和姿态的协调控制提出了更高的要求. 本文致力于模块化航天器系统中各模块相对轨道的队形控制问题.

近年来, 模块化航天器相对轨道的队形控制问题引起了人们广泛关注, 包括基于主从结构的协同控制[1-5]、基于行为方式的协同控制[6]和基于虚拟结构的协同控制[7]. 模块化航天器系统由多个模块组成, 各模块之间通过相互通讯和相互测量获取邻近模块的信息, 并以此为基础计算各自的控制输入, 使得整个系统形成期望的目标队形, 从而完成相应的航天任务. 因此, 模块化航天器系统具有“个体动态 + 通讯/传感拓扑”的特点, 这与多智能体系统极为相似, 可以将多智能体系统的相关结果用于模块化航天器系统的队形控制. 但现阶段关于多智能体系统的研究中, 各智能体的动力学均为一阶或二阶积分系统的形式[8-9], 而模块化航天器的相对轨道是非线性的, 因此并不能将现有的结果进行简单的推广. 文献 [10] 将航天器的相对轨道改写为 Lagrange 形式, 利用非线性压缩理论研究了航天器的队形控制, 各模块间的拓扑结构是双向环形的. 文献 [11-12] 考虑了一般的无向图, 但是由于各模块携带设备的不同, 各模块具有不同的通讯和测量能力, 从而导致模块化航天器系统中各模块间的拓扑关系是更具一般性的有向图.

基于以上论述, 本文在更具一般性的有向拓扑结构中研究模块化航天器系统相对轨道的队形控制问题, 同时考虑了各模块质量的不确定性. 讨论了存在外部干扰的情形, 与大多数文献不同的是, 考虑到模块化航天器的实际情况, 本文的外部干扰与各模块的位置和速度状态相关. 基于自适应增益, 所提出的控制算法是分布式的.

1 预备知识

1.1 图论相关知识[13]

利用有向图 $\mathcal{G}$ 描述模块化航天器中各模块之间的拓扑关系, 图是由若干给定的顶点和连接两顶点的边所构成的图形, 记为 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$. 其中: $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ 为所有顶点组成的集合; $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 为所有边组成的集合; $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \boldsymbol{R}^{n \times n}$ 为带权的邻接矩阵. 设 v_i 表示航天器模块 i; 边 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ 表示模块 j 能够通过测量或通信获取模块 i 的信息. 邻接矩阵的元素 a_{ij} 定义如下: 当 $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$ 时, $a_{ij} > 0$; 否则, $a_{ij} = 0$. 一般假设顶点与自身没有连通性, 即 $a_{ii} = 0$. 有向图的路径为一个有限的顶点序列 $v_{i_1}, v_{i_2}, \cdots, v_{i_k}$, 满足 $(v_{i_s}, v_{i_{s+1}}) \in \mathcal{E}$. 如果图中任意两个不同顶点之间都存在路径, 则称图 $\mathcal{G}$ 是强连通的; 如果有向图中除了一个节点 (称为根节点) 外, 其余每个节点均有且仅有一个父节点, 且存在根节点到其余任何节点的路径, 则称该有向图为有向树. 有向图的有向生成树为包含该有向图所有节点的有向树, 如果有向图存在一个为有向生成树的子图, 则称该有向图具有有向生成树. 图 $\mathcal{G}$ 的 Laplacian 矩阵 L 定义为

$$L = \mathcal{D} - \mathcal{A}. \tag{1}$$

其中

$$\mathcal{D} = \mathrm{diag}(d_1, d_2, \cdots, d_n),\ d_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}.$$

引理 1[14] 有向图 $\mathcal{G}$ 具有有向生成树当且仅当其对应的 Laplacian 矩阵具有一个为零的特征值, 且其余 $n-1$ 个特征值都具有正实部.

1.2 航天器相对轨道动力学模型

模块化航天器系统如图 1 所示.

