

文章编号: 1000-4750(2014)05-0251-06

# 非理想界面功能梯度 压电/压磁层状半空间结构中的 SH 波

赵 星, 田若萌, 赵存宝, 刘金喜

(石家庄铁道大学工程力学系, 石家庄 050043)

**摘 要:** 研究非理想界面下功能梯度压电/压磁层状半空间结构中 SH 波的传播特性。界面性能由“弹簧”模型表征, 假设功能梯度压电层材料性能沿层厚度方向指数变化, 其表面为电学开路。推导了频散方程, 并结合数值算例分析了界面性能、功能梯度压电层的梯度变化和厚度对相速度的影响。研究结果对功能梯度压电/压磁复合材料在声波器件中的应用提供了理论依据。

**关键词:** 非理想界面; 功能梯度压电层; 压磁半空间; “弹簧”模型; SH 波

**中图分类号:** TB381; O347.4<sup>+</sup>1 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.03.0221

## SH WAVES IN A FUNCTIONALLY GRADED PIZOELECTRIC/PIEZOMAGNETIC LAYERED HALF-SPACE WITH AN IMPERFECT INTERFACE

ZHAO Xing, TIAN Ruo-meng, ZHAO Cun-bao, LIU Jin-xi

(Department of Engineering Mechanics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

**Abstract:** This paper investigates the propagation behaviors of shear horizontal waves in a functionally graded piezoelectric/piezomagnetic layered half-space with an imperfect interface. The so-called “spring” model is used to describe the interfacial properties, the properties of functionally graded piezoelectric materials are assumed to vary exponentially in the direction of the thickness, and the surface of the functionally graded piezoelectric layer is electrically open. The dispersion equations are derived, and numerical examples are provided to show the influences of the interfacial properties, the graded variation, and the thickness of the functionally graded piezoelectric layer on the phase velocity. The obtained results are of significance in applying functionally graded piezoelectric/piezomagnetic composites to acoustic wave devices.

**Key words:** imperfect interface; functionally graded piezoelectric layer; piezomagnetic half-space; “spring” model; SH wave

压电/压磁复合材料是由具有力-电耦合效应的压电介质和具有力-磁耦合效应的压磁介质按照一定方式复合而成的新型多功能材料, 其显著特点是可以实现电能和磁能之间的相互转换, 即宏观上拥有磁电耦合效应, 因此又称为磁电复合材料或磁电

弹材料。利用磁电耦合效应, 压电/压磁复合材料可以用于制作磁场探针、磁电控制装置、电场可调滤波器、延迟线、谐振器等元器件和其他电子产品<sup>[1-2]</sup>。这些器件大多做成层状结构, 并且其功能的实现和弹性波的传播密切相关, 因此研究弹性波

收稿日期: 2013-03-19; 修改日期: 2013-07-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(11272222); 河北省自然科学基金项目(E2011210055)

通讯作者: 赵 星(1982-), 女, 河北人, 讲师, 硕士, 从事电磁固体力学研究(E-mail: zhao-xinxin@live.cn).

作者简介: 田若萌(1987-), 女, 河北人, 硕士生, 从事电磁固体力学研究(E-mail: tzhx-666@163.com);

赵存宝(1972-), 男, 内蒙古人, 副教授, 博士, 从事结构动力学研究(E-mail: zhaocb@stdu.edu.cn);

刘金喜(1961-), 男, 河北人, 教授, 博士, 博导, 从事电磁固体力学研究(E-mail: liujx02@hotmail.com).

在压电/压磁复合材料与结构中的传播具有重要意义。SH 波作为一种常用的超声波对无损检测具有实用价值,因此,在过去几年中,众学者对压电/压磁复合材料中的 SH 表面波<sup>[3-4]</sup>、界面波<sup>[5-7]</sup>和导波<sup>[8-10]</sup>进行了大量研究,其结果对压电/压磁复合材料在声波器件中的应用提供了有价值的理论参考。