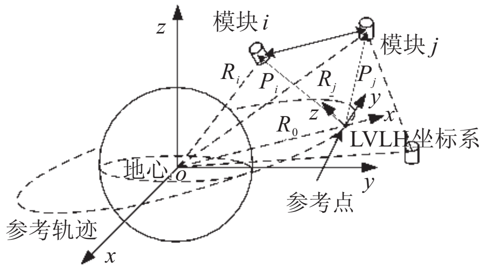

图 1 模块化航天器系统

首先如下定义参考轨道坐标系 (也称 LVLH 坐标系): x 轴由地心指向参考点, y 轴沿参考点运行的切线方向, z 轴垂直于参考轨道平面, 与 x 轴和 y 轴形成右手坐标系. 本文考虑参考点运行在某近地圆轨道上, 其轨道角速度为

$$\omega_0 = \sqrt{\mu_e / R_0^3}.$$

其中: μ_e 为万有引力常数, R_0 为该圆轨道的半径. 则 LVLH 坐标系中模块 i 相对参考点的轨道动力学模型可以表示为[15]

$$\ddot{x}_i - 2\omega_0 \dot{y}_i - \omega_0^2 x_i + \frac{\mu_e (R_0 + x_i)}{R_i^3} - \frac{\mu_e}{R_0^2} = \frac{\tau_{oix} + \tau_{doix}}{m_{oi}},$$

$$\ddot{y}_i + 2\omega_0 \dot{x}_i - \omega_0^2 y_i + \frac{\mu_e y_i}{R_i^3} = \frac{\tau_{oiy} + \tau_{doiy}}{m_{oi}},$$

$$\ddot{z}_i + \frac{\mu_e z_i}{R_i^3} = \frac{\tau_{oiz} + \tau_{doiz}}{m_{oi}}.$$

其中: $i = 1, 2, \cdots, n$, m_{oi} 为模块 i 的质量, $\tau_{oi} \triangleq (\tau_{oix}, \tau_{oiy}, \tau_{oiz})^{\mathrm{T}}$ 为作用在模块 i 上的控制输入在 LVLH 坐标系中的表示, $\tau_{doi} \triangleq (\tau_{doix}, \tau_{doiy}, \tau_{doiz})^{\mathrm{T}}$ 表示外部干扰 (包括大气阻力和 J_2 等高阶地心非球形摄动). 在编队飞行过程中, 假设 m_{oi} 为常值, 那么存在正常数 $\bar{m}$, 使得 $\forall i = 1, 2, \cdots, n$, $m_{oi} < \bar{m}$. 定义 $p_i \triangleq (x_i, y_i, z_i)^{\mathrm{T}}$, 模块 i 的相对轨道动力学可以写为

$$m_{oi} \ddot{p}_i + C_{oi} \dot{p}_i + g_{oi} = \tau_{oi} + \tau_{doi}. \tag{2}$$

其中

$$C_{oi}=2m_{oi}\begin{bmatrix}0 & -\omega_0 & 0\\ \omega_0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=m_{oi}\bar{C}_{oi},$$

$$g_{0i}=$$
$$m_{oi}\begin{bmatrix}-\omega_0^2x_i+\mu_e(R_0+x_i)/R_i^3-\mu_e/R_0^2\\ -\omega_0^2y_i+\mu_e y_i/R_i^3\\ \mu_e z_i/R_i^3\end{bmatrix}=m_{oi}\bar{g}_{oi},$$

R_i 为模块 i 到地心的距离.

2　分布式一致性算法设计

在模块化航天器系统的飞行任务中, 各模块由于功能的不同, 通常具有不同的质量, 而且由于燃料消耗等原因, 各模块的质量并不是精确已知的. 因此, 本文考虑存在有界外部干扰和模块质量不确定性的情形, 在更具一般性的有向拓扑结构中, 设计基于自适应增益的分布式控制算法, 使得模块化航天器系统中各模块达到航天器任务所需要的目标队形. 从数学上讲, 是对系统 (2) 设计分布式算法, 使得当 $t\to\infty$ 时, $p_i(t)-p_j(t)\to\delta_{ij}$, $\dot{p}_i(t)-\dot{p}_j(t)\to\mathbf{0}_3$, δ_{ij} 表示航天器任务的目标队形, 为常数向量. 此外, 在现有的大多数文献中, 外部干扰仅仅考虑为有界的, 而在模块化航天器系统的相对轨道中, 外部干扰还与各模块在 LVLH 坐标系中的位置和速度有关. 因此本文考虑各模块具有如下形式的外部干扰:

$$\tau_{doi}=d_{ci}+d_{pi}p_i+d_{vi}\dot{p}_i,\tag{3}$$

其中 d_{ci},d_{pi},d_{vi} 满足如下假设条件.

假设 1　对于模块 i, 存在 $\bar{d}_i$ 使得 $\max\{\|d_{ci}\|,\|d_{pi}\|,\|d_{vi}\|\}\leqslant\bar{d}_i$, 其中 $\bar{d}_i$ 为未知的正常数.

假设 2　描述各模块间信息交互的有向图 $\mathcal{G}$ 具有有向生成树.

首先, 设计如下辅助变量:

$$\dot{p}_{ri}\triangleq-\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(p_i-p_j-\delta_{ij}),\tag{4}$$

$$s_i\triangleq\dot{p}_i-\dot{p}_{ri}=\dot{p}_i+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(p_i-p_j-\delta_{ij}).\tag{5}$$

由于各模块受到的外部干扰中, $\|d_{ci}\|$、$\|d_{pi}\|$ 和 $\|d_{vi}\|$ 的上界均未知, 对于系统 (2), 提出如下基于自适应增益的控制算法:

$$\tau_{oi}=-k_is_i+\hat{m}_{oi}\phi_i-\hat{d}_{ci}\mathrm{sgn}(s_i)-\hat{d}_{p_i}\|p_i\|\mathrm{sgn}(s_i)-\hat{d}_{vi}\|\dot{p}_i\|\mathrm{sgn}(s_i),\tag{6a}$$

$$\dot{\hat{m}}_{oi}=\gamma_is_i^{\mathrm{T}}\phi_i,\tag{6b}$$

$$\dot{\hat{d}}_{ci}=\delta_{ci}\|s_i\|_1,\tag{6c}$$

$$\dot{\hat{d}}_{pi}=\delta_{pi}\|p_i\|\|s_i\|_1,\tag{6d}$$

$$\dot{\hat{d}}_{vi}=\delta_{vi}\|\dot{p}_i\|\|s_i\|_1.\tag{6e}$$

其中: $\phi_i\triangleq\ddot{p}_{ri}+\bar{C}_{oi}\dot{p}_{ri}+\bar{g}_{oi}$, k_i、γ_i、δ_{ci}、δ_{pi} 和 δ_{vi} 均为正常数.

注 1　式 (6a) 中用到以下信号: $s_i,\hat{m}_{oi},\phi_i,\hat{d}_{ci},\hat{d}_{pi}$ 和 $\hat{d}_{vi}$, 且 ϕ_i 依赖于 $\ddot{p}_{ri}$、$\dot{p}_{ri}$、$\bar{g}_{oi}$ 和 $\bar{C}_{oi}$ 的信息, 由式 (6b) ~ (6e) 可知, $\hat{m}_{oi}$、$\hat{d}_{ci}$、$\hat{d}_{pi}$ 和 $\hat{d}_{vi}$ 仅依赖于信号 s_i、p_i 和 $\dot{p}_i$. 由 s_i 和 a_{ij} 的定义可知, s_i 仅依赖模块 i 自身的信息及其邻近模块 $j(a_{ij}>0)$ 的信息. 综合以上论述可知, 控制算法 (6) 仅依赖模块 i 及其邻近模块 j $(a_{ij}>0)$ 的信息, 因此是分布式的.