功能梯度材料的概念<sup>[11]</sup>是由日本材料学家 Masyuhi N 等于 1986 年首先提出的,是一类组成结构和材料性能在厚度和长度方向连续或准连续变化的非均质复合材料。孙建亮等<sup>[12]</sup>将功能梯度概念扩展到压电/压磁复合材料中,发现利用材料的梯度变化可以减小应力集中,提高材料的断裂韧性。因此,近年来功能梯度层状压电/压磁复合结构的材料性能及相关力学问题成为材料科学和固体力学等领域的研究热点。关于弹性波方面的研究: Du 等<sup>[13]</sup>研究了均匀无限大磁电弹半空间覆盖有功能梯度磁电弹层状结构中 SH 波的传播特性。谢根全等<sup>[14]</sup>假定中间层材料性能线性变化,采用混合数值方法对多层压电/压磁功能梯度板中导波的传播进行了研究。禹建功和苏珊<sup>[15]</sup>假定材料性能沿厚度方向一次和三次幂函数变化,分析了压电压磁板中的 SH 波。最近, Singh 等<sup>[16]</sup>假定材料参数沿平行于界面和垂直于界面两个方向发生变化,讨论了压电/压磁双材料无限大空间结构中 SH 界面波的频散特性。

上述关于层状功能梯度磁电复合结构的研究工作均假定界面处是理想粘结的,即在界面处应力和位移都是连续的。本文放弃理想界面的假定,研究功能梯度压电层和压磁半空间非理想连接情形下 SH 波的传播,主要目的是揭示界面性能、结构尺寸及材料梯度变化对频散特性的影响。该问题的理论解对功能梯度磁电弹复合材料在传感元件中的应用具有参考价值。

## 1 问题的描述

由功能梯度压电层覆盖的均匀压磁半空间如图 1 所示,压电层的厚度为  $H$ ,  $x_1$ - $x_2$  平面是两种材料的各向同性面,  $x_3$  轴垂直纸面向里,与材料极化方向一致。功能梯度压电材料的性能沿  $x_2$  轴按指数形式变化,即:

$$(G_e, e, k_e, m_e, r_e) = (G_e^0, e^0, k_e^0, m_e^0, r_e^0) e^{hx_2} \quad (1)$$

式中:  $h$  是材料的梯度变化系数;  $G_e^0$ 、 $e^0$ 、 $k_e^0$ 、 $m_e^0$ 、 $r_e^0$  是材料在  $x_2 = 0$  处的材料性能。

考虑沿  $x_1$  方向传播的 SH 波,此时只有面外的

弹性场和面内的电磁场是耦合的,而且满足式(2)和式(3)。对于功能梯度压电材料:

$$\begin{aligned} S_{3a}^e &= e^{hx_2} (G_e^0 u_{e,a} + e^0 j_{e,a}), \\ D_a^e &= e^{hx_2} (e^0 u_{e,b} - k_e^0 j_{e,a}), \\ B_a^e &= -e^{hx_2} m_e^0 f_{e,a}, \quad a=1,2 \end{aligned} \quad (2)$$

对于均匀压磁材料:

$$\begin{aligned} S_{3a}^m &= G_m u_{m,a} + h f_{m,a}, \\ D_a^m &= -k_m j_{m,a}, \\ B_a^m &= h u_{m,a} - m_m f_{m,a}, \quad a=1,2 \end{aligned} \quad (3)$$

在式(2)和式(3)中:  $S$  和  $u$  分别为应力和位移;  $j$  和  $D$  分别为电势和电位移;  $f$  和  $B$  分别表示磁势和磁感应强度;  $G = c_{44}$ 、 $e = e_{15}$ 、 $h = h_{15}$  分别表示弹性、压电和压磁常数;  $m = m_{11}$  和  $k = k_{11}$  分别为磁导率和介电常数;上标或下标“e”和“m”分别表示相应于压电材料和压磁材料的物理量。

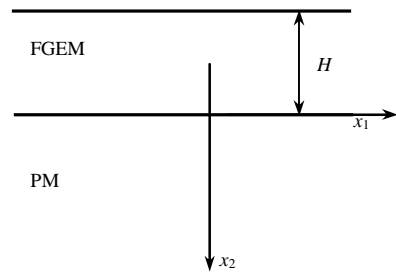


图 1 功能梯度压电层/压磁半空间结构

Fig.1 Functionally graded piezoelectric layer/piezomagnetic half-space structure

对于在  $x_1$ - $x_2$  平面内传播的 SH 波,功能梯度压电材料和均匀压磁材料的控制方程分别为:

$$\begin{aligned} G_e^0 \nabla^2 u_e + e^0 \nabla^2 j_e + G_e^0 h \frac{\partial u_e}{\partial x_2} + e^0 h \frac{\partial j_e}{\partial x_2} &= r_e^0 \frac{\partial^2 u_e}{\partial t^2}, \\ e^0 \nabla^2 u_e - k_e^0 \nabla^2 j_e + e^0 h \frac{\partial u_e}{\partial x_2} - k_e^0 h \frac{\partial j_e}{\partial x_2} &= 0, \\ \nabla^2 f_e + h \frac{\partial f_e}{\partial x_2} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} G_m \nabla^2 u_m + h \nabla^2 f_m &= r_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 j_m &= 0, \\ h \nabla^2 u_m - m_m \nabla^2 f_m &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

在压电层的表面,考虑机械自由、电学开路和磁学短路:

$$S_{32}^e(x_1, -H) = 0, \quad D_2^e(x_1, -H) = 0, \quad B_2^e(x_1, -H) = 0 \quad (6)$$

根据 Rokhlin 和 Wang<sup>[17]</sup>提出的“弹簧”模型,

应力沿界面连续而位移间断，则有：

$$\sigma_{32}^e(x_1, 0) = \sigma_{32}^m(x_1, 0) = \gamma[u_m(x_1, 0) - u_e(x_1, 0)] \quad (7)$$

式中， $\gamma$  为表示功能梯度压电层和压磁半空间之间界面粘接强弱程度的常数。当  $\gamma \rightarrow \infty$  时，界面为理想连接；当  $\gamma = 0$  时，表示交界面处不存在切向力学约束，即为滑移界面。

另外，电势、磁势、电位移和磁感应强度是连续的，即：

$$\begin{aligned} \varphi_e(x_1, 0) &= \varphi_m(x_1, 0), \quad \phi_e(x_1, 0) = \phi_m(x_1, 0), \\ D_2^e(x_1, 0) &= D_2^m(x_1, 0), \quad B_2^e(x_1, 0) = B_2^m(x_1, 0) \end{aligned} \quad (1)$$

除了上述边界和界面条件外，当  $x_2 \rightarrow \infty$  时，均匀压磁半空间的位移、电势和磁势还应满足：

$$(u_m, \varphi_m, \phi_m) \rightarrow 0 \quad (2)$$

## 2 耦合波场的解和频散方程

对于沿  $x_1$  方向传播的 SH 波，假定其一般解有如下形式<sup>[10]</sup>：

$$\begin{aligned} u_\beta(x_1, x_2, t) &= U_\beta(x_2)e^{ik(x_1-ct)}, \\ \varphi_\beta(x_1, x_2, t) &= \Psi_\beta(x_2)e^{ik(x_1-ct)}, \\ \phi_\beta(x_1, x_2, t) &= \Phi_\beta(x_2)e^{ik(x_1-ct)}, \quad \beta = e, m \end{aligned} \quad (10)$$

式中： $k$  为波数； $c$  为波的传播速度，称为相速度； $t$  表示时间； $U$ 、 $\Psi$  和  $\Phi$  均为待定函数；下标  $\beta$  表示相应于材料  $\beta$  的场量。