定理 1　对于模块化航天器系统 (2), 在存在模块质量不确定性和外部干扰的条件下, 如果假设 1 和假设 2 成立, 则在控制输入 (6) 的作用下, 模块化航天器中各模块的相对轨道会形成目标队形, 即

$$\lim_{t\to\infty}\|p_i(t)-p_j(t)-\delta_{ij}\|=0,$$
$$\forall i,j=1,2,\cdots,n.$$

证明　在式 (6) 的作用下, 式 (2) 可以改写为如下闭环系统:

$$m_{oi}\dot{s}_i+C_{oi}s_i=-k_is_i-\tilde{m}_{oi}\phi_i-\hat{d}_{pi}\|p_i\|\mathrm{sgn}(s_i)-\hat{d}_{ci}\mathrm{sgn}(s_i)-\hat{d}_{vi}\|\dot{p}_i\|\mathrm{sgn}(s_i)+\tau_{doi},\tag{7}$$

其中 $\tilde{m}_{oi}\triangleq m_{oi}-\hat{m}_{oi}$.

考虑 Lyapunov 函数

$$V(t)=\sum_{i=1}^{n}\Big[\frac{1}{2}m_{oi}s_i^{\mathrm{T}}s_i+\frac{\tilde{m}_i^2}{2\gamma_i}+\frac{\tilde{d}_{ci}^2}{2\delta_{ci}}+\frac{\tilde{d}_{pi}^2}{2\delta_{pi}}+\frac{\tilde{d}_{vi}^2}{2\delta_{vi}}\Big].\tag{8}$$

其中: $\tilde{d}_{ci}\triangleq\bar{d}_{ci}-\hat{d}_i$, $\tilde{d}_{pi}\triangleq\bar{d}_{pi}-\hat{d}_i$, $\tilde{d}_{vi}\triangleq\bar{d}_{vi}-\hat{d}_i$, $\bar{d}_i$ 如假设 1 定义. 那么 $V(t)$ 对时间的导数可以写为

$$\dot{V}(t)=\sum_{i=1}^{n}\Big[m_{oi}s_i^{\mathrm{T}}\dot{s}_i+\frac{\tilde{m}_{oi}\dot{\tilde{m}}_{oi}}{\gamma_i}+\frac{\tilde{d}_{ci}\dot{\tilde{d}}_{ci}}{\delta_{ci}}+\frac{\tilde{d}_{pi}\dot{\tilde{d}}_{pi}}{\delta_{pi}}+\frac{\tilde{d}_{vi}\dot{\tilde{d}}_{vi}}{\delta_{vi}}\Big]=$$
$$\sum_{i=1}^{n}\Big[-s_i^{\mathrm{T}}C_{oi}s_i-k_is_i^{\mathrm{T}}s_i-\hat{d}_{ci}\|s_i\|_1-\hat{d}_{pi}\|p_i\|\|s_i\|_1-\hat{d}_{vi}\|\dot{p}_i\|\|s_i\|_1+s_i^{\mathrm{T}}\tau_{doi}-(\bar{d}_i-\hat{d}_{ci})\|s_i\|_1-(\bar{d}_i-\hat{d}_{pi})\|p_i\|\|s_i\|_1-(\bar{d}_i-\hat{d}_{vi})\|\dot{p}_i\|\|s_i\|_1\Big]=$$
$$\sum_{i=1}^{n}(-k_is_i^{\mathrm{T}}s_i+s_i^{\mathrm{T}}\tau_{doi}-\bar{d}_i\|s_i\|_1-\bar{d}_i\|p_i\|\|s_i\|_1-\bar{d}_i\|\dot{p}_i\|\|s_i\|_1).\tag{9}$$

由式 (3)和假设 1 可知

$$s_i^{\mathrm{T}}\tau_{doi}\leqslant\|s_i\|\|\tau_{doi}\|\leqslant\bar{d}_i\|s_i\|(1+\|p_i\|+\|\dot{p}_i\|).$$

注意到 $\|s_i\| \leqslant \|s_i\|_1$, 那么由式 (9) 可得

$$\begin{aligned}&\dot{V}(t) \leqslant \\ &\sum_{i=1}^{n}[-k_i s_i^{\mathrm{T}} s_i + \bar{d}_i\|s_i\|_1(1+\|p_i\|+\|\dot{p}_i\|)- \\ &\bar{d}_i\|s_i\|_1 - \bar{d}_i\|p_i\|\|s_i\|_1 - \bar{d}_i\|\dot{p}_i\|\|s_i\|_1] = \\ &-\sum_{i=1}^{n} k_i s_i^{\mathrm{T}} s_i \leqslant 0. \end{aligned} \tag{10}$$