将式(10)分别代入式(4)和式(5)，并考虑到条件式(9)，可得到：

$$\begin{aligned} u_e &= \begin{cases} (C_3 e^{\alpha_1 x_2} + C_4 e^{\alpha_2 x_2}) e^{ik(x_1-ct)}, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ e^{\alpha x_2} (C_3 \cos \beta x_2 + C_4 \sin \beta x_2) e^{ik(x_1-ct)}, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases} \\ \varphi_e &= \begin{cases} \left[ \frac{e}{\kappa_e} (C_3 e^{\alpha_1 x_2} + C_4 e^{\alpha_2 x_2}) + C_5 e^{r_1 x_2} + C_6 e^{r_2 x_2} \right] e^{ik(x_1-ct)}, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ \left\{ \frac{e^0}{\kappa_e^0} [e^{\alpha x_2} (C_3 \cos \beta x_2 + C_4 \sin \beta x_2)] + C_5 e^{r_1 x_2} + C_6 e^{r_2 x_2} \right\} e^{ik(x_1-ct)}, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases} \\ \phi_e &= (C_1 e^{r_1 x_2} + C_2 e^{r_2 x_2}) e^{ik(x_1-ct)} \\ u_m &= C_7 e^{-k\lambda_m x_2} e^{ik(x_1-ct)}, \\ \varphi_m &= C_8 e^{-kx_2} e^{ik(x_1-ct)}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\phi_m = \left( C_9 e^{-kx_2} + \frac{h}{\mu_m} C_7 e^{-k\lambda_m x_2} \right) e^{ik(x_1-ct)} \quad (12)$$

在式(11)和式(12)中：

$$\begin{aligned} \alpha_{1,2} &= \frac{-\eta \pm \sqrt{\eta^2 + 4k^2(1 - c^2 / c_{sh}^{e0^2})}}{2}, \\ r_{1,2} &= \frac{-\eta \pm \sqrt{\eta^2 + 4k^2}}{2}, \quad \alpha = -\frac{\eta}{2}, \\ \beta &= \frac{\sqrt{4k^2(c^2 / c_{sh}^{e0^2} - 1) - \eta^2}}{2}, \quad \lambda_m = \sqrt{1 - (c / c_{sh}^m)^2}, \\ c_{sh}^{e0} &= \sqrt{\bar{G}_e^0 / \rho_e^0} \quad \text{和} \quad c_{sh}^m = \sqrt{\bar{G}_m / \rho_m} \quad \text{分别为压电层界面处和压磁半空间的剪切体波波速，其中} \bar{G}_e^0 = G_e^0 + e^0 / \kappa_e^0 \quad \text{和} \quad \bar{G}_m = G_m + h^2 / \mu_m \quad \text{分别为压电材料和压磁材料变硬的弹性常数。} \end{aligned}$$

将式(11)和式(12)分别代入式(4)和式(5)，可得到压磁半空间和功能梯度压电层中的应力、电位移和磁感应强度为：

$$\begin{aligned} \sigma_{32}^e &= [\bar{G}_e^0 F(x_2) + e^0 (r_1 e^{(\eta+r_1)x_2} C_5 + r_2 e^{(\eta+r_2)x_2} C_6)] e^{ik(x_1-ct)}, \\ D_2^e &= -\kappa_e^0 e^{\eta x_2} (r_1 e^{r_1 x_2} C_5 + r_2 e^{r_2 x_2} C_6) e^{ik(x_1-ct)}, \\ B_2^e &= -\mu_e^0 e^{\eta x_2} (r_1 e^{r_1 x_2} C_1 + r_2 e^{r_2 x_2} C_2) e^{ik(x_1-ct)} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{32}^m &= -k(\bar{G}_m \lambda_m C_7 e^{-k\lambda_m x_2} - h k C_9 e^{-kx_2}) e^{ik(x_1-ct)}, \\ D_2^m &= \kappa_m k C_8 e^{-kx_2} e^{ik(x_1-ct)}, \\ B_2^m &= \mu_m k C_9 e^{-kx_2} e^{ik(x_1-ct)} \end{aligned} \quad (14)$$

式中：

$$F(x_2) = \begin{cases} e^{\eta x_2} (\alpha_1 e^{\alpha_1 x_2} C_3 + \alpha_2 e^{\alpha_2 x_2} C_4), & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ e^{-\alpha x_2} [(\alpha \cos \beta x_2 - \beta \sin \beta x_2) C_3 + (\alpha \sin \beta x_2 + \beta \cos \beta x_2) C_4], & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases}$$