由式 (10) 可知, $V(t) \leqslant V(0)$, 因此由式 (8) 可知, $s, \tilde{m}_i, \tilde{d}_{ci}, \tilde{d}_{pi}, \tilde{d}_{vi}$ 均是有界的. 由式 (5) 可知, $\dot{p}_i$ 是有界的, 进而由式 (4) 可知 $\ddot{p}_{ri}$ 是有界的. 此外, 对于近地轨道而言, $\bar{C}_{oi}$、$\bar{g}_{oi}$ 都是有界的, 那么由式 (7) 可知, $\dot{s}_i$ 也是有界的. 另一方面, $\dot{V}(t) \leqslant 0$ 且 $V(t) \geqslant 0$, 存在 $V(\infty) \in (0, V(0))$ 使得 $\lim\limits_{t\to\infty} V(t) = V(\infty)$. 对式 (10) 两端积分可知 $s_i \in \boldsymbol{L}_2$, 因此, $s_i \in \boldsymbol{L}_2 \bigcap \boldsymbol{L}_\infty$ 且 $\dot{s}_i \in \boldsymbol{L}_\infty$. 由 Barbalet 引理[16]可知, $\lim\limits_{t\to\infty}\|s_i(t)\| = 0$.

根据目标队形可行性的相关结果[17], 对于具有有向生成树的有向图, 如果目标队形 δ_{ij} 是可行的, 则存在常数向量 $\delta_i\,(i = 1, 2, \cdots, n)$, 使得 $\delta_i - \delta_j = \delta_{ij}$. 定义误差向量 $\tilde{p}_i = p_i - \delta_i$, 记 $s \triangleq [s_1^{\mathrm{T}}, s_2^{\mathrm{T}}, \cdots, s_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\tilde{p} \triangleq [\tilde{p}_1^{\mathrm{T}}, \tilde{p}_2^{\mathrm{T}}, \cdots, \tilde{p}_n^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 式 (5) 可以改写成如下向量形式:

$$\dot{\tilde{p}} = -(\boldsymbol{L}_A \otimes I_3)\tilde{p} + s. \tag{11}$$

定义辅助变量

$$\hat{p} = (Q \otimes I_3)\tilde{p},\ \hat{s} = (Q \otimes I_3)s. \tag{12}$$

其中

$$Q = \begin{bmatrix} -1+(n-1)v & 1-v & -v & \cdots & -v \\ -1+(n-1)v & -v & 1-v & \cdots & -v \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1+(n-1)v & -v & -v & \cdots & 1-v \end{bmatrix} \in \boldsymbol{R}^{(n-1)\times n},$$

$$v = \frac{n-\sqrt{n}}{n(n-1)},$$

且 Q 具有如下性质[18]:

$$Q\mathbf{1}_n = \mathbf{0}_{n-1}, \tag{13}$$

$$QQ^{\mathrm{T}} = I_{n-1}, \tag{14}$$

$$Q^{\mathrm{T}}Q = I_n - \frac{1}{n}\mathbf{1}_n\mathbf{1}_n^{\mathrm{T}}. \tag{15}$$

由式 (14) 可知, $\mathrm{rank}(Q) = \mathrm{rank}(QQ^{\mathrm{T}}) = n-1$, 因此 Q 零空间的维数为 1. 进而由式 (13) 可知, $Qx = 0$ 当且仅当 $x = a\mathbf{1}_n$, 其中 $a \in \boldsymbol{R}$ 为正常数. 因此 $\tilde{p}_i = \tilde{p}_j$ 当且仅当 $\hat{p} = 0$. 由式 (15) 和 Laplacian 矩阵的性质可知 $\boldsymbol{L}_A Q^{\mathrm{T}} Q = \boldsymbol{L}_A$, 对式 (11) 两边同时左乘 $Q \otimes I_3$ 得到

$$\dot{\hat{p}} = -(Q\boldsymbol{L}_A Q^{\mathrm{T}} \otimes I_3)\hat{p} + \hat{s}. \tag{16}$$