$C_i (i = 1, 2, \dots, 9)$  为待定的常系数。

将上述解代入到式(6)~式(8)中，可以得到两种边界条件下关于待定系数  $C_i$  的齐次线性方程组为：

$$MC = 0 \quad (15)$$

式中， $M$  为  $9 \times 9$  的矩阵，矩阵中的非零元素为：

$$\begin{aligned} M_{13} &= \begin{cases} \alpha_1 \bar{G}_e^0, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ \alpha \bar{G}_e^0, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases}, \\ M_{14} &= \begin{cases} \alpha_2 \bar{G}_e^0, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ \beta \bar{G}_e^0, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{15} &= e^0 r_1, \quad M_{16} = e^0 r_2, \quad M_{17} = k \bar{G}_m \lambda_m, \quad M_{19} = kh, \\
 M_{23} &= -\gamma, \quad M_{24} = \begin{cases} -\gamma, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ 0, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases}, \\
 M_{27} &= \gamma + k \lambda_m \bar{G}_m, \quad M_{29} = kh, \quad M_{35} = \kappa_e^0 r_1, \\
 M_{36} &= \kappa_e^0 r_2, \quad M_{38} = \kappa_m k, \quad M_{41} = \mu_e^0 r_1, \quad M_{42} = \mu_e^0 r_2, \\
 M_{49} &= \mu_m k, \quad M_{53} = e^0 / \kappa_e^0, \\
 M_{54} &= \begin{cases} e^0 / \kappa_e^0, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ 0, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases}, \\
 M_{55} &= M_{56} = 1, \quad M_{58} = -1, \quad M_{61} = M_{62} = 1, \\
 M_{67} &= -h / \mu_m, \quad M_{69} = -1, \\
 M_{73} &= \begin{cases} \bar{G}_e^0 \alpha_1 e^{-(\eta + \alpha_1)H}, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ \bar{G}_e^0 L_1 e^{\alpha H}, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases}, \\
 & \quad L_1 = \alpha \cos \beta H + \beta \sin \beta H \\
 M_{74} &= \begin{cases} \bar{G}_e^0 \alpha_2 e^{-(\eta + \alpha_2)H}, & c^2 < (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \\ \bar{G}_e^0 L_2 e^{\alpha H}, & c^2 > (1 + \eta^2 / 4k^2) c_{sh}^{e0^2} \end{cases}, \\
 & \quad L_2 = \beta \cos \beta H - \alpha \sin \beta H \\
 M_{75} &= e^0 r_1 e^{-(\eta + r_1)H}, \quad M_{76} = e^0 r_2 e^{-(\eta + r_2)H}, \\
 M_{85} &= r_1 e^{-(\eta + r_1)H}, \quad M_{86} = r_2 e^{-(\eta + r_2)H}, \\
 M_{91} &= e^{-r_1 H}, \quad M_{92} = e^{-r_2 H}.
 \end{aligned}$$

SH 波解的存在性要求  $C_i$  不能同时为零，因此其系数矩阵行列式应为零，即：

$$|M| = 0 \tag{16}$$

式(16)为波数  $k$  和相速度  $c$  所应满足的关系，称为频散方程。

### 3 数值算例和讨论

利用第 2 节推导的频散方程式(16)，通过算例表明界面非理想性、材料梯度变化程度以及功能梯度层的厚度对 SH 波频散特性的影响。计算中，功能梯度压电层选用 PZT-5A，均匀压磁半空间选用  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ，它们的性能见表 1。表中压电材料参数均

表 1 材料常数

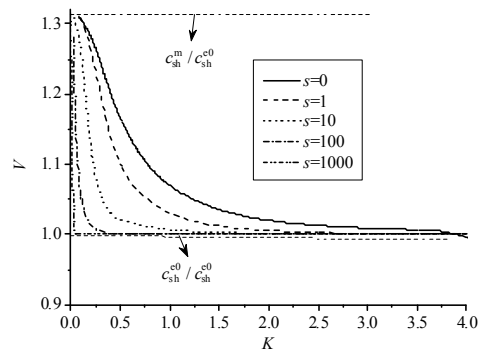
Table 1 Material parameters

材料	PZT-5A	$\text{CoFe}_2\text{O}_4$
$c_{44}/(\times 10^{10} \text{N/m}^2)$	2.1	4.53
$e_{15}/(\text{C/m}^2)$	12.3	—
$h_{15}/(\text{N/Am})$	—	550
$\kappa_{11}/(\times 10^{-9} \text{C}^2/\text{N} \cdot \text{m})$	8.107	0.08
$\mu_{11}/(\times 10^{-6} \text{NS}^2/\text{C}^2)$	5	157
$\rho/(\times 10^3 \text{kg/m}^3)$	7.75	5.3
$c_{sh}/(\times 10^3 \text{m/s})$	2.265	2.9851
$\bar{G}/(\times 10^{10} \text{N/m}^2)$	3.976	4.7227