显然, 模块化航天器系统相对轨道的一致性问题转化为系统 (16) 的稳定性问题. 至此, 定义如下 $n \times n$ 阶的增广矩阵:

$$\widehat{Q} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{1}_n^{\mathrm{T}}/\sqrt{n} \\ Q \end{bmatrix}.$$

利用式 (13) ~ (15), 通过简单的计算可得

$$\widehat{Q}\widehat{Q}^{\mathrm{T}} = \widehat{Q}^{\mathrm{T}}\widehat{Q} = I_n.$$

因此 $\widehat{Q}$ 为酉矩阵, $\widehat{Q}\boldsymbol{L}_A\widehat{Q}^{\mathrm{T}}$ 与 $\boldsymbol{L}_A$ 具有完全相同的特征值. 通过进一步的计算可知

$$\widehat{Q}\boldsymbol{L}_A\widehat{Q}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\mathbf{1}_n^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_A Q^{\mathrm{T}}}{\sqrt{n}} \\ \mathbf{0}_{n-1} & Q\boldsymbol{L}_A Q^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}. \tag{17}$$

在假设 2 成立的条件下, $\boldsymbol{L}_A$ 有且仅有一个特征值为零, 且其余 $n-1$ 个特征值均具有正实部, 因此, 由式 (17) 可知 $Q\boldsymbol{L}_A Q^{\mathrm{T}}$ 的所有特征值均具有正实部. 对于系统 (16), 将 $\hat{s}$ 看作输入, $\hat{p}$ 看作状态, 系统 (16) 是输入到状态稳定的. 注意到, 因为 $\lim\limits_{t\to\infty}\|s(t)\| = 0$, 显然 $\lim\limits_{t\to\infty}\|\hat{s}(t)\| \to 0$. 由输入到状态的稳定性定理可知 $\lim\limits_{t\to\infty}\|\hat{p}(t)\| \to 0$, 从而有

$$\lim_{t\to\infty}\|\tilde{p}_i(t) - \tilde{p}_j(t)\| = 0,$$

即

$$\lim_{t\to\infty}\|p_i(t) - p_j(t) - \delta_{ij}\| = 0. \qquad \square$$

3 数值仿真分析

为了验证本文所提出控制算法的有效性, 对由 6 个模块组成的模块化航天器系统相对轨道的队形控制进行仿真验证. 仿真中, 参考点运行在近圆轨道上, 初始轨道根数如下所示:

$$[a\ e\ i\ \Omega\ \omega\ f] = [7\,136.0\ \ 0.001\ \ 60^\circ\ \ 10^\circ\ \ 30^\circ\ \ 0^\circ].$$

其中: a 为参考轨道的半长轴 km, e 为偏心率, i 为轨道倾角, Ω 为升交点赤经, ω 为近地点幅角, f 为初始时刻的真近点角.

图 2 为模块化航天器系统中各模块间信息交互的拓扑关系, 其对应的 Laplacian 矩阵为

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

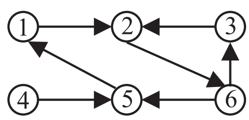

图 2 各模块间的拓扑图及其 Laplacian 矩阵

由图 2 可见, 该有向图具有以模块 4 为根节点的有向生成树. 各模块相对轨道的初始位置和初始速度

如下所示: 质量为

$$m_{o1}=m_{02}=m_{o3}=35\,\mathrm{kg},$$

$$m_{o4}=m_{05}=m_{o6}=40\,\mathrm{kg};$$

相对位置为

$$p_1(0)=[150,100,300]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m},$$

$$p_2(0)=[150,-100,300]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m},$$

$$p_3(0)=[-200,-200,-300]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m},$$

$$p_4(0)=[-150,-100,300]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m},$$

$$p_5(0)=[150,-100,-300]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m},$$

$$p_6(0)=[-150,100,-300]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{m};$$