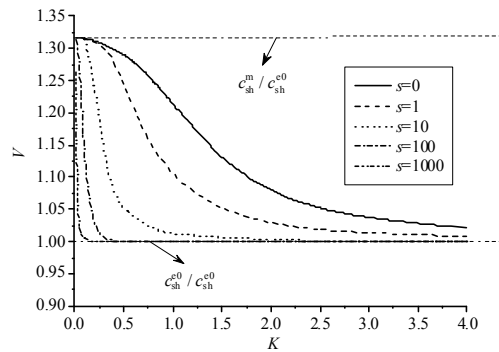
表示在界面  $x_2 = 0$  处的数值。

为简单起见，引入参数  $K = kH / (2\pi)$  表示无量纲波数； $V = c / c_{sh}^{e0}$  表示无量纲化的相速度； $s = \bar{G}_m / (\gamma H)$  表示界面连接的强弱程度，当  $s = 0$  (即  $\gamma \rightarrow \infty$ ) 时，表示压电层和压磁半空间之间为理想粘结，当  $s \rightarrow \infty$  时，表示滑移界面；功能梯度层的梯度变化程度用  $g = \eta H$  来表示。

为了揭示界面性能对频散特性的影响，图 2 给出了电学开路时 PZT-5A/  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  结构中  $g = 3$  或  $g = 9$ ， $s$  取不同值时，一阶模态的频散曲线。从图 2 看出：一阶模态的相速度起始于压磁半空间的剪切体波波速，随波数的增大单调减小，最终趋于功能梯度压电层界面处的剪切体波波速；对于相同的无量纲波数，界面不理想程度  $s$  越大，无量纲相速度越小，这种影响在小波数时较明显；梯度系数  $g$  越大，界面性能对相速度的影响范围越宽。



(a)  $g=3, s$  取不同值



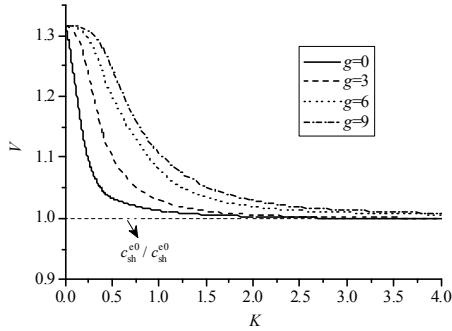
(b)  $g=9, s$  取不同值

图 2 电学开路， $s$  取不同值时一阶模态频散曲线

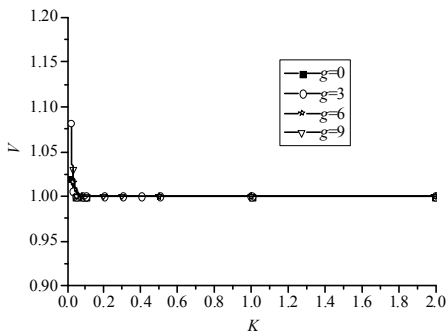
Fig.2 Electrically open case: first mode dispersive for different values of “ $s$ ”

为了研究压电材料的梯度变化对 SH 波传播特性的影响，图 3 画出了 PZT-5A/  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$  结构中  $s = 1$  或  $s = 1000$ ， $g$  取不同值时，一阶模态的频散曲线。从图 3 看出：无论梯度系数取何值，相速度始终起始于压磁半空间的剪切体波波速，并在大波数时趋

于功能梯度压电层界面处的剪切体波波速；图 3(a)表明：在  $s=1$ ，对于同一无量纲相速度  $K$ ，梯度系数  $g$  越大，相速度越大；而图 3(b)表明：当  $s=1000$  时，功能梯度压电层的梯度变化对相速度几乎没有影响。



(a)  $s=1$ ,  $g$  取不同值

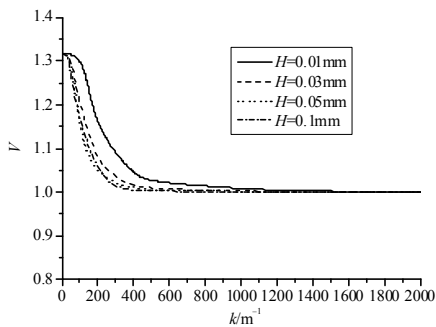


(b)  $s=1000$ ,  $g$  取不同值

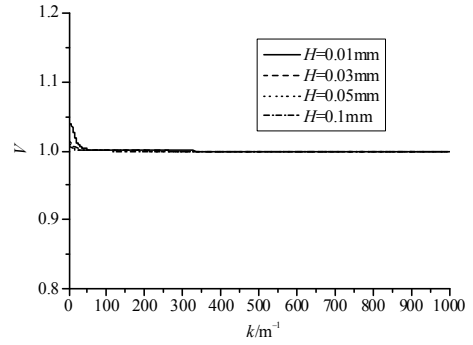
图 3 电学开路,  $g$  取不同值时一阶模态频散曲线

Fig.3 Electrically open case: first mode dispersive curves for different values of “ $g$ ”

为了分析功能梯度压电层的厚度对频散特性的影响，图 4 给出了 PZT-5A/CoFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub> 结构中  $s=1$  或  $s=1000$ ， $H$  分别取 0.01mm~0.1mm 时，一阶模态的频散曲线。图中横坐标取为有量纲的波数  $k/m^{-1}$ ，纵坐标仍为无量纲相速度  $V$ ，从图 4 看出，在界面不理想程度较弱时，功能梯度压电层的厚度越大，相速度越小，当界面不理想程度较强时，厚度对相速度的影响，仅在波数特别小时有轻微的体现。



(a)  $s=1$ ,  $H$  取不同值



(b)  $s=1000$ ,  $H$  取不同值

图 4 电学开路,  $H$  取不同值时一阶模态频散曲线

Fig.4 Electrically open case: First mode dispersive curves for different values of “ $H$ ”

### 4 结论

研究了功能梯度压电层与压磁半空间非理想连接时，耦合结构中 SH 波的传播问题。其频散特性主要表征为：

(1) SH 波的传播速度起始于压磁半空间的剪切体波波速，趋于功能梯度压电层界面处的剪切体波波速；

(2) SH 波的传播速度随着界面约束强度的降低而减小；

(3) 当界面约束较强时，功能梯度层的梯度系数越大，SH 波的传播速度越大，随着约束强度的降低，压电层的梯度变化对相速度的影响逐渐消失；

(4) 功能梯度压电层的厚度越大，SH 波传播的相速度越小，这种影响随界面约束强度的降低逐渐表现微弱，甚至消失。

### 参考文献：

- [1] Fiebig M. Revival of the magnetoelectric effect [J]. Journal of Physics D-Applied Physics, 2005, 38(8): R123—R152.
- [2] Nan C W, Bichurin M I, Dong S X, et al. Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspective, status, and future directions [J]. Journal of Applied Physics, 2008, 103(3): 031101.
- [3] Liu J X, Fang D N, Liu X L. A shear horizontal surface wave in magnetoelectric materials [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2007, 54(7): 1287—1289.
- [4] Wei W Y, Liu J X, Fang D N. Existence of shear horizontal (SH) surface waves in a magneto-electro-elastic material [J]. Chinese Physics Letters, 2009, 26(10): 104305.
- [5] Melkumyan A, Mai Y W. Influence of imperfect bonding on interface waves guided by piezoelectric/