相对速度为

$$\dot{p}_i(0)=0\,\mathrm{m/s},\ i=1,2,3,4,5,6.$$

模块化航天器系统各模块形成的目标队形为

$$\delta_{15}=[50,150,0],\ \delta_{21}=[-50,50,0],$$

$$\delta_{23}=[-50,150,0],\ \delta_{36}=[100,-100,0],$$

$$\delta_{54}=[50,-50,0],\ \delta_{56}=[50,-150,0],$$

$$\delta_{62}=[-50,-50,0].$$

本文考虑一个轨道周期下各模块的相对轨道在控制算法(6)下的运行情况. 在仿真中, 外部干扰取为

$$\tau_{doi}=$$
$$([-1.025\sin(t),6.248\cos(t),-2.415]^{\mathrm{T}}+$$
$$0.012p_i+0.823\dot{p}_i)\times10^{-4}\,\mathrm{N}.$$

在控制算法(6a)中, 利用双曲正切函数 $\hat{d}_i\tanh(20s_i)$ 代替符号函数 $\hat{d}_i\mathrm{sgn}(s_i)$. 模块质量估计的初值取为 $\hat{m}_{oi}(0)=0.5m_i$, 式(6b)～(6e)中自适应参数的初值均取为零. 控制参数取为

$$k_i=0.1,\ \gamma_i=0.5,$$

$$\delta_{ci}=\delta_{vi}=10^{-4},\ \delta_{pi}=10^{-6}.$$

图 3 为在控制算法(6)的作用下, 模块化航天器系统中各模块相对位置的变化曲线. 由图 3 可以看出, 6 个模块最终形成六边形的目标队形. 图 4 为各模块相对速度的变化曲线, 图 5 为各模块上的控制输入. 由图 3～图 5 可见, 6 个模块最终形成六边形的目标队形, 表明本文提出的分布式控制算法是有效可行的.