- piezomagnetic composites [J]. *Philosophical Magazine*, 2008, 88(23): 2965—2977.
- [6] Huang Y, Li X F, Lee K Y. Interfacial shear horizontal (SH) waves propagating in a two-phase piezoelectric/piezomagnetic structure with an imperfect interface [J]. *Philosophical Magazine Letters*, 2009, 89(2): 95—103.
- [7] Huang Y, Li X F. Shear waves guided by the imperfect interface of two magneto-electric materials [J]. *Ultrasonics*, 2010, 50(8): 750—757.
- [8] Du J K, Jin X, Wang J. Love wave propagation in layered magneto-electro-elastic structures with initial stress [J]. *Acta Mechanica*, 2007, 192(1/2/3/4): 169—189.
- [9] 魏唯一, 刘金喜, 方岱宁. 初应力对周期压电-压磁层状结构中 SH 波传播特性的影响[J]. *工程力学*, 2010, 27(11): 184—190.  
Wei Weiyi, Liu Jinxi, Fang Daining. Effect of initial stress on the propagation characteristics of SH wave in periodic piezoelectric-piezomagnetic layered structures. [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(11): 184—190. (in Chinese)
- [10] Liu J X, Wei W Y, Fang D N. Propagation behaviors of shear horizontal waves in piezoelectric-piezomagnetic periodically layered structures [J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2010, 23(1): 77—84.
- [11] 李智慧, 何小凤, 李运刚. 功能梯度材料的研究现状 [J]. *河北理工学院学报*, 2007, 29(1): 45—50.  
Li Zhihui, He Xiaofeng, Li Yungang. Current status of the research on functionally gradient materials [J]. *Journal of Hebei Institute of Technology*, 2007, 29(1): 45—50. (in Chinese)
- [12] 孙建亮, 周振功, 王彪. 功能梯度压电压磁材料中的断裂问题分析[J]. *力学学报*, 2005, 37(1): 9—14.  
Sun Jianliang, Zhou Zhengong, Wangbiao. A permeable crack in functionally graded piezoelectric/piezomagnetic materials [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, 37(1): 9—14. (in Chinese)
- [13] Du J K, Chen W C, Wang J. Love waves in functionally graded magneto-electro-elastic material structures [C]// Beijing: IEEE Ultrasonics Symposium, 2008: 1819—1822.
- [14] 谢根全, 申中原, 胡邦南. 电磁功能梯度材料层合板中表面波的弥散特性[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(4): 98—102.  
Xie Genquan, Shen Zhongyuan, Hu Bangnan. Dispersion of surface wave in a functionally graded electro-magneto-elastic layered plate [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(4): 98—102. (in Chinese)
- [15] 禹建功, 苏珊. 压电压磁功能梯度板中的 SH 波[J]. *兵工学报*, 2010, 31(1): 154—158.  
Yu Jiangong, Su Shan. SH Wave in piezoelectric-piezomagnetic functionally gradient plates [J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(1): 154—158. (in Chinese)
- [16] Singh B M, Rokne J. Propagation of SH waves in layered functionally gradient piezoelectric-piezomagnetic structures [J]. *Philosophical Magazine*, 2013, 93(14): 1969—2013.
- [17] Rokhlin S I, Wang Y J. Analysis of boundary-conditions for elastic wave interaction with an interface between two solids [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, 89(5): 503—515.

(上接第 232 页)

- [11] Liu Y L, Zhao Y Z, Zhao L, et al. Experimental studies on temperature rise within a hydrogen cylinder during refueling [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2010, 35(7): 2627—2632.
- [12] Ansys Inc. *Fluent 13.0 User's Guide* [DB]. 2010: Ansys 13.0.
- [13] Liu Y L, Zhao Y Z, Zhao L, et al. Experimental studies on temperature rise within a hydrogen cylinder during refueling [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2010, 35(7): 2627—2632.
- [14] Zhao L, Liu Y L, Yang J, et al. Numerical simulation of temperature rise within hydrogen vehicle cylinder [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2010, 35(15): 8092—8100.
- [15] 李勇, 刘志友, 安亦然. 介绍计算流体力学通用软件-Fluent [J]. *水动力学研究与进展*, 2001, 16(2): 254—258.  
Li Yong, Liu Zhiyou, An Yiran. A brief introduction to Fluent—A general purpose CFD code [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2001, 16(2): 254—258. (in Chinese)
- [16] Zheng J Y, Ye J J, Yang J, Tang P, Zhao L, Kern M. An optimized control method for a high utilization ratio and fast filling speed in hydrogen refueling stations [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2010, 35(7): 3011—3017.