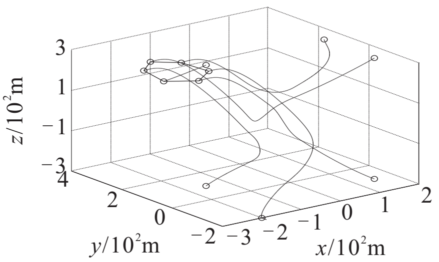

图 3　各模块相对位置的变化曲线

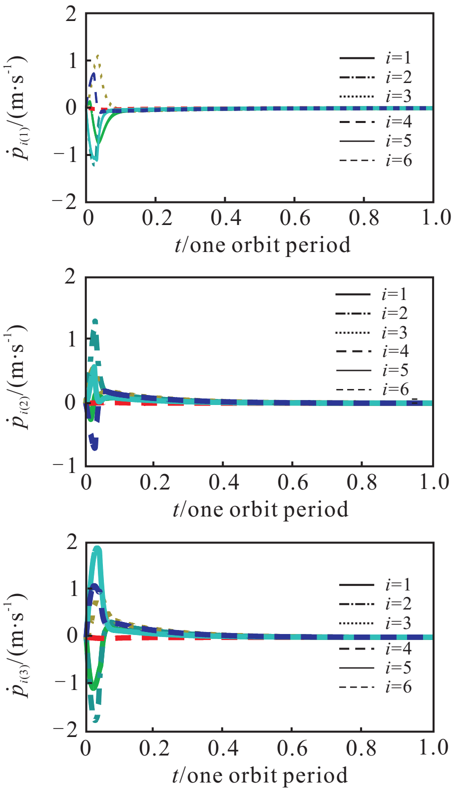

图 4　各模块相对速度的变化曲线

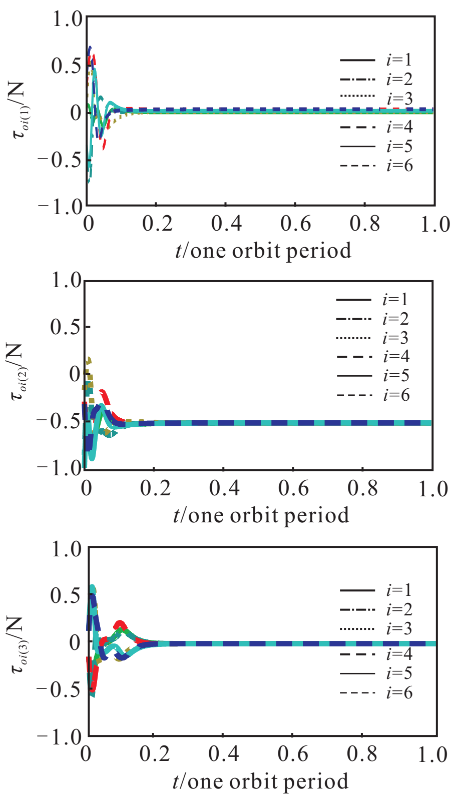

图 5　各模块的控制输入

4　结　论

本文基于一致性理论, 在更具一般性的有向拓扑结构中研究了模块化航天器相对轨道的队形问题. 考虑了模块存在质量不确定性和外部干扰的情形, 其中外部干扰与各模块的状态相关. 基于自适应增益技术

提出的控制算法仅依赖模块自身及其邻近模块的信息, 因此是分布式的. 下一步的工作主要考虑速度信息缺失和存在通讯时延情形下的队形控制问题.

参考文献(References)

[1] Queiroz de M S, Kapila V, Yan Q. Adaptive nonlinear control of multiple spacecraft formation flying[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2000, 23(3): 385-390.

[2] Kristiansen R. Dynamic synchronization of spacecraft[D]. Trondheim: Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, 2008: 83-84.

[3] 董晓光, 曹喜滨, 张锦绣, 等. 卫星编队飞行的鲁棒自适应控制方法[J]. 自动化学报, 2013, 39(2): 132-141.
(Dong X G, Cao X B, Zhang J X, et al. A robust adaptive control law for satellite formation flying[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(2): 132-141.)

[4] Wang J, Sun Z. 6-DOF robust adaptive terminal sliding mode control for spacecraft formation flying[J]. Acta Astronautica, 2012, 73(4/5): 76-87.

[5] Liu X, Kumar K. Network-based tracking control of spacecraft formation flying with communication delays[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48(3): 2302-2314.

[6] Ren W. Formation keeping and attitude alignment for multiple spacecraft through local interactions[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2007, 30(2): 633-638.

[7] Ren W, Beard R W. Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2004, 27(1): 73-82.

[8] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.

[9] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.

[10] Chung S J, Ahsun U, Slotine J J E. Application of synchronization to formation flying spacecraft: Agrangian approach[J]. J of Guidance, Control and Dynamics, 2009, 32(2): 512-526.

[11] 马广富, 梅杰. 多星系统相对轨道的自适应协同控制[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 781-787.
(Ma G F, Mei J. Adaptive cooperative control for relative orbits of multi-satellite systems[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(6): 781-787.)

[12] Liu F, Ma G F, Mei J. Cooperative control for relative translation of modular spacecraft without velocity measurements[C]. Chinese Control Conf. Hefei, 2012: 6445-6449.

[13] Royle G, Godsil C. Algebraic graph theory[M]. New York: Springer Graduate Texts in Mathematics, 2001: 279-306.

[14] Ren W, Cao Y. Distributed coordination of multi-agent networks[M]. London: Springer-Verlag, 2011: 8.

[15] Alfriend T, Vadali S, Gurfil P, et al. Spacecraft formation flying: Dynamics, control and navigation[M]. Butterworth-Heinemann, 2009: 75.

[16] Slotine J J E, Li W. Applied nonlinear control[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1991: 122-126.

[17] Dimarogonas D V, Kyriakopoulos K J. A connection between formation infeasibility and velocity alignment in kinematic multi-agent systems[J]. Automatica, 2008, 44(10): 2648-2654.

[18] Scardovi L, Arcak M, Sontag E. Synchronization of interconnected systems with applications to biochemical networks: An input-output approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(6): 1367-1379.

(责任编辑: 郑晓蕾